

**ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ИРКУТСКОЙ ОБЛАСТИ
«ЧЕРЕМХОВСКИЙ ГОРНОТЕХНИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ
ИМ. М.И. ЩАДОВА»**

РАССМОТРЕНО

на заседании ЦК
«Информатики и ВТ»
Протокол №10
«06» июнь 2023 г.
Председатель: Чипиштанова Д.В.

УТВЕРЖДАЮ

Зам. директора по УР
О.В. Папанова
«07» июнь 2023 г.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

для выполнения
практических работ студентов
по учебной дисциплине
ОУД.07 Математика
программы подготовки специалистов среднего звена

23.02.01 Организация перевозок и управление на транспорте (по видам)

Разработал:
Окладникова Т.В. преподаватель
ГБПОУ «ЧГТК им. М.И.
Щадова»

2023г.

СОДЕРЖАНИЕ

| | СТР. |
|--|-------------|
| 1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА | 3 |
| 2. ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ | 6 |
| 3. СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ | 9 |
| 4. ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ | 35 |
| 5. ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ, ВНЕСЁННЫХ В МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ | 36 |

1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические указания по выполнению практических (лабораторных) работ по учебной дисциплине «**Математика**» предназначены для студентов специальности 23.02.01 Организация перевозок и управление на транспорте (по видам), составлены в соответствии с рабочей программой дисциплины «**Математика**» с учетом рекомендаций **требований Мин. обр.** (помещение кабинета математики должно удовлетворять требованиям санитарно-эпидемиологических правил и нормативов (СанПиН 2.4.2 № 178-02), и оснащено типовым оборудованием, указанным в настоящих требованиях, в том числе специализированной учебной мебелью и средствами обучения, достаточными для выполнения требований к уровню подготовки обучающихся¹⁾ и направлены на достижение следующих целей:

- обеспечения сформированности представлений о социальных, культурных и исторических факторах становления математики;
- обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления;
- обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач;
- обеспечения сформированности представлений о математике как части общечеловеческой культуры, универсальном языке науки, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления.

Методические указания являются частью учебно-методического комплекса по дисциплине «**Математика**» и содержат задания, указания для выполнения практических (лабораторных) работ, теоретический минимум и т.п. Перед выполнением практической работы каждый студент обязан показать свою готовность к выполнению работы:

- пройти инструктаж по технике безопасности;
- ответить на теоретические вопросы преподавателя.

По окончании работы студент оформляет отчет в тетради и защищает свою работу.

В результате выполнения полного объема практических работ студент должен **уметь**:

- самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
- продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;
- овладевать навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способностью и готовностью к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

¹ См. Письмо Минобрнауки РФ от 24 ноября 2011 г. N МД-1552/03 «Об оснащении общеобразовательных учреждений учебным и учебно-лабораторным оборудованием»

- овладевать языковыми средствами – умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;
- овладевать навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств их достижения;
- овладевать методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- овладевать стандартными приёмами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;
- овладение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах;
- овладение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач.

При проведении практических работ применяются следующие технологии и методы обучения:

1. проблемно-поисковых технологий
2. мультимедиа технологии

Правила выполнения практических работ:

1. Внимательно прослушайте инструктаж по технике безопасности, правила поведения в кабинете информатики.
2. Запомните порядок проведения практических работ, правила их оформления.
3. Изучите теоретические аспекты практической работы
4. Выполните задания практической работы.
5. Оформите отчет в тетради.

Требования к рабочему месту:

1. В состав кабинета математики должна быть включена одна машина для преподавателя с соответствующим периферийным оборудованием.
2. Кабинет математики должен быть оснащен диапроектором и экраном.

Критерии оценки:

Оценки «5» (отлично) заслуживает студент, обнаруживший при выполнении заданий всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно - программного материала, учения свободно выполнять профессиональные задачи с всесторонним творческим подходом, обнаруживший познания с использованием основной и дополнительной литературы, рекомендованной программой, усвоивший взаимосвязь изучаемых и изученных дисциплин в их значении для приобретаемой специальности, проявивший творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно- программного материала, проявивший высокий профессионализм, индивидуальность в решении поставленной перед собой задачи, проявивший неординарность при выполнении практических заданий.

Оценки «4» (хорошо) заслуживает студент, обнаруживший при выполнении заданий полное знание учебно- программного материала, успешно выполняющий

профессиональную задачу или проблемную ситуацию, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе, показавший систематический характер знаний, умений и навыков при выполнении теоретических и практических заданий по дисциплине «Математика».

Оценки «3» (удовлетворительно) заслуживает студент, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебной и профессиональной деятельности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, допустивший погрешности в ответе при защите и выполнении теоретических и практических заданий, но обладающий необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя, проявивший какую-то долю творчества и индивидуальность в решении поставленных задач.

Оценки «2» (неудовлетворительно) заслуживает студент, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий проблемы в знаниях основного учебного материала, допустивший основные принципиальные ошибки в выполнении задания или ситуативной задачи, которую он желал бы решить или предложить варианты решения, который не проявил творческого подхода, индивидуальности.

В соответствии с учебным планом программы подготовки специалистов среднего звена по специальности 23.02.01 Организация перевозок и управление на транспорте (по видам) и рабочей программой на практические (лабораторные) работы по дисциплине «Математика» отводится 76 часов.

2. ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

| № п/п | Название практической работы (указать раздел программы, если это необходимо) | Количество часов |
|---|---|------------------|
| Раздел 1. Повторение курса математики основной школы | | |
| 1 | Практическое занятие №1 Целые и рациональные числа. Арифметические действия над числами. | 2 |
| 2 | Практическая работа № 2 Действительные числа. Сравнение числовых выражений. | 2 |
| 3 | Практическая работа № 3 Степени с действительными показателями. | 2 |
| 4 | Практическая работа № 4 Правила действия с логарифмами. | 2 |
| 5 | Практическая работа № 5 Преобразование рациональных, иррациональных выражений. | 2 |
| 6 | Практическая работа № 6 Преобразование степенных и показательных выражений. | 2 |
| 7 | Практическая работа №7 Преобразование логарифмических выражений. | 2 |
| Раздел 2. Основы тригонометрии | | |
| 8 | Практическая работа №8 Радианный метод измерения углов вращения и связь с градусной мерой. | 2 |
| 9 | Практическая работа №9 Решение задач, содержащих основные тригонометрические тождества. | 2 |
| 10 | Практическая работа №10 Решение задач, содержащих формулы сложения, удвоения, половинного угла. | 2 |
| 11 | Практическая работа №11 Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение, преобразование произведения тригонометрических функций в сумму. | 2 |
| 12 | Практическая работа №12 Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства. | 2 |
| Раздел 3. Функции, их свойства и графики. | | |
| 13 | Практическая работа №13 | 2 |

| | | |
|---|---|---|
| | Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях. | |
| 14 | Практическая работа №14 Арифметические операции над функциями. | 2 |
| 15 | Практическая работа №15 Сложная функция (композиция) | 2 |
| 16 | Практическая работа №16 Исследование функции. | 2 |
| 17 | Практическая работа №17 Преобразование графиков. Параллельный перенос. Растяжение и сжатие вдоль осей координат. | 2 |
| 18 | Практическая работа №18 Преобразование графиков. Симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат. Симметрия относительно прямой $y=x$. | 2 |
| Раздел 4. Начала математического анализа | | |
| 19 | Практическая работа №19 Производные суммы, разности, произведения, частного. | 2 |
| 20 | Практическая работа №20 Производные основных элементарных функций. | 2 |
| 21 | Практическая работа №21 Применение производной к исследованию функции и построению графиков. | 2 |
| 22 | Практическая работа №22 Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах. | 2 |
| 23 | Практическая работа №23 Вторая производная, ее геометрический и физический смысл. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой и графиком. | 2 |
| 24 | Практическая работа №24 Применение определенного интеграла для нахождения площади криволинейной трапеции | 2 |
| 25 | Практическая работа №25 Формула Ньютона – Лейбница. | 2 |
| 26 | Практическая работа №26 Формула Ньютона – Лейбница. | 2 |
| 27 | Практическая работа №27 Примеры применения интеграла в физике и геометрии. | 2 |
| Раздел 5. Уравнения и неравенства | | |

| | | |
|--|--|---|
| 28 | Практическая работа №28 Рациональные, иррациональные, показательные и тригонометрические уравнения и системы. | 2 |
| 29 | Практическая работа №29 Рациональные, иррациональные, показательные и тригонометрические уравнения и системы. | 2 |
| 30 | Практическая работа №30 Рациональные, иррациональные, показательные и тригонометрические неравенства. Основные приемы их решения. | 2 |
| 31 | Практическая работа №31 Метод интервалов. | 2 |
| 32 | Практическая работа №32 Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их системами. | 2 |
| Раздел 6. Элементы комбинаторики, теории вероятности и статистики | | |
| 33 | Практическая работа №33 Задачи на подсчет числа размещений, перестановок, сочетаний. | 2 |
| 34 | Практическая работа №34 События, вероятность события, сложение и умножение вероятностей. | 2 |
| Раздел 7. Геометрии | | |
| 35 | Практическая работа №35 Геометрическое преобразование пространства: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости. | 2 |
| 36 | Практическая работа №36 Сечения куба, призмы и пирамиды. | 2 |
| 37 | Практическая работа №37 Осевые сечения и сечения, параллельные основанию | 2 |
| 38 | Практическая работа №38 Разложение вектора по направлениям | 2 |

3. СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

Практическая работа № 1

Целые и рациональные числа. Арифметические действия над числами.

Цель: отработать навыки арифметических действий с целыми и рациональными числами.

Задания:

1. Какие из следующих выражений имеют значение, равное 1:

1) $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$;

5) $A = \frac{95}{(12-7)(12+7)}$;

2) $A = \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{12}{7}$;

6) $A = \frac{33^2 - 32^2}{55}$;

3) $A = 2,36 - 1,12 - 0,88 + 0,64$; 7) $A = \frac{10^3 - 9^3}{91}$?

4) $A = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{1}$;

2. Стоимость товара в первый раз снизили на $a\%$, во второй раз — на $b\%$ от новой цены. В каких случаях в результате стоимость товара составила 60% исходной цены:

1) $a = 20$; $b = 20$;

3) $a = 25$; $b = 20$;

5) $a = 66\frac{2}{3}$; $b = 10$?

2) $a = 20$; $b = 25$;

4) $a = 40$; $b = 0$;

4. Оцените, к какому из указанных чисел ближе всего число $\frac{180 \cdot 1,6 \cdot 25}{91 \cdot 8000}$:

1) 0,001;

2) 0,01;

3) 0,1;

4) 1.

5. В таблице указаны точки плавления льда и кипения воды в четырех температурных шкалах — Цельсия (С), Фаренгейта (F), Кельвина (К) и Реомюра (R). Считая, что температура человеческого тела в градусах Цельсия равна 37, вычислите ее в других шкалах, если зависимость между шкалами линейная:

| Показатель | Шкала | | | |
|----------------|-------|-----|-----|----|
| | С | F | К | R |
| Кипение воды | 100 | 212 | 373 | 80 |
| Плавление льда | 0 | 32 | 273 | 0 |

Итог работы: решения в тетради, защита.

Практическая работа № 2

Действительные числа. Сравнение числовых выражений.

Цель: отработать навыки арифметических действий с действительными числами, по сравнению числовых выражений.

Задания:

1 Записать в виде десятичной дроби:

1) $\frac{2}{3}$; 2) $\frac{8}{11}$; 3) $\frac{3}{5}$; 4) $-\frac{3}{4}$; 5) $-8\frac{2}{7}$; 6) $\frac{13}{99}$.

2 Выполнить действия и записать результат в виде десятичной дроби:

1) $\frac{2}{11} + \frac{1}{9}$; 2) $\frac{8}{13} + \frac{2}{3}$; 3) $\frac{1}{3} + 1,25$;

4) $\frac{1}{6} + 0,33$; 5) $\frac{3}{14} \cdot 1,05$; 6) $\frac{7}{9} \cdot 1,7$.

3 Записать в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную дробь:

1) $0,(6)$; 2) $1,(55)$; 3) $0,1(2)$;

4) $-0,(8)$; 5) $-3,(27)$; 6) $-2,3(82)$.

4 Вычислить:

1) $(20,88 : 18 + 45 : 0,36) : (19,59 + 11,95)$;

2) $\frac{7}{36} \cdot 9 + 8 \cdot \frac{11}{32} + \frac{9}{10} \cdot \frac{5}{18}$.

5 Вычислить:

1) $\left(3\frac{4}{25} + 0,24\right) 2,15 + \left(5,1625 - 2\frac{3}{16}\right) \frac{2}{5}$;

2) $0,364 : \frac{7}{25} + \frac{5}{16} : 0,125 + 2\frac{1}{2} \cdot 0,8$.

Итог работы: решение в тетради, защита работы.

Практическая работа № 3

Степени с действительными показателями

Цель: отработать навыки действий с действительными показателями.

Задания

Вычислить (28—30).

28 1) $\sqrt[6]{36^3}$; 2) $\sqrt[12]{64^2}$; 3) $\sqrt[4]{\left(\frac{1}{25}\right)^2}$; 4) $\sqrt[8]{225^4}$.

29 1) $\sqrt[3]{10^6}$; 2) $\sqrt[3]{3^{12}}$; 3) $\sqrt[4]{\left(\frac{1}{2}\right)^{12}}$; 4) $\sqrt[4]{\left(\frac{1}{3}\right)^{16}}$.

30 1) $\sqrt[3]{-8}$; 2) $\sqrt[15]{-1}$; 3) $\sqrt[3]{-\frac{1}{27}}$;

4) $\sqrt[5]{-1024}$; 5) $\sqrt[3]{-34^3}$; 6) $\sqrt[7]{-8^7}$.

31 Решить уравнение:

1) $x^4 = 256$; 2) $x^5 = -\frac{1}{32}$; 3) $5x^5 = -160$; 4) $2x^6 = 128$.

Вычислить (32—36).

32 1) $\sqrt[3]{-125} + \frac{1}{8}\sqrt[6]{64}$; 2) $\sqrt[5]{32} - 0,5\sqrt[3]{-216}$;

3) $-\frac{1}{3}\sqrt[4]{81} + \sqrt[4]{625}$; 4) $\sqrt[3]{-1000} - \frac{1}{4}\sqrt[4]{256}$;

5) $\sqrt[5]{\frac{1}{243}} + \sqrt[3]{-0,001} - \sqrt[4]{0,0016}$.

33 1) $\sqrt[3]{343 \cdot 0,125}$; 2) $\sqrt[3]{512 \cdot 216}$; 3) $\sqrt[5]{32 \cdot 100000}$.

34 1) $\sqrt[3]{5^3 \cdot 7^3}$; 2) $\sqrt[4]{11^4 \cdot 3^4}$; 3) $\sqrt[5]{(0,2)^5 \cdot 8^5}$; 4) $\sqrt[7]{\left(\frac{1}{3}\right)^7 \cdot 21^7}$.

35 1) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{500}$; 2) $\sqrt[3]{0,2} \cdot \sqrt[3]{0,04}$; 3) $\sqrt[4]{324} \cdot \sqrt[4]{4}$; 4) $\sqrt[5]{2} \cdot \sqrt[5]{16}$.

36 1) $\sqrt[5]{3^{10} \cdot 2^{15}}$; 2) $\sqrt[3]{2^3 \cdot 5^6}$;

Итог работы: решение в тетради, защита работы.

Практическая работа № 4

Правила действия с логарифмами

Цель: закрепить полученные знания по теме, использовать при решении задач правила действий с логарифмами

Задание 1

Найти логарифмы чисел по основанию 3:

$$3, 9, 27, 81, 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{243}, \sqrt[3]{3}, \frac{1}{3\sqrt{3}}, 9\sqrt[4]{3}.$$

Задание 2. Вычислить:

267 1) $\log_2 16$; 2) $\log_2 64$; 3) $\log_2 2$; 4) $\log_2 1$.

268 1) $\log_2 \frac{1}{2}$; 2) $\log_2 \frac{1}{8}$; 3) $\log_2 \sqrt{2}$; 4) $\log_2 \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$.

269 1) $\log_3 27$; 2) $\log_3 81$; 3) $\log_3 3$; 4) $\log_3 1$.

270 1) $\log_3 \frac{1}{9}$; 2) $\log_3 \frac{1}{3}$; 3) $\log_3 \sqrt[4]{3}$; 4) $\log_3 \frac{1}{\sqrt[4]{3}}$.

271 1) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{32}$; 2) $\log_{\frac{1}{2}} 4$; 3) $\log_{0,5} 0,125$;

4) $\log_{0,5} \frac{1}{2}$; 5) $\log_{0,5} 1$; 6) $\log_{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{2}$.

272 1) $\log_5 625$; 2) $\log_6 216$; 3) $\log_4 \frac{1}{16}$; 4) $\log_5 \frac{1}{125}$.

273 1) $\log_{\frac{1}{5}} 125$; 2) $\log_{\frac{1}{3}} 27$; 3) $\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{64}$; 4) $\log_{\frac{1}{6}} 36$.

274 1) $3^{\log_3 18}$; 2) $5^{\log_5 16}$; 3) $10^{\log_{10} 2}$; 4) $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_{\frac{1}{4}} 6}$.

275 1) $3^{5 \log_3 2}$; 2) $\left(\frac{1}{2}\right)^{6 \log_{\frac{1}{2}} 2}$; 3) $0,3^{2 \log_{0,3} 6}$; 4) $7^{\frac{1}{2} \log_7 9}$.

276 1) $8^{\log_2 5}$; 2) $9^{\log_3 12}$; 3) $16^{\log_4 7}$; 4) $0,125^{\log_{0,5} 1}$.

Итог работы: решение в тетради, защита работы.

Практическая работа № 5

Преобразование рациональных, иррациональных выражений.

Цель: отработать навыки преобразования рациональных, иррациональных выражений.

Задание 1. Вычислить:

28 1) $\sqrt[6]{36^3}$; 2) $\sqrt[12]{64^2}$; 3) $\sqrt[4]{\left(\frac{1}{25}\right)^2}$; 4) $\sqrt[8]{225^4}$.

29 1) $\sqrt[3]{10^6}$; 2) $\sqrt[3]{3^{12}}$; 3) $\sqrt[4]{\left(\frac{1}{2}\right)^{12}}$; 4) $\sqrt[4]{\left(\frac{1}{3}\right)^{16}}$.

30 1) $\sqrt[3]{-8}$; 2) $\sqrt[15]{-1}$; 3) $\sqrt[3]{-\frac{1}{27}}$;
4) $\sqrt[5]{-1024}$; 5) $\sqrt[3]{-34^3}$; 6) $\sqrt[7]{-8^7}$.

31 Решить уравнение:

1) $x^4 = 256$; 2) $x^5 = -\frac{1}{32}$; 3) $5x^5 = -160$; 4) $2x^6 = 128$.

Вычислить (32—36).

32 1) $\sqrt[3]{-125} + \frac{1}{8}\sqrt[6]{64}$; 2) $\sqrt[5]{32} - 0,5\sqrt[3]{-216}$;

3) $-\frac{1}{3}\sqrt[4]{81} + \sqrt[4]{625}$; 4) $\sqrt[3]{-1000} - \frac{1}{4}\sqrt[4]{256}$;

5) $\sqrt[5]{\frac{1}{243}} + \sqrt[3]{-0,001} - \sqrt[4]{0,0016}$.

33 1) $\sqrt[3]{343 \cdot 0,125}$; 2) $\sqrt[3]{512 \cdot 216}$; 3) $\sqrt[5]{32 \cdot 100\,000}$.

34 1) $\sqrt[3]{5^3 \cdot 7^3}$; 2) $\sqrt[4]{11^4 \cdot 3^4}$; 3) $\sqrt[5]{(0,2)^5 \cdot 8^5}$; 4) $\sqrt[7]{\left(\frac{1}{3}\right)^7 \cdot 21^7}$.

35 1) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{500}$; 2) $\sqrt[3]{0,2} \cdot \sqrt[3]{0,04}$; 3) $\sqrt[4]{324} \cdot \sqrt[4]{4}$; 4) $\sqrt[5]{2} \cdot \sqrt[5]{16}$.

36 1) $\sqrt[5]{3^{10} \cdot 2^{15}}$; 2) $\sqrt[3]{2^3 \cdot 5^6}$;

3) $\sqrt[4]{3^{12} \left(\frac{1}{3}\right)^8}$; 4) $\sqrt[10]{4^{30} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{20}}$.

Итог работы: решение в тетради, защита работы.

Практическая работа № 6

Преобразование степенных и показательных выражений.

Цель: отработать навыки преобразования степенных и показательных выражений.

Задание 1. Выполнить вычисления:

48 1) $\sqrt[3]{2ab} \cdot \sqrt[3]{4a^2b} \cdot \sqrt[3]{27b}$; 2) $\sqrt[4]{abc} \cdot \sqrt[4]{a^3b^2c} \cdot \sqrt[4]{b^5c^2}$.

49 1) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{a^{18}}} + \left(\sqrt{\sqrt[3]{a^4}}\right)^3$; 2) $\left(\sqrt{\sqrt[3]{x^2}}\right)^3 + 2\left(\sqrt[4]{\sqrt{x}}\right)^8$;

3) $\sqrt[3]{\sqrt{x^6y^{12}}} - \left(\sqrt[5]{xy^2}\right)^5$; 4) $\left(\left(\sqrt[5]{a} \sqrt[5]{a}\right)^5 - \sqrt[5]{a}\right) : \sqrt[10]{a^2}$.

50 Вычислить:

1) $\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{9}}{\sqrt[6]{3}}$; 2) $\frac{\sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[4]{343}}{\sqrt[12]{7}}$; 3) $(\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4})(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2})$.

51 Упростить:

1) $\sqrt[3]{(x-2)^3}$ при: а) $x \geq 2$; б) $x < 2$;

2) $\sqrt{(3-x)^6}$ при: а) $x \leq 3$; б) $x > 3$;

3) $\sqrt[4]{(x+6)^4} + \sqrt{(x-3)^2}$, если $-1 < x < 2$;

4) $\sqrt[6]{(2x+1)^6} - \sqrt[4]{(4+x)^4}$, если $-3 < x < -1$.

52 Сравнить значения выражений:

1) $\sqrt{3} + \sqrt[3]{30}$ и $\sqrt[3]{63}$; 2) $\sqrt[3]{7} + \sqrt{15}$ и $\sqrt{10} + \sqrt[3]{28}$;

53 Доказать, что:

1) $\sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{4-2\sqrt{3}} = 2$;

2) $\sqrt[3]{9+\sqrt{80}} + \sqrt[3]{9-\sqrt{80}} = 3$.

54 Упростить выражение:

1) $\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}}$; 2) $\frac{a-b}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} - \frac{a+b}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}}$;

3) $\left(\frac{a+b}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} - \sqrt[3]{ab}\right) : (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})^2$.

Итог работы: решение в тетради, защита работы.

Практическая работа № 7

Преобразование логарифмических выражений.

Цель: отработать навыки преобразования логарифмических выражений.

Задание 1. Вычислить

Вычислить (290—294).

290 1) $\log_{10} 5 + \log_{10} 2$; 2) $\log_{10} 8 + \log_{10} 125$;
3) $\log_{12} 2 + \log_{12} 72$; 4) $\log_3 6 + \log_3 \frac{3}{2}$.

291 1) $\log_2 15 - \log_2 \frac{15}{16}$; 2) $\log_5 75 - \log_5 3$;
3) $\log_{\frac{1}{3}} 54 - \log_{\frac{1}{3}} 2$; 4) $\log_8 \frac{1}{16} - \log_8 32$.

292 1) $\log_{13} \sqrt[5]{169}$; 2) $\log_{11} \sqrt[3]{121}$;
3) $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt[4]{243}$; 4) $\log_2 \frac{1}{\sqrt[6]{128}}$.

293 1) $\log_8 12 - \log_8 15 + \log_8 20$;
2) $\log_9 15 + \log_9 18 - \log_9 10$;
3) $\frac{1}{2} \log_7 36 - \log_7 14 - 3 \log_7 \sqrt[3]{21}$;
4) $2 \log_{\frac{1}{3}} 6 - \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{3}} 400 + 3 \log_{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{45}$.

294 1) $\frac{\log_3 8}{\log_3 16}$; 2) $\frac{\log_5 27}{\log_5 9}$; 3) $\frac{\log_5 36 - \log_5 12}{\log_5 9}$; 4) $\frac{\log_7 8}{\log_7 15 - \log_7 30}$

295 Вычислить $\log_a x$, если $\log_a b = 3$, $\log_a c = -2$:

1) $x = a^3 b^2 \sqrt{c}$; 2) $x = \frac{a^4 \sqrt[3]{b}}{c^3}$.

296 Вычислить:

1) $\frac{\log_2 24 - \frac{1}{2} \log_2 72}{\log_3 18 - \frac{1}{3} \log_3 72}$; 2) $\frac{\log_7 14 - \frac{1}{3} \log_7 56}{\log_6 30 - \frac{1}{2} \log_6 150}$;
3) $\frac{\log_2 4 + \log_2 \sqrt{10}}{\log_2 20 + 3 \log_2 2}$; 4) $\frac{3 \log_7 2 - \frac{1}{2} \log_7 64}{4 \log_5 2 + \frac{1}{3} \log_5 27}$.

Итог работы: решение в тетради, защита работы.

Практическая работа № 8

Радианный метод измерения углов вращения и связь с градусной мерой.

Цель: отработать навыки измерения углов вращения в градусной и радианной мерах, перевод измерения из градусной меры в радианную и обратно.

Задание. Выполните задания по вариантам.

Вариант 1 выполняют студенты с 1-13 номера по списку в журнале.

Вариант 2. с 14-30

| Вариант 1 | Вариант 2 |
|---|---|
| № 1 Найти градусную меру угла, радианная мера которого равна а) $\pi/6$; б) $7\pi/12$; в) 2 | № 1 Найти градусную меру угла, радианная мера которого равна а) $\pi/4$; б) $5\pi/9$; в) 3 |
| № 2 Найти радианную меру угла а) 210° б) 150° в) 135° г) 240° | № 2 Найти радианную меру угла а) 225° б) 225° в) 120° г) 810° |
| № 3 Найти радианную меру угла смежного с углом 45° | № 3 Углы треугольника пропорциональны числам 2:3:4. Вычислить радианную меру данных углов |
| №4. Определите четверть, в которой лежит данный угол а) $-21\pi/4$; б) 160° ; в) 1,5 | №4. Определите четверть, в которой лежит данный угол а) $7\pi/3$; б) -259° ; в) 7 |
| №5. Постройте на числовой окружности точки, соответствующие данным углам (числам) а) $\pi/12$; б) -156° ; в) 12 | №5. Постройте на числовой окружности точки, соответствующие данным углам (числам) а) $3\pi/8$; б) 320° ; в) -23 |
| №6. Найдите координаты точки, полученной поворотом точки $P(1,0)$ на данный угол $-3\pi/2+2\pi$ | №6. Найдите координаты точки, полученной поворотом точки $P(1,0)$ на данный угол $5\pi/2+2\pi$ |

Итог работы: решение в тетради, защита работы.

Практическая работа № 9

Решение задач, содержащих основные тригонометрические тождества.

Цель: отработать навыки решения задач, содержащих основные тригонометрические тождества

Задание 1. Вычислите:

Вычислить:

1) $\sin \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$ и $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$;

2) $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$ и $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{2}{5}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

Вычислить значение каждой из тригонометрических функций, если:

1) $\cos \alpha = \frac{5}{13}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$; 2) $\sin \alpha = 0,8$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$;

3) $\operatorname{tg} \alpha = \frac{15}{8}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$; 4) $\operatorname{ctg} \alpha = -3$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$;

5) $\cos \alpha = 0,8$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$; 6) $\sin \alpha = -\frac{5}{13}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$;

7) $\operatorname{tg} \alpha = -2,4$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$; 8) $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{7}{24}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

Какие значения может принимать:

1) $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{5}$;

2) $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$;

3) $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{2}{3}$;

4) $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{1}{\sqrt{3}}$?

Могут ли одновременно выполняться равенства:

1) $\sin \alpha = \frac{1}{5}$ и $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\sqrt{24}}$; 2) $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\sqrt{7}}{3}$ и $\cos \alpha = \frac{3}{4}$?

--

Итог работы: решения в тетради, защита работы.

Практическая работа № 10

Решение задач, содержащих формулы сложения, удвоения, половинного угла.

Цель: отработать навыки решения задач, содержащих формулы сложения, удвоения половинного угла

Задание . Вычислить:

Выразить синус, косинус или тангенс, используя формулы двойного угла (498—499).

1) $\sin 48^\circ$; 2) $\cos 164^\circ$; 3) $\operatorname{tg} 92^\circ$; 4) $\sin \frac{4\pi}{3}$; 5) $\cos \frac{5\pi}{3}$.

1) $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$; 2) $\sin\left(\frac{\pi}{4} + \beta\right)$; 3) $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$;

4) $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$; 5) $\sin \alpha$; 6) $\cos \alpha$.

Выразить значения функции данного аргумента через значения функции удвоенного аргумента:

1) $\sin^2 15^\circ$; 2) $\cos^2 \frac{1}{4}$; 3) $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$; 4) $\sin^2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$.

Найти числовое значение выражения:

1) $2 \cos^2 \frac{\pi}{8} - 1$; 2) $1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{12}$;

3) $\frac{\sqrt{3}}{2} + 2 \sin^2 15^\circ$; 4) $-\frac{\sqrt{3}}{2} + 2 \cos^2 15^\circ$.

Пусть $\cos \alpha = 0,6$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Вычислить:

1) $\sin \frac{\alpha}{2}$; 2) $\cos \frac{\alpha}{2}$; 3) $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$; 4) $\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$.

Пусть $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Вычислить:

1) $\sin \frac{\alpha}{2}$; 2) $\cos \frac{\alpha}{2}$; 3) $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$; 4) $\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$.

Вычислить:

1) $\sin 15^\circ$; 2) $\cos 15^\circ$; 3) $\operatorname{tg} 22^\circ 30'$; 4) $\operatorname{ctg} 22^\circ 30'$.

Упростить выражение:

1) $\frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$; 2) $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$; 3) $\frac{1 - \cos 2\alpha + \sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha + \sin 2\alpha}$;

4) $\frac{1 + \cos 4\alpha}{\sin 4\alpha}$; 5) $\frac{1 + \cos 2\alpha + \sin 2\alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$;

6) $(1 - \cos 2\alpha) \operatorname{ctg} \alpha$.

Итог работы: решение в тетради, защита работы.

Практическая работа № 11

Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение, преобразование произведения тригонометрических функций в сумму.

Цель: отработать навыки преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и наоборот.

Задание. Выполнить задания:

Найти острый угол α , при котором выполняется равенство:

- 1) $\cos 75^\circ = \cos (90^\circ - \alpha)$;
- 2) $\sin 150^\circ = \sin (90^\circ + \alpha)$;
- 3) $\sin 150^\circ = \sin (180^\circ - \alpha)$;
- 4) $\cos 310^\circ = \cos (270^\circ + \alpha)$;
- 5) $\sin \frac{5}{4} \pi = \sin (\pi + \alpha)$;
- 6) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{5} = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)$;
- 7) $\cos \frac{7\pi}{4} = \cos \left(\frac{3}{2} \pi + \alpha \right)$;
- 8) $\operatorname{ctg} \frac{11}{6} \pi = \operatorname{ctg} (2\pi - \alpha)$.

Используя формулы приведения, вычислить (525—526).

- 1) $\cos 150^\circ$;
- 2) $\sin 135^\circ$;
- 3) $\operatorname{ctg} 135^\circ$;
- 4) $\cos 120^\circ$;
- 5) $\cos 225^\circ$;
- 6) $\sin 210^\circ$;
- 7) $\operatorname{ctg} 240^\circ$;
- 8) $\sin 315^\circ$.
- 1) $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{4}$;
- 2) $\sin \frac{7\pi}{6}$;
- 3) $\cos \frac{5\pi}{3}$;
- 4) $\operatorname{ctg} \frac{5\pi}{3}$;
- 5) $\sin \left(-\frac{13\pi}{6} \right)$;
- 6) $\cos \left(-\frac{7\pi}{3} \right)$;
- 7) $\operatorname{tg} \left(-\frac{2\pi}{3} \right)$;
- 8) $\operatorname{ctg} \left(-\frac{7\pi}{4} \right)$.

Найти значение выражения:

- 1) $\cos 630^\circ - \sin 1470^\circ - \operatorname{ctg} 1125^\circ$;
- 2) $\operatorname{tg} 1800^\circ - \sin 495^\circ + \cos 945^\circ$;

Итог работы: решение в тетради, защита работы.

Практическая работа № 12

Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства.

Цель: отработать навыки решения тригонометрических уравнений и неравенств

Задание 1. Решить уравнения

- 1) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$;
- 2) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;
- 3) $\cos x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$.
- 1) $\cos x = \frac{3}{4}$;
- 2) $\cos x = -0,3$;
- 3) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Задание 2. Решить уравнения

- 1) $\cos^2 2x = 1 + \sin^2 2x$;
- 2) $4 \cos^2 x = 3$;
- 3) $2 \cos^2 x = 1 + 2 \sin^2 x$;
- 4) $2\sqrt{2} \cos^2 x = 1 + \sqrt{2}$;

Задание 3. Решить неравенства

- 1) $\sin x \geq -\sqrt{2}$; 2) $\sin x > 1$;
 3) $\sin x \leq -1$; 4) $\sin x \geq 1$.

Итог работы: решение в тетради, защита работы.

Практическая работа № 13

Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях

Цель: рассмотреть примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях

Задание 1. Рассмотреть функцию радиоактивного распада частицы

Изменение массы радиоактивного вещества происходит по формуле $m(t) = m_0 \cdot 2^{-kt}$, где m_0 — масса вещества в начальный момент $t = 0$; m — масса вещества в момент времени t ; k — некоторая константа (период полураспада).

Задание 2. Рассмотреть функциональную зависимость роста населения

Изменение численности населения в стране на небольшом отрезке времени с хорошей точностью описывается формулой $N = N_0 2^{\alpha t}$, где N_0 — число людей при $t = 0$; N — число людей в момент времени t ; α — некоторая константа.

По аналогичной формуле вычисляется изменение числа особей в популяциях животных при определенных условиях (например, когда достаточно пищи и нет внешних врагов).

Задание 3. Рассмотреть функциональную зависимость барометрической формулы.

Давление воздуха убывает с высотой (при постоянной температуре) по закону $p = p_0 e^{-\frac{h}{H}}$, где p_0 — давление на уровне моря ($h = 0$); p — давление на высоте h ; H — некоторая константа, зависящая от температуры. При температуре 20°C $H \approx 7,7$ км.

Задание 4. Период полураспада плутония равен 140 суткам. Сколько плутония останется через 10 лет, если его начальная масса равна 8 гр?

Задание 5. При радиоактивном распаде количество вещества уменьшается вдвое за сутки. Сколько вещества останется от 250 гр. Через 1,5 суток? Через 3,5 суток? Вычисления произвести на микрокалькуляторе.

Задание 4. На некотором лесном участке можно заготовить $4 \cdot 10^5 \text{ м}^3$ древесины. Ежегодный прирост деревьев составляет 4%. Сколько можно заготовить древесины на этом участке через 5 лет? Вычисления произвести на микрокалькуляторе.

Задание 5.

Решить графически уравнение $\left(\frac{1}{3}\right)^x = x - \frac{2}{3}$.

Итог работы: отчет, защита работы.

Практическая работа № 14

Арифметические операции над функциями.

Цель: отработать навыки арифметических операций над функциями

Задание 1. Найти область определения функции

1) $y = -2x + 1$; 2) $y = \frac{1}{4}x - 7$;

3) $y = x^3 - 1$; 4) $y = (x - 1)^3$;

5) $y = \frac{2}{x}$; 6) $y = \frac{3}{x - 4}$.

Задание 2. Найти множество значений функции

$$y = 3 + \sin x \cos x.$$

Задание 3. Построить графики функций

1) $y = x^{\frac{2}{5}}$; 2) $y = x^{\frac{5}{2}}$; 3) $y = x^{-5}$; 4) $y = x^{\sqrt{3}}$.

Итог работы: решение задач в тетради, защита работы.

Практическая работа № 15

Сложная функция (композиция)

Цель: отработать навыки построения сложной функции

Задание 1. Вычисли

1. $h(y) = (y^2 + 1)^{-1}$.

Вычислите: а) $h(0)$; б) $h(h(0))$.

2. $y_1(x) = x^3$, $y_2(x) = 3x - 1$, $y_3(x) = x^{-1}$.

Запишите $z(x) = (3x - 1)^{-3}$ как сложную функцию, составленную из трех данных функций.

3. $f_1(x) = x^2$, $f_2(x) = \sqrt{x}$.

а) Найдите $f_1(f_1(x))$. б) Найдите $f_2(f_2(x))$. в) Решите уравнение $f_2(f_1(x)) = f_1(f_2(x))$.

4. $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \geq 0, \\ 1, & \text{если } x < 0; \end{cases} \quad \varphi(x) = -f(x).$

Нарисуйте график: а) $f(\varphi(x))$; б) $\varphi(\varphi(x))$.

5. Придумайте функцию, отличную от линейной, которая при любом x удовлетворяет равенству $f(f(x)) = f(x)$.

Задание 2. Найти функцию, обратную к данной

1) $y = -x^{\frac{1}{2}}$; 2) $y = -x^{\frac{3}{5}}$; 3) $y = x^{\frac{3}{2}}$; 4) $y = -x^{\frac{1}{3}}$.

Итог работы: решение в тетради, защита работы.

Практическая работа № 16

Исследование функции

Цель: отработать навыки исследования функции

Задание 1

Найти координаты точки пересечения графиков функций:

1) $y = \sqrt[5]{x}$ и $y = x^{\frac{3}{5}}$; 2) $y = \sqrt[7]{x}$ и $y = x^{\frac{5}{7}}$.

Задание 2.

Найти функцию, обратную к функции

$$y = 3x + 5.$$

Задание 3.

Найти область определения и множество значений функции обратной к данной:

1) $y = -2x + 1$; 2) $y = \frac{1}{4}x - 7$;

3) $y = x^3 - 1$; 4) $y = (x - 1)^3$;

5) $y = \frac{2}{x}$; 6) $y = \frac{3}{x - 4}$.

Задание 4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции

$$y = 10 + 21x - 2x^{\frac{3}{2}} \text{ на отрезке } [4; 148].$$

Задание 6. Исследуйте функцию на четность

$$y = \frac{x^4}{x^2 + 1}.$$

Итог работы: решение в тетради, защита работы.

Практическая работа № 17

Преобразование графиков. Параллельный перенос. Растяжение и сжатие вдоль осей координат.

Цель: отработать навыки преобразования графиков, параллельного переноса, растяжения и сжатия вдоль осей координат.

Задание 1. Построить график функции

$$Y = \sin x + 2$$

$$Y = x^2 - 5$$

$$Y = -2x^2$$

$$Y = 0.5 \cos x$$

$$Y = \sqrt{x + 1}$$

$$Y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$Y = \cos 2x$$

$$Y = \sin \frac{1}{3}x$$

$$Y = \sqrt{5x - x^2}$$

Итог работы: решение в тетради, защита работы.

Практическая работа № 18

Преобразование графиков. Симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат. Симметрия относительно прямой $y=x$.

Цель: отработать навыки преобразования графиков, параллельного переноса, растяжения и сжатия вдоль осей координат.

Задание 1. Построить график функции

$$T = |\sin x + 1|$$

$$Y = |3x^3| + 4$$

$$Y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$Y = \frac{1}{2}|x - 1|$$

$$T = 3\left|\frac{1}{2x}\right| - \frac{2}{3}$$

Итог работы: решение в тетради, защита работы.

Практическая работа № 19

Производные суммы, разности, произведения, частного.

Цель: отработать навыки вычисления производной

Задание 1.

Вычислите производные следующих функций:

1. $y = 3 - 2x$.

2. $y = 2x - x^2$.

3. $y = (x + 2)^3$.

4. $y = \frac{5}{x^5}$.

5. $y = \sqrt[3]{x}$.

6. $y = x^2 \sqrt[4]{x^3}$.

7. $y = (x^2 + x)(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x})$.

8. $y = \cos x - \operatorname{tg} x$.

9. $y = x^2 \operatorname{ctg} x$.

10. $y = \frac{\sin x}{x}$.

11. $y = x + \arcsin x$.

12. $y = \sin x \cdot \operatorname{arctg} x$.

13. $y = \frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x}$.

Итог работы: решение в тетради, защита работы.

Практическая работа № 20

Цель: отработать навыки вычисления производной основных элементарных функций

Задание 1. Найти производную элементарных функций:

1) $e^x + 1$; 2) $e^x - x^2$; 3) $e^{2x} + \frac{1}{x}$; 4) $e^{-3x} + \sqrt{x}$.

1) $e^{2x-1} + 2x^3$; 2) $e^{2^{x-1}} - \sqrt{x-1}$; 3) $e^{0,3x-2} + \frac{1}{\sqrt{x}}$;

4) $e^{1-x} + x^{-3}$; 5) e^{x^2} ; 6) e^{2x^3} .

1) $2^x + e^x$; 2) $3^x - x^{-2}$; 3) $e^{2x} - x$; 4) $e^{3x} + 2x^2$; 5) 3^{x^2+2} .

1) $0,5^x + e^{3x}$; 2) $3^x - e^{2x}$; 3) $e^{2-x} + \sqrt[3]{x}$; 4) $e^{3-x} + \frac{1}{x^4}$.

1) $2 \ln x + 3^x$; 2) $3 \ln x - 2^x$; 3) $\log_2 x + \frac{1}{2x}$;

4) $3x^{-3} - \log_3 x$; 5) $\ln(x^2 - 2x)$; 6) $(3x^2 - 2) \log_3 x$.

1) $\sin x + x^2$; 2) $\cos x - 1$; 3) $\cos x + e^x$; 4) $\sin x - 2^x$.

1) $\sin(2x - 1)$; 2) $\cos(x + 2)$; 3) $\sin(3 - x)$; 4) $\cos(x^3)$.

1) $\cos\left(\frac{x}{2} - 1\right) + e^{3x}$; 2) $\sin\left(\frac{x}{3} + 3\right) + 2^x$; 3) $3 \cos 4x - \frac{1}{2x}$.

1) $\frac{\cos x}{e^x}$; 2) $\frac{3^x}{\sin x}$; 3) $\ln x \cdot \cos 3x$; 4) $\log_3 x \cdot \sin 2x$.

Итог работы: решение в тетради, защита работы.

Практическая работа № 21

Применение производной к исследованию функции и построению графиков.

Цель: отработать навыки вычисления производной при исследовании функции, построении графиков

Задание 1. Выполнить задания:

Найти интервалы возрастания и убывания функции:

1) $y = x^2 - x$;

2) $y = 5x^2 - 3x - 1$;

3) $y = x^2 - 2x$;

4) $y = x^2 + 12x - 100$;

5) $y = x^3 - 3x$;

6) $y = x^4 - 2x^2$;

7) $y = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 40$;

8) $y = x^3 - 6x^2 + 9$.

Построить эскиз графика непрерывной функции $y = f(x)$, определенной на отрезке $[a; b]$, если:

1) $a = 0, b = 5, f'(x) > 0$ при $0 < x < 5, f(1) = 0, f(5) = 3$;

2) $a = -1, b = 3, f'(x) < 0$ при $-1 < x < 3, f(0) = 0, f(3) = -4$.

Найти интервалы возрастания и убывания функции (902—905).

1) $y = \frac{1}{x+2}$; 2) $y = 1 + \frac{2}{x}$; 3) $y = -\sqrt{x-3}$; 4) $y = 1 + 3\sqrt{x-5}$.

Итог работы: решение задач в тетради, защита работы.

Практическая работа № 22

Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах.

Цель: рассмотреть задачи на использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах

Задание 1.

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^3 + \frac{3}{x}$ на отрезке $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

Задание 2. Число 36 записать в виде суммы двух положительных чисел, сумма которых наименьшая.

Задание 3. Из всех прямоугольников, вписанных в окружность радиуса R , найти прямоугольник наибольшей площади.

Задание 4. Число 50 записать в виде суммы двух чисел, сумма кубов которых наименьшая.

Задание 5. Из всех прямоугольников, площадь которых составляет 9 см^2 , найти прямоугольник с наименьшим периметром.

Задание 6.

Из квадратного листа картона со стороной a нужно сделать открытую сверху коробку прямоугольной формы, вырезав по краям квадраты и загнув образовавшиеся края (рис. 1). Какой должна быть высота коробки, чтобы ее объем был наибольшим?

Задание 7.

Равнобедренные треугольники описаны около квадрата со стороной a так, что одна сторона квадрата лежит на основании треугольника (рис. 2). Обозначая $BK = x$, найти такое значение x , при котором площадь треугольника наименьшая.

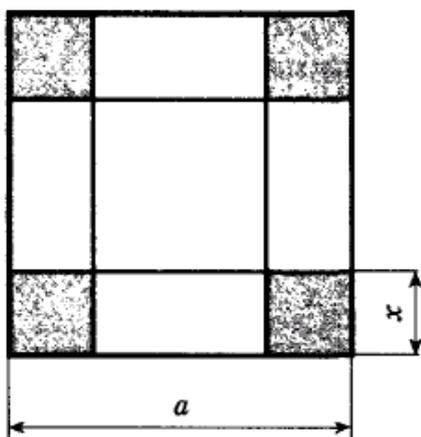


Рис. 1

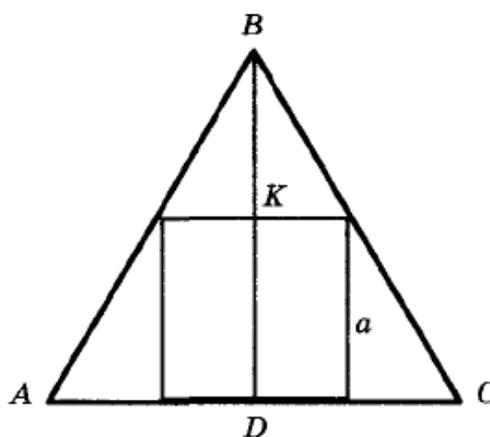


Рис. 2

Итог работы: отчет, защита работы.

Практическая работа № 23

Вторая производная, ее геометрический и физический смысл. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой и графиком

Цель: отработать навыки вычисления второй производной, вычисления производной при решении практических задач

Задание 1. Выполнить задания:

Найти $f''(x)$, если:

- 1) $f(x) = x^2 \cos x$;
- 2) $f(x) = x^3 \sin x$;
- 3) $f(x) = x^5 + 2x^3 - x^2 + 2$;
- 4) $f(x) = x^4 - 3x^3 + 5x + 6$.

Найти интервалы выпуклости вверх и интервалы выпуклости вниз функции $f(x)$, если:

- 1) $f(x) = (x + 1)^4$;
- 2) $f(x) = x^4 - 6x^2 + 4$;
- 3) $f(x) = (x^2 - 3x + 2)e^x$;
- 4) $f(x) = x^3 - 6x \ln x$.

Найти точки перегиба функции $f(x)$, если:

- 1) $f(x) = \cos x$, $-\pi < x < \pi$;
- 2) $f(x) = x^5 - 80x^2$;
- 3) $f(x) = 12x^3 - 24x^2 + 12x$;
- 4) $f(x) = \sin x - \frac{1}{2} \sin 2x$, $-\pi < x < \pi$.

Итог работы: решение в тетради, защита работы.

Практическая работа № 24

Применение определенного интеграла для нахождения площади криволинейной трапеции

Цель: отработать навыки вычисления определенного интеграла

Задание 1.

Найти площадь криволинейной трапеции, ограниченной прямыми $x = a$, $x = b$, осью Ox и графиком функции $y = f(x)$:

- 1) $a = 2$, $b = 4$, $f(x) = x^3$;
- 2) $a = 3$, $b = 4$, $f(x) = x^2$;
- 3) $a = -2$, $b = 1$, $f(x) = x^2 + 1$;
- 4) $a = 0$, $b = 2$, $f(x) = x^3 + 1$;
- 5) $a = \frac{\pi}{3}$, $b = \frac{2\pi}{3}$, $f(x) = \sin x$;
- 6) $a = -\frac{\pi}{6}$, $b = 0$, $f(x) = \cos x$.

Найти площадь фигуры, ограниченной осью Ox и параболой:

- 1) $y = 4 - x^2$;
- 2) $y = 1 - x^2$;
- 3) $y = -x^2 + 4x - 3$.

Итог работы: решение в тетради, защита работы.

Практическая работа № 25-26

Формула Ньютона – Лейбница.

Цель: отработать навыки вычисления определенного интеграла с помощью формулы Ньютона - Лейбница

Задание 1. Найти интеграл

$$\begin{array}{llll} \mathbf{1004} & 1) \int_0^1 x dx; & 2) \int_0^3 x^2 dx; & 3) \int_{-1}^2 3x^2 dx; & 4) \int_{-2}^3 2x dx; \\ & 5) \int_2^3 \frac{1}{x^2} dx; & 6) \int_1^2 \frac{1}{x^3} dx; & 7) \int_1^4 \sqrt{x} dx; & 8) \int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}} dx. \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \mathbf{1005} & 1) \int_1^e \frac{1}{x} dx; & 2) \int_0^{\ln 2} e^x dx; & 3) \int_{-\pi}^{2\pi} \cos x dx; \\ & 4) \int_{-2\pi}^{\pi} \sin x dx; & 5) \int_{-2\pi}^{\pi} \sin 2x dx; & 6) \int_{-3\pi}^0 \cos 3x dx. \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \mathbf{1006} & 1) \int_{-3}^2 (2x - 3) dx; & 2) \int_{-2}^{-1} (5 - 4x) dx; & 3) \int_{-1}^2 (1 - 3x^2) dx; \\ & 4) \int_{-1}^1 (x^2 + 1) dx; & 5) \int_0^2 (3x^2 - 4x + 5) dx. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \mathbf{1007} & 1) \int_0^4 (x - 3\sqrt{x}) dx; & 2) \int_1^9 \left(2x - \frac{3}{\sqrt{x}} \right) dx; \\ & 3) \int_0^2 e^{3x} dx; & 4) \int_1^3 2e^{2x} dx. \end{array}$$

Задание 2.

Найти площадь фигуры, ограниченной параболой $y = x^2$, $y = 2x - x^2$ и осью Ox .

Найти площадь S фигуры, ограниченной параболой $y = x^2$ и $y = 2x^2 - 1$.

Итог работы: решение в тетради, защита работы.

Практическая работа № 27

Примеры применения интеграла в физике и геометрии

Цель: рассмотреть задачи на применения интеграла в физике и геометрии

Задание 1. Решить задачи

Тело движется прямолинейно со скоростью $v(t)$ (м/с). Вычислить путь, пройденный телом за промежуток времени от $t = t_1$ до $t = t_2$:

1) $v(t) = 3t^2 + 1$, $t_1 = 0$, $t_2 = 4$;

2) $v(t) = 2t^2 + t$, $t_1 = 1$, $t_2 = 3$.

Скорость прямолинейно движущегося тела равна $v(t) = 4t - t^2$. Вычислить путь, пройденный телом от начала движения до остановки.

Решить дифференциальное уравнение:

1) $y' = 3 - 4x$; 2) $y' = 6x^2 - 8x + 1$;

3) $y' = 3e^{2x}$; 4) $y' = 4 \cos 2x$;

5) $y' = 3 \sin x$; 6) $y' = \cos x - \sin x$.

Найти решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее данному условию:

1) $y' = \sin x$, $y(0) = 0$;

2) $y' = 2 \cos x$, $y(\pi) = 1$;

3) $y' = 3x^2 + 4x - 1$, $y(1) = -2$;

4) $y' = 2 + 2x - 3x^2$, $y(-1) = 2$;

5) $y' = e^x$, $y(1) = 1$;

6) $y' = e^{-x}$, $y(0) = 2$.

Показать, что функция $y = C_1 \cos \omega x + C_2 \sin \omega x$ при любых значениях C_1 и C_2 является решением дифференциального уравнения $y'' + \omega^2 y = 0$.

Масса радия, равная 1 г, через 10 лет уменьшилась до 0,999 г. Через сколько лет масса радия уменьшится до 0,5 г?

Итог работы: решение задач в тетради, защита работы.

Практическая работа № 28

Рациональные, иррациональные, показательные и тригонометрические уравнения и системы

Цель: научиться решать рациональные, иррациональные, показательные и тригонометрические уравнения и системы

Задание 1. Решить уравнения

$$1) \sqrt{2x+7} = x+2; \quad 2) x = 2 - \sqrt{2x-5}.$$

$$1) 3^{x-7} = 81; \quad 2) 2^{x^2-5x-6,5} = \sqrt{2}; \quad 3) \left(\frac{1}{4} \cdot 4^x\right)^x = 2^{2x+6}.$$

$$1) 9^{5x} - 9^{5x-1} = 8; \quad 2) 2^{x+4} - 2^x = 120.$$

$$1) 5^{2x+5} \cdot 7^{3x+1} = 35^{\frac{1}{2}(5x+6)}; \quad 2) 0,2^{x^2} \cdot 5^{2x+2} = \left(\frac{1}{5}\right)^6.$$

$$1) 2,4^{3-2x} = 2,4^{3x-2}; \quad 2) \left(\frac{5}{3}\right)^x = \left(\frac{3}{5}\right)^{x-2}; \quad 3) \frac{1}{\sqrt{8}} = \left(\frac{1}{16}\right)^{-x}.$$

$$1) \left(\frac{4}{9}\right)^x \cdot \left(\frac{27}{8}\right)^{x-1} = \frac{2}{3}; \quad 2) \sqrt[3]{2^x} \cdot \sqrt[3]{3^x} = 216.$$

$$1) 5^{x-1} + 5^x + 5^{x+1} = 155;$$

$$2) 3^{2x} - 2 \cdot 3^{2x-1} - 2 \cdot 3^{2x-2} = 1;$$

$$3) 7^x - 7^{x-1} = 6;$$

$$4) 3^{x-2} + 3^x = 10.$$

$$1) 3^{2x} - 3^x = 72;$$

$$2) 4^x - 2^{x+1} = 48.$$

Итог работы: решение уравнений в тетради, защита работы.

Практическая работа № 29

Рациональные, иррациональные, показательные и тригонометрические уравнения и системы

Цель: научиться решать рациональные, иррациональные, показательные и тригонометрические уравнения и системы

Задание 1.

Решить уравнение:

$$1) 1 - \cos x = 2 \sin \frac{x}{2};$$

$$2) 1 + \cos x = 2 \cos \frac{x}{2};$$

$$3) 1 + \cos \frac{x}{2} = 2 \sin \left(\frac{x}{4} - \frac{3\pi}{2}\right);$$

$$4) 1 + \cos 8x = 2 \cos 4x;$$

$$5) 2 \sin^2 \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \sin 2x = 1;$$

$$6) 2 \cos^2 x - \frac{1}{2} \sin 4x = 1.$$

Решить уравнение:

1) $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1;$ 2) $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = 1;$

3) $\cos(x - \pi) = 0;$ 4) $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 1;$

5) $\sin(2x + 3\pi) \sin\left(3x + \frac{3\pi}{2}\right) - \sin 3x \cos 2x = -1;$

6) $\sin\left(5x - \frac{3\pi}{2}\right) \cos(2x + 4\pi) - \sin(5x + \pi) \sin 2x = 0.$

Итог работы: решения уравнений в тетради, защита работы.

Практическая работа № 30

Рациональные, иррациональные, показательные и тригонометрические неравенства.
Основные приемы их решения

Цель: научиться решать рациональные, иррациональные, показательные и тригонометрические неравенства

Задание 1. Решить неравенства

Уровень сложности 1

1) $x + 8 > 4 - 3x;$ 2) $3x + 1 - 2(3 + x) < 4x + 1.$

1) $\frac{4 - 3x}{8} - \frac{5 - 2x}{12} < 2;$ 2) $\frac{5x - 7}{6} - \frac{x + 2}{7} \geq 2.$

Уровень сложности 2.

1) $2,5^{1-x} > 2,5^{-3x};$ 2) $0,13^{x-4} \geq 0,13^{2-x};$

3) $\left(\frac{4}{3}\right)^{2x} \leq \left(\frac{3}{4}\right)^{x-1};$ 4) $3^{-4x} > \sqrt{3}.$

Уровень сложности 3

1) $|2x - 3| < x;$ 2) $|4 - x| > x;$
3) $|x^2 - 7x + 12| \leq 6;$ 4) $|x^2 - 3x - 4| > 6;$
5) $|2x^2 - x - 1| \geq 5;$ 6) $|3x^2 - x - 4| < 2.$

Уровень сложности 4.

1) $\cos(-3x) \geq \frac{\sqrt{3}}{2};$ 2) $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) < -\frac{1}{2}.$

Итог работы: решение неравенств в тетради, защита работы.

Практическая работа № 31

Метод интервалов.

Цель: отработать навыки решения уравнений и неравенств методом интервалов

Задание 1. Решить неравенства

1.
$$\frac{(x-1)(x+2)^4(x-3)^5(x+6)}{x^2(x-7)^3} \leq 0$$

2.
$$(x+1)^5(x+2)^4(x+7)^5(x-4)^9(x^3-1) < 0$$

3.
$$\frac{(x+5)(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{2})}{\left(x-\frac{3}{2}\right)\left(x+\frac{5}{4}\right)} < 0$$

Итог работы: решение неравенств, защита работы.

Практическая работа № 32

Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их системами.

Цель: отработать навыки изображения на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем

Задание 1. Изобразить на координатной плоскости множество решений уравнений

$$(x-7)|(y+3)=0$$

Задание 2. Изобразить на координатной плоскости множество решений уравнений

$$x^2-2y-2=0$$

Задание 3. Изобразить на координатной плоскости множество решений уравнений

$$(x+3)^2+(y-4)^2=16$$

Итог работы: решение в тетради, защита работы.

Практическая работа № 33

Задачи на подсчет числа размещений, перестановок, сочетаний.

Цель: отработать навыки на подсчет числа размещений, перестановок, сочетаний

Задание 1. Решить задачи

Задача 1. Сколькими способами можно составить расписание на один день, если в этот день предусмотрено 6 уроков по 6 разным предметам?

Задача 2. Сколькими различными способами можно разместить на скамейке 10 человек?

Задача 3. Сколько слов можно получить, переставляя буквы в слове Гора?

Задача 4. Сколькими способами можно расставить 8 участников финального забега на восьми беговых дорожках?

Задача 5*. Сколько различных шестизначных чисел, кратных 5, можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6 при условии, что цифры в числе не повторяются?

Задача 6. Имеется 5 книг и одна полка, такая что на ней вмещается лишь 3 книги.

Сколькими способами можно расставить на полке 3 книги?

Итог работы: решение задач, защита работы.

Практическая работа № 34

События, вероятность события, сложение и умножение вероятностей.

Цель: отработать навыки решения задач на перебор вариантов

Задание 1. Вычислить

$$\frac{10! - 8!}{89}$$

89

Задание 2. Найти число размещений из 10 элементов по 4.

Задание 3. Решить уравнение: $A_n^4 P_{n-4} = 42P_{n-2}$

Задание 4. Решить задачу:

Сколькими способами можно составить список из 10 человек?

Сколькими способами из 15 рабочих можно создать бригады по 5 человек в каждой?
30 учащихся обменялись друг с другом фотокарточками. Сколько всего было роздано фотокарточек?

Итог работы: решение заданий 1-4 в тетради, защита работы.

Практическая работа № 35

Геометрическое преобразование пространства: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости.

Цель: отработать навыки геометрического преобразования пространства.

Задание 1. Составить уравнение плоскости, которая проходит:

- 1) через точку $M_1(2; -3; 3)$ параллельно плоскости Oxy ;
- 2) через точку $M_2(1; -2; 4)$ параллельно плоскости Oxz ;
- 3) через точку $M_3(-5; 2; -1)$ параллельно плоскости Oyz .

Задание 2. Составить уравнение плоскости, которая проходит:

- 1) через ось Ox и точку $M_1(4; -1; 2)$;
- 2) через ось Oy и точку $M_2(1; 4; -3)$;
- 3) через ось Oz и точку $M_3(3; -4; 7)$.

Задание 3. Составить уравнение плоскости, которая проходит:

- 1) через точки $M_1(7; 2; -3)$ и $M_2(5; 6; -4)$ параллельно оси Ox ;
- 2) через точки $P_1(2; -1; 1)$ и $P_2(3; 1; 2)$ параллельно оси Oy ;
- 3) через точки $Q_1(3; -2; 5)$ и $Q_2(2; 3; 1)$ параллельно оси Oz .

Итог работы: решение упражнений в тетради, защита работы.

Практическая работа № 36

Сечения куба, призмы и пирамиды.

Цель: научиться решать задачи с сечением куба, призмы и пирамиды

Задание 1. Решить задачи

Задача 1. Построить сечение куба плоскостью, проходящей через точки $A_1, M \in B_1C_1$ и $N \in DD_1$ и найти линию пересечения секущей плоскости с плоскостью нижнего основания куба.

Задача 2. Построить сечение куба плоскостью, проходящей через точки: $M \in A_1B_1$; $N \in B_1C_1$ и $K \in DD_1$.

Задача 3. Построить сечение куба плоскостью, проходящей через точки $M \in D_1C_1$, $N \in CC_1$ и $K \in AA_1$.

Задача 4. Построить сечение куба плоскостью, проходящей через точки: $M \in$ грани $A_1B_1C_1D_1$; $N \in DD_1$ и $K \in AD$.

Задача 5. Построить сечение треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью, проходящей через точки: $M \in AC$; $N \in CC_1$; $K \in BB_1$.

Задача 6. Построить сечение куба плоскостью, проходящей через точки: $M \in AA_1$; $N \in B_1C_1$; $K \in DC$. (Точки M , N и K лежат на скрещивающихся ребрах).

Задача 7. Построить сечение куба плоскостью, проходящей через точки: $M \in AA_1D_1D$; $N \in A_1B_1C_1D_1$; $K \in DDC_1C$.

Итог работы: решение задач в тетради, защита работы.

Практическая работа № 37

Осевые сечения и сечения, параллельные основанию

Цель: научиться решать задачи с осевым сечением и сечением, параллельным основанию

Задание 1. Решить задачи

Задача 1. Осевое сечение конуса – прямоугольный треугольник. Найти площадь этого сечения, если радиус основания конуса равен 5 см.

Задача 2. Высота конуса равна 8, а длина образующей — 10. Найдите площадь осевого сечения этого конуса

Задача 3. Найдите площадь сечения, если радиус цилиндра равен 2см, а высота цилиндра равна 3см.

Задача 4. В цилиндре проведено сечение через две образующие. Высота цилиндра H , радиус r . Сечение отсекает от направляющей дугу в 60° . Найдите площадь сечения.

Итог работы: решение задач в тетради, защита работы.

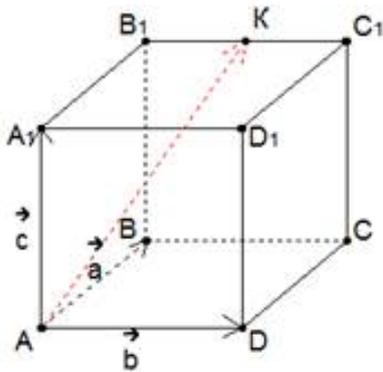
Практическая работа № 41

Разложение вектора по направлениям

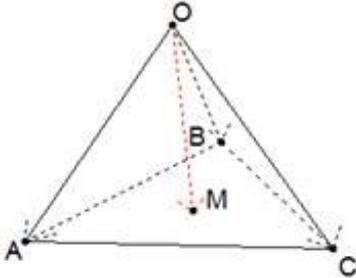
Цель: научиться решать задачи с разложением вектора по направлениям

Задание 1. Решить задачи

1. Дан куб $ABCA_1B_1C_1D_1$ с ребром m . Точка K – середина ребра B_1C_1 . Разложить вектор \overrightarrow{AK} по векторам $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$, $\vec{c} = \overrightarrow{AA_1}$.



2. Задан треугольник ABC. Точка M – точка пересечения медиан. Точка O – произвольная точка пространства. Разложить вектор \overrightarrow{OM} по векторам $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ и $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$. (рис. 1)



3. Дан $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – параллелепипед. Точки K и T – середины ребер BC и $D_1 C_1$ соответственно. Разложите векторы: а) \overrightarrow{AC} ; б) \overrightarrow{AK} ; в) \overrightarrow{CT} ; г) $\overrightarrow{CA_1}$
4. Дан ABCD – тетраэдр. Точка M – точка пересечения медиан треугольника ABC, причем $\overrightarrow{DA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{DC} = \vec{c}$. Разложите векторы: а) \overrightarrow{DM} ; б) \overrightarrow{AB} ; в) \overrightarrow{AM} по векторам: $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.
5. Дан $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – параллелепипед. Причем $AK:KB=3:2$, $A_1T:TD_1=1:4$. Разложите векторы: а) \overrightarrow{AK} ; б) \overrightarrow{AT} ; в) \overrightarrow{AC} ; г) \overrightarrow{DT} ; д) \overrightarrow{DK} ; е) $\overrightarrow{AC_1}$; ж) \overrightarrow{KT} по векторам $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA_1}$.
6. Дан ABCD – тетраэдр. Точка T – середина ребра CB, H – точка пересечения медиан треугольника ABC. Разложите векторы: а) \overrightarrow{DT} ; б) \overrightarrow{AT} ; в) \overrightarrow{CH} по векторам: $\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}$.

Задание 2. Ответьте на вопросы

1. Дайте определение вектора.
2. Дайте определение нулевого вектора.
3. Дайте определение длины вектора.
4. Дайте определение коллинеарных векторов.
5. Сформулируйте правило треугольника для сложения векторов.
6. Сформулируйте правило параллелограмма для сложения векторов.
7. Дайте определение разности векторов.
8. Дайте определение умножению вектора на число.
9. Дайте определение компланарных векторов.
10. Сформулируйте признак компланарности трех векторов.

Итог работы: решение задач, ответы на вопросы в тетради, защита работы.

4. ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

4.1. Печатные издания:

Основные:

О-1. Башмаков М.И. Математика: учеб. для студ. учреждений сред. проф. образования / М. И. Башмаков. — 7-е изд., стер. — М.: Издательский центр «Академия», 2020. — 256 с.

Дополнительные:

Д-1 Алимов Ш.А. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. — М.: 2012

4.2. Электронные ресурсы

1. <http://school-collection.edu.ru> – Электронный учебник «Математика в школе, XXI век».
2. <http://fcior.edu.ru> - информационные, тренировочные и контрольные материалы.
3. www.school-collection.edu.ru – Единая коллекции Цифровых образовательных ресурсов

**5. ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ, ВНЕСЕННЫХ В
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

| № изменения, дата внесения, № страницы с изменением | |
|--|--------------|
| Было | Стало |
| Основание: | |
| Подпись лица, внесшего изменения | |