ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ИРКУТСКОЙ ОБЛАСТИ «ЧЕРЕМХОВСКИЙ ГОРНОТЕХНИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ ИМ. М.И. ШАДОВА»

Утверждаю:
Директор ГБПОУ «ЧГТК
им. М.И. Щадова»
С.Н. Сычев
21 июня 2023 г.

КОМПЛЕКТ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по учебной дисциплине

ОУД.07 Математика

**общеобразовательного цикла
программы подготовки специалистов среднего звена**

по специальности СПО

23.02.01Организация перевозок и управление на транспорте (по видам)

Черемхово, 2023

Комплект контрольно-оценочных средств разработан в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины **Математика,** с учетом требований ФГОС СОО и ФГОС СПО по специальности 23.02.01Организация перевозок и управление на транспорте (по видам)

Разработчик(и): Окладникова Татьяна Викторовна, преподаватель(и) ГБПОУ «ЧГТК им. М.И. Щадова»

Одобрено на заседании цикловой комиссии:

«Информатики и ВТ»

Протокол №10 от «06» июня 2023 г.

Председатель ЦК: Д.В. Чипиштанова

Одобрено Методическим советом колледжа

Протокол №5 от «07» июнь 2023 г.

Председатель МС: Власова Т.В.

СОДЕРЖАНИЕ

1. ПАСПОРТ КОМПЛЕКТА КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Освоение содержания учебной дисциплины **Математика** обеспечивает достижение студентами **дисциплинарных (предметных) результатов обучения**[1], регламентированные ФГОС СОО с учетом ФГОС СПО по специальности 23.02.01Организация перевозок и управление на транспорте (по видам)**:**

-владеть методами доказательств, алгоритмами решения задач;

-умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

-уметь оперировать понятиями: степень числа, логарифм числа; умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений;

- уметь оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы;

- умение строить графики изученных функций, использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами;

- уметь оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем, рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения, неравенства и системы;

-уметь решать уравнения, неравенства и системы различных приемов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни;

- уметь свободно оперировать понятиями: движение, параллельный перенос, симметрия на плоскости и в пространстве, поворот., преобразование подобия, подобные фигуры;

-уметь распознавать равные и подобные фигуры, в том числе в природе, искусстве, архитектуре; уметь использовать геометрические отношения, находить геометрические величины (длина, угол, площадь, объем) при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни.

- уметь оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, сечения фигуры вращения, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, площадь сферы, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение изображать многогранники и поверхности вращения, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств; уметь распознавать симметрию пространстве;

- уметь распознавать правильные многогранники;

- уметь оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, скалярное произведение, угол между векторами, сумма векторов, произведение вектора на число; находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками

-уметь оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; уметь вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач; оценивать вероятности реальных событий; знакомство со случайными величинами; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях;

- уметь свободно оперировать понятиями: степень с целым показателем, корень натуральной степени, степень с рациональным показателем, степень с действительным (вещественным) показателем, логарифм числа, синус, косинус и тангенс произвольного числа;

- уметь свободно оперировать понятиями: график функции, обратная функция, композиция функций, линейная функция, квадратичная функция, степенная функция с целым показателем, тригонометрические функции, обратные тригонометрические функции, показательная и логарифмическая функции; уметь строить графики функций, выполнять преобразования графиков функций;

- уметь использовать графики функций для изучения процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами;

- свободно оперировать понятиями: четность функции, периодичность функции, ограниченность функции, монотонность функции, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; уметь проводить исследование функции;

- уметь использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами; изображать на координатной плоскости множества решений уравнений, неравенств и их систем.

В результате освоения учебной дисциплины «**Математика»** обучающиеся должны обладать предусмотренными ФГОС СПО специальности 23.02.01 Организация перевозок и управление на транспорте (по видам) общими и профессиональными компетенциями[2]:

0К01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности

ОК 03. Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях

ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста

ОК О6. Проявлять гражданско патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных общечеловеческих ценностей,

в том числе с учетом гармонизации межнациональных и межрелигиозных отношении, применять стандарты антикоррупционного поведения

ОК 07. Содействовать сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, применять знания об изменении климата, принципы бережливого производства, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

ПК 2.1. Организовывать работу персонала по планированию и организации перевозочного процесса.

Учебным планом предусмотрена промежуточная аттестация по учебной дисциплине **Математика** в форме экзамена

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Комплексная проверка результатов освоения учебной дисциплины **Математика** и динамики формирования общих и профессиональных компетенций осуществляется посредством текущего контроля и промежуточной аттестации.

Контроль и оценка результатов освоения учебной дисциплины

Коды общих (ОК) и профессиональных (ПК) компетенций	**Виды деятельности обучающихся**[3]	**Формы, методы, средства контроля**	
		Текущий контроль[4]	**Промежуточная аттестация**[5]
Раздел 1. Повторение курса математики основной школы			
ОК 01-ОК 07 *ПК 2.1*	- Ознакомление с ролью математики в науке, технике, экономике, информационных технологиях и практической деятельности. - Ознакомление с целями и задачами изучения математики при освоении профессий СПО и специальностей СПО.	Вводный контроль: Тестовое задание	Экзамен
Раздел 2. Основы тригонометрии			
ОК 01-ОК 07 *ПК 2.1*	- изучить радианный метод измерения углов вращения и их связь с градусной мерой. Изображать углы вращения на окружности, соотносить величину угла с его расположением. -формулировать определения тригонометрических функций для углов поворота и для острых углов прямоугольного треугольника и объяснять их взаимосвязь. изучить основные формулы	Выполнение практических работ Решение задач	Экзамен

[3] Указываются дисциплинарные (предметные) результаты из примерного фонда оценочных средств по учебной дисциплине для конкретного раздела

[4] Указываются виды текущего контроля: вводный контроль, контрольная работа, устный опрос, тестирование, практические (лабораторные) занятия и др.

[5] Указывается форма промежуточной аттестации (экзамен, дифференцированный зачет, зачет) в соответствии с учебным планом

	тригонометрии: формулы сложения, удвоения, преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму и применять при вычислении значения тригонометрического выражения и упрощения его. - ознакомиться со свойствами симметрии точек на единичной окружности и применять их для вывода формул приведения.		
Раздел 3. Функции, их свойства и графики			
ОК 01-ОК 07 *ПК 2.1*	-ознакомиться с понятием переменной, примерами зависимостей между переменными. -ознакомиться с понятием графика, определять принадлежность точки графику функции. По формуле простейшей зависимости определять вид ее графика. Выражать по формуле одну переменную через другие. -ознакомиться с определением функции, формулировать его. Находить область определения и область значений функции. -ознакомиться с примерами функциональных зависимостей в реальных процессах из смежных дисциплин. -ознакомиться с доказательными рассуждениями некоторых свойств линейной и квадратичной функций, проводить исследование линейной, кусочно-линейной, дробно – линейной и квадратичной функций, строить их графики. Строить и читать графики	Выполнение практических работ Решение задач	Экзамен

	функций. Исследовать функции. -составлять вид функции по данному условию, решать задачи на экстремум. -выполнять преобразования графика функции.		
Раздел 4. Начала математического анализа			
ОК 01-ОК 07 *ПК 2.1*	-ознакомиться с понятием числовой последовательности, способами ее задания, вычислениями ее членов. -ознакомиться с понятием предела последовательности. -ознакомиться с вычислением суммы бесконечного числового ряда на примере вычисления суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии. -решать задачи на применение формулы суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.	Выполнение практических работ Решение задач	Экзамен
Раздел 5. Уравнения и неравенства			
ОК 01-ОК 07 *ПК 2.1*	-ознакомиться с простейшими сведениями о корнях алгебраических уравнений, с понятиями исследования уравнений и систем уравнений. -изучить теорию равносильности уравнений и ее применение. Повторить запись решения стандартных уравнений, приемы преобразования уравнений для сведения к стандартному уравнению. -решать рациональные, иррациональные, показательные и тригонометрические уравнения и системы.	Выполнение практических работ Решение задач	Экзамен
Раздел 6. Элементы комбинаторики, теории вероятности и статистики			
ОК 01-ОК 07	-изучить правила комбинаторики и	Выполнение практических	Экзамен

ПК 2.1	применять при решении комбинаторных задач. -решать комбинаторные задачи методом перебора и по правилу умножения. -ознакомиться с понятиями комбинаторики: размещениями, сочетаниями и перестановками и формулами для их вычисления. -объяснять и применять формулы для вычисления размещений, перестановок и сочетаний при решении задач. -ознакомиться с биномом Ньютона и треугольником Паскаля. -решать практические задачи с использованием понятий и правил комбинаторики.	работ Решение задач	
Раздел 7. Геометрия			
ОК 01-ОК 07 *ПК 2.1*	-формулировать и приводить доказательства признаков взаимного расположения прямых и плоскостей. Распознавать на чертежах и моделях различные случаи взаимного расположения прямых и плоскостей, аргументировать свои суждения. -формулировать определения, признаки и свойства параллельных и перпендикулярных плоскостей, двугранных и линейных углов. -выполнять построения углов между прямыми, прямой и плоскостью, между плоскостями по описанию и распознавать их на моделях. -применять признаки и свойства расположения прямых и плоскостей при	Выполнение практических работ Решение задач	Экзамен

	решении задач. Изображать на рисунках и конструировать на моделях перпендикуляры и наклонные к плоскости, прямые, параллельные плоскости, углы между прямой и плоскостью и обосновывать построение. -решать задачи на вычисление геометрических величин. Описывать расстояние от точки до плоскости, от прямой до плоскости, между плоскостями, между скрещивающими прямыми, между произвольными фигурами в пространстве. -формулировать и доказывать основные теоремы о расстояниях (теоремы существования, свойства). -изображать на чертежах и моделях расстояния и обосновывать свои суждения. Определять и вычислять расстояния в пространстве. Применять формулы и теоремы планиметрии для решения задач. -знакомиться с понятием параллельного проектирования и его свойствами. Формулировать теорему о площади ортогональной проекции многоугольника. -применять теорию для обоснования построений и вычислений. Аргументировать свои суждения о взаимном расположении пространственных фигур.		
Раздел 8. Повторение			
ОК 01-ОК 07 *ПК 2.1*	-ознакомиться с понятием вектора -изучить декартову систему координат в пространстве, строить по заданным координатам точки и плоскости, находить	Выполнение практической работы Решение задач	Экзамен

	координаты точек. -находить уравнения окружности, сферы, плоскости. Вычислять расстояния между точками. -изучить свойства векторных величин, правила разложения векторов в трехмерном пространстве, правила нахождения координат вектора в пространстве, правила действий с векторами, заданными координатами. -применять теорию при решении задач на действия с векторами. Изучить скалярное произведение векторов, векторное уравнение прямой и плоскости. Применять теорию при решении задач на действия с векторами, на координатный метод, на применение векторов для вычисления величин углов и расстояний. -ознакомиться с доказательствами теорем стереометрии о взаимном расположении прямых и плоскостей с использованием векторов.		

3. ФОРМЫ И МЕТОДЫ ОЦЕНИВАНИЯ

Формы **текущего контроля** соответствуют рабочей программе учебной дисциплины и планам (технологическим картам) учебных занятий по указанному разделу, теме. Одной из форм текущего контроля, позволяющей выявить умения применять полученные знания на практике являются **практические (лабораторные) занятия.** Содержание практических (лабораторных) занятий, критерии их оценки представлены в методических указаниях по практических (лабораторным) занятиям. Также формами текущего контроля являются: входной контроль, контрольная работа, тестирование, устный опрос и др.

Формой **промежуточной аттестации** является экзамен.

4. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ВХОДНОГО КОНТРОЛЯ

Входной контроль состоит из заданий, взятых из открытого банка ОГЭ (основного государственного экзамена) и ВПР (всероссийской проверочной работы) по предмету «**Математика».**

Содержание входного контроля: состоит из 2 вариантов. Каждый вариант включает 15 тестовых заданий по разделам: алгебра, геометрия, реальная математика.

Требования к выполнению входного контроля: Ответом на каждое задание служит целое число или десятичная дробь. На выполнение контрольной работы отводится 45 минут.

По результатам работы каждому учащемуся выставляется оценка по математике.

Система оценивания результатов входного контроля:

Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

14-15 баллов выставляется оценка «5»

10 – 13 баллов выставляется оценка «4»

7-9 баллов выставляется оценка «3»

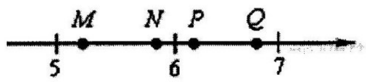
Менее 7 баллов выставляется оценка «2»

Задания входного контроля:

Вариант 1.

Задание 1. Найдите значение выражения $\frac{5,6}{1,9-7,5}$.

Задание 2. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу $\sqrt{37}$. Какая это точка?



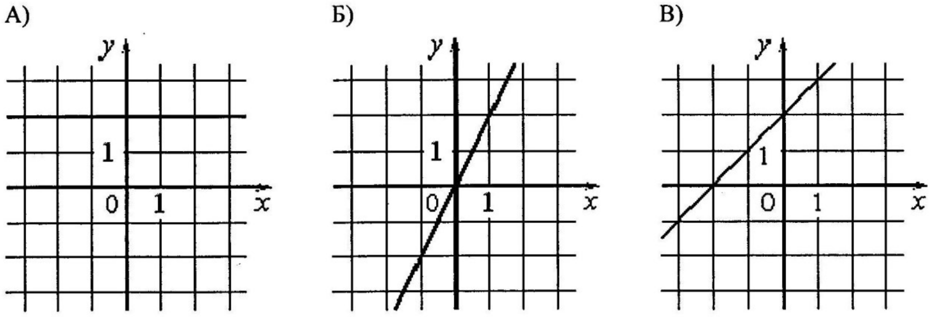
Задание 3. В каком случае числа расположены в порядке возрастания?
В ответе укажите номер правильного варианта.

1) $6; 2\sqrt{5}; 5\sqrt{2}$
2) $2\sqrt{5}; 6; 5\sqrt{2}$
3) $5\sqrt{2}; 6; 2\sqrt{5}$
4) $2\sqrt{5}; 5\sqrt{2}; 6$

Задание 4. Поступивший в продажу в январе мобильный телефон стоил 3000 рублей. В апреле он стал стоить 2160 рублей. На сколько процентов снизилась цена на мобильный телефон в период с января по апрель?

Задание 5. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

А) Б) В)



1) $y = 2x$
2) $y = -2x$
3) $y = x + 2$
4) $y = 2$

Ответ укажите в виде последовательности цифр без пробелов и запятых в указанном порядке.

А	Б	В

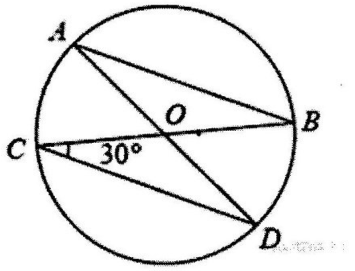
Задание 6. Арифметическая прогрессия задана условиями: $a_1 = 0,9, a_{n+1} = a_n + 1,1$.
Найдите сумму первых 11 её членов.

Задание 7. Упростите выражение $(a-3)^2 - a(5a-6)$ и найдите его значение при $a = -\frac{1}{2}$. В ответе запишите найденное значение.

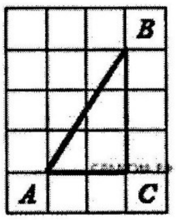
Задание 8. Решите неравенство $19 - 7x > 20 - 3(x-5)$.

Задание 9. Сколько потребуется кафельных плиток квадратной формы со стороной 20 см, чтобы облицевать ими стену, имеющую форму прямоугольника со сторонами 3,4 м и 4,6 м?

Задание 10. В окружности с центром в точке *O* проведены диаметры *AD* и *BC*, угол *OCD* равен 30°. Найдите величину угла *OAB*.



Задание 11. Найдите тангенс угла A треугольника ABC, изображённого на рисунке.



Задание 12. Укажите номера неверных утверждений.

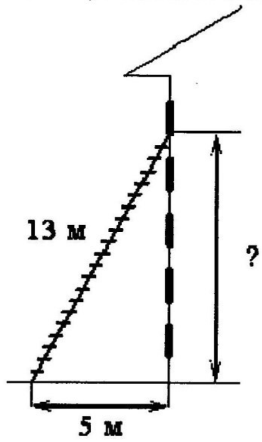
1) При пересечении двух параллельных прямых третьей прямой сумма накрест лежащих углов равна 180°.
2) Диагонали ромба перпендикулярны.
3) Центром окружности, описанной около треугольника, является точка пересечения его биссектрис.

Задание 13. В таблице представлены нормативы по технике чтения в 3 классе.

Отметка	Количество прочитанных слов минуту	
	Первое полугодие	Второе полугодие
«2»	59 и менее	69 и менее
«3»	60 – 69	70 — 79
«4»	70 – 79	80 — 89
«5»	89 и более	99 и более

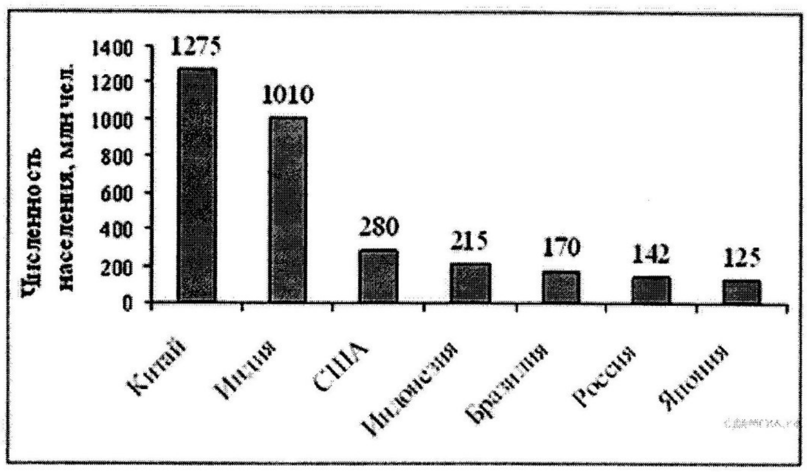
Какую отметку получит третьеклассник, прочитавший в апреле 68 слов за минуту?

Задание 14. Пожарную лестницу длиной 13 м приставили к окну пятого этажа дома. Нижний конец лестницы отстоит от стены на 5 м. На какой высоте расположено окно?



Задание 15. На диаграмме представлены некоторые из крупнейших по численности населения стран мира.

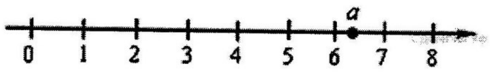
Численность населения какого государства примерно в 6 раз меньше численности населения Индии? В ответе напишите численность населения этой страны в млн чел.



Вариант2

Задание 1. Найдите значение выражения: $400 \cdot 0{,}004 \cdot 40$.

Задание 2. На координатной прямой отмечено число a.



Какое из утверждений относительно этого числа является верным?
В ответе укажите номер правильного варианта.

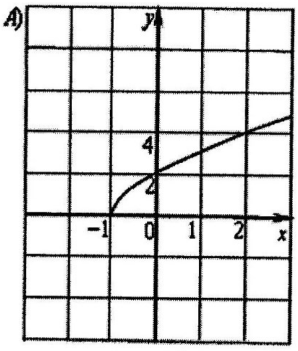
1) $-a > -6$
2) $9 - a < 0$
3) $\frac{1}{a} > 0$
4) $a - 8 > 0$

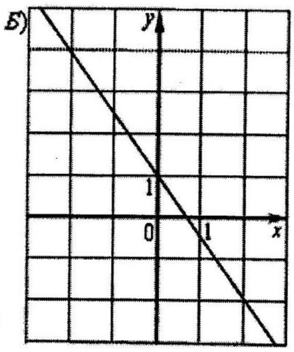
Задание 3. Представьте выражение $\frac{1}{x^5} \cdot \frac{1}{x^9}$ в виде степени с основанием x.
В ответе укажите номер правильного варианта.

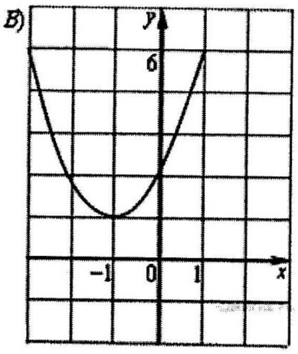
1) x^{14}
2) x^{54}
3) x^{-45}
4) x^{-14}

Задание 4. Для экзамена подготовили билеты с номерами от 1 до 25. Какова вероятность того, что наугад взятый учеником билет имеет номер, являющийся двузначным числом?

Задание 5. Укажите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.







1) $y = (x+1)^2 + 2$
2) $y = 1 - 2x$
3) $y = \sqrt{5x+5}$
4) $y = \sqrt{5x-5}$

Ответ укажите в виде последовательности цифр без пробелов и запятых в указанном порядке.

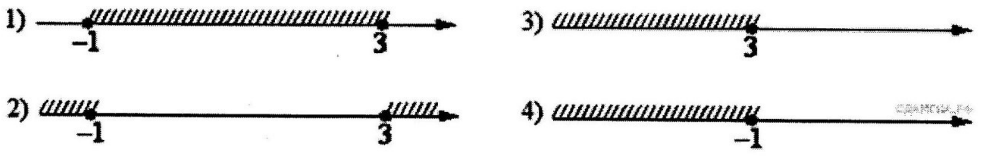
А	Б	В

Задание 6. Даны пятнадцать чисел, первое из которых равно 6, а каждое следующее больше предыдущего на 4. Найти пятнадцатое из данных чисел.

Задание 7. Упростите выражение $\frac{4a}{a+b} \cdot \frac{ab+b^2}{16a}$ и найдите его значение при $a = 9{,}2;\ b = 18$. В ответе запишите найденное значение.

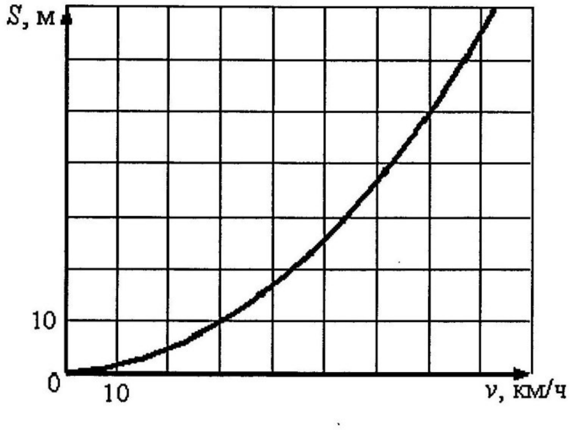
Задание 8. На каком рисунке изображено множество решений неравенства $x^2 - 2x - 3 \leq 0$?

В ответе укажите номер правильного варианта.

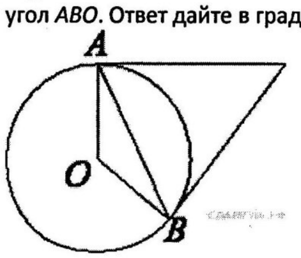


1) 1
2) 2
3) 3
4) 4

Задание 9. При резком торможении расстояние, пройденное автомобилем до полной остановки (тормозной путь), зависит от скорости, с которой автомобиль двигался. На рисунке показан график этой зависимости. По горизонтальной оси откладывается скорость (в км/ч), по вертикальной – тормозной путь (в метрах). Определите по графику, каким будет тормозной путь автомобиля, который двигается со скоростью 70 км/ч. Ответ дайте в метрах.



Задание 10. Касательные в точках *A* и *B* к окружности с центром *O* пересекаются под углом 24°. Найдите угол *ABO*. Ответ дайте в градусах.



Задание 11. Основания трапеции равны 10 и 11. Найдите бо́льший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.

Задание 12. Какие из следующих утверждений верны?

1) Любые два прямоугольных треугольника подобны.
2) Если катет и гипотенуза прямоугольного треугольника равны соответственно 6 и 10, то второй катет этого треугольника равен 8.
3) Стороны треугольника пропорциональны косинусам противолежащих углов.
4) Квадрат любой стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними.

Задание 13. Для квартиры площадью 75 кв. м заказан натяжной потолок белого цвета. Стоимость работ по установке натяжных потолков приведена в таблице.

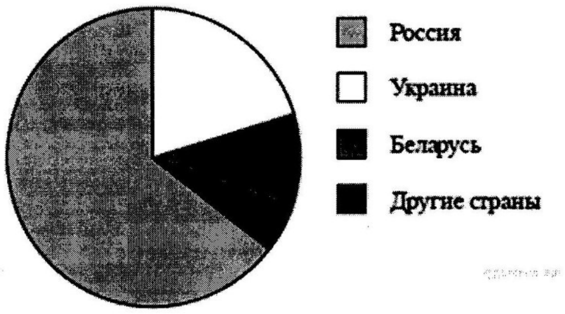
Цвет потолка	Цена в рублях за 1 $м^2$ (в зависмости от площали помещения)			
	до 10 $м^2$	от 11 до 30 $м^2$	от 31 до 60 $м^2$	свыше 60 $м^2$
белый	1200	1000	800	600
цветной	1350	1150	950	750

Какова стоимость заказа, если действует сезонная скидка в 5%?
В ответе укажите номер правильного варианта.

1) 4275 рублей
2) 45 000 рублей
3) 42 750 рублей
4) 44 995 рублей

Задание 14. Государству принадлежит 60% акций предприятия, остальные акции принадлежат частным лицам. Общая прибыль предприятия после уплаты налогов за год составила 40 млн. р. Какая сумма из этой прибыли должна пойти на выплату частным акционерам?

Задание 15. На диаграмме представлено распределение количества пользователей некоторой социальной сети по странам мира. Всего в этой социальной сети 9 млн пользователей.



Какое из следующих утверждений **неверно**?

1) Пользователей из Беларуси меньше, чем пользователей из Украины.
2) Пользователей из России больше 4 миллионов.
3) Пользователей из Украины больше четверти общего числа пользователей.
4) Пользователей из Беларуси больше, чем пользователей из Финляндии.

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ключи к контрольно-оценочным средствам для входного контроля:

Вариант 1		Вариант 2	
1	-1	1	64
2	Р	2	3
3	2	3	4
4	28	4	0,64
5	АБВ 413	5	АБВ 421
6	7,04	6	62
7	8	7	4,5
8	x<-4	8	1
9	391	9	50
10	30	10	12
11	1,5	11	5,5
12	13	12	24
13	2	13	3
14	12	14	16
15	170	15	3

5. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

Текущий контроль проводится во время учебных занятий по дисциплине **«Математика»** в соответствии с учебным планом по всем разделам программы.

Содержание текущего контроля: решение задач по разделам

Требования к текущему контролю: На выполнение текущего контроля по разделам отводится от 45 минут до 90 минут.

По результатам работы каждому учащемуся выставляется оценка по математике.

Система оценивания результатов текущего контроля: индивидуальная для каждого раздела, находится после вариантов заданий по каждому разделу.

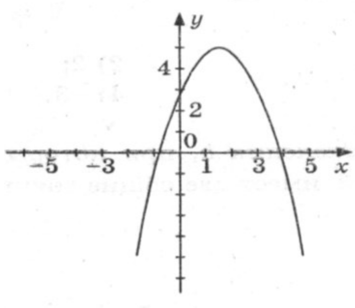
Раздел 1. Повторение курса математики основной школы

Вариант 1

А1. Среди данных чисел найти наибольшее.

1) $\sqrt[5]{36}$;   2) $(-2{,}5)^3$;   3) $1{,}4^2$;   4) $\sqrt{3{,}99}$.

А3. На рисунке изображен график функции $y = ax^2 + bx + c$. Какому из указанных условий соответствует этот график?



1) $a \succ 0, c \succ 0$;   2) $a \succ 0, c \prec 0$;   3) $a \prec 0, c \succ 0$;   4) $a \prec 0, c \prec 0$.

А4. Указать множество значений функции $f(x) = 4x^2 + 8x + 5$.

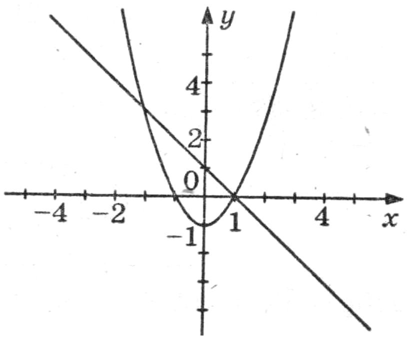
1) $(-\infty;-1]$;   2) $(-\infty;+\infty)$;   3) $[1;+\infty)$;   4) $(-\infty;1]$.

А5. Решить систему неравенств $\begin{cases} x^2 \succ 9, \\ x - 4 \prec 0. \end{cases}$

1) $(-\infty;3),(3;4)$;   2) $(3;4)$;   3) $(-3;4)$;   4) $(3;+\infty)$.

А6. Для решения системы двух уравнений ученик 9 класса верно построил параболу и прямую. Какую систему он решал?

1) $\begin{cases} y = x^2 - 1, \\ y = -x + 1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y = x^2 + 1, \\ y = -x + 1; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} y = -x^2 - 1, \\ y = -x - 1; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} y = -x^2 - 1, \\ y = -x + 1. \end{cases}$



А7. При каком целом значении a можно сократить дробь $\dfrac{2x^2 + 5x - 3}{x + a}$?

1) 1;   2) 2;   3) 3;   4) -3.

Часть В.

В1. Упростить выражение $\left(\dfrac{a-1}{a^2 - a} - \dfrac{a}{a^2 - 1} \right) : \dfrac{2-a}{a^2 + a} - \dfrac{1}{1-a}$

Решение:

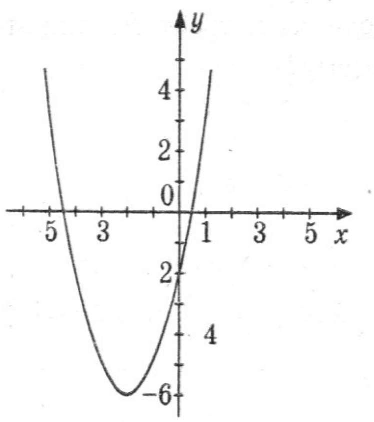
Ответ:_________________________

Вариант 2.

А1. Среди данных чисел найти наименьшее:

1) $\sqrt{4{,}4}$; 2) $(-1{,}5)^2$; 3) $\sqrt[5]{-32}$; 4) $\left(-\frac{3}{5}\right)^1$.

А3. На рисунке изображен график функции $y = ax^2 + bx + c$. Какому из указанных условий соответствует этот график?



1) $a \succ 0, c \succ 0$; 2) $a \succ 0, c \prec 0$;

3) $a \prec 0, c \succ 0$; 4) $a \prec 0, c \prec 0$.

А4. Указать множество значений функции $f(x) = -3x^2 + 18x - 24$.

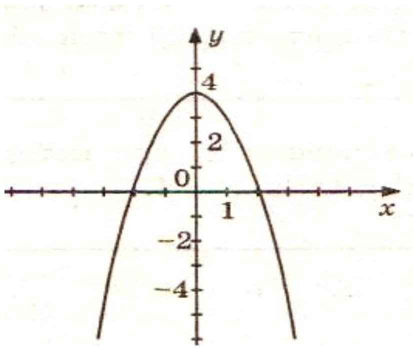
1) $(-\infty;-3)$; 2) $(-\infty;+\infty)$; 3) $(-\infty;3]$; 4) $[3;+\infty)$.

А5. Решить систему неравенств $\begin{cases} x^2 \prec 1, \\ x + 2 \succ 0. \end{cases}$

1) $(-2;1)$; 2) $(-1;1)$; 3) $(-\infty;1)$; 4) $(-2;+\infty)$.

А6. Для решения системы двух уравнений ученик 9 класса верно построил параболу и прямую. Какую систему он решал?

1) $\begin{cases} y = -x^2 - 2, \\ y = x + 2; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y = x^2 + 4, \\ y = -x + 2; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} y = -x^2 + 4, \\ y = -x + 2; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} y = x^2 - 4, \\ y = -x. \end{cases}$



А7. При каком целом значении m можно сократить дробь $\frac{4x^2 + 3x - 1}{x + m}$?

1) -4; 2) -1; 3)1; 4) 4.

Часть В.

В1. Упростить выражение $\left(\frac{1}{x-y} - \frac{x}{xy - y^2}\right) * \left(\frac{y^2}{x^3 - xy^2} - \frac{y}{x^2 - xy}\right)$.

Решение:

Ответ:____________________________________

Система оценивания работы
За верно выполненное задание – 1 балл
За верно выполненное задание 2 части – от 0 да 3 баллов
Максимальное количество баллов – 10.

Отметка «5»	9-10 баллов
Отметка «4»	6-8 баллов
Отметка «3»	4-5 баллов
Отметка «2»	Ниже 4 баллов

Раздел 2. Основы тригонометрии

Вариант № 1.

1. Выразите в радианах: а) 10°; б) 210°.
2. Выразите в градусах: а) $\frac{\pi}{15}$; б) $\frac{7\pi}{9}$.
3. Вычислить значение каждой из тригонометрических функций, если: $Sin\alpha = \frac{12}{13}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.
4. Упростите выражение: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha + tg^2\alpha$;
5. Докажите тождество: $\cos\alpha = \sin\alpha \cdot ctg\alpha$;
6. Вычислите значение sin2x, если $\cos x = \frac{1}{2}$ и $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$

   1) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$; 2) $\frac{\sqrt{3}}{4}$; 3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 4) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

7. Найдите значение выражения $\sqrt{7}tg\alpha \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$ при $\sin\alpha = \frac{\sqrt{7}}{5}$
8. Упростите выражение $\frac{1-ctg^2(-x)}{tg^2(x-\pi)-1} \cdot \frac{ctg(\frac{3\pi}{2}-x)}{ctg(\pi+x)}$
9. Найдите значение выражения: $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ при $x=\pi$

   а) $2\sqrt{3}-1$; б) $\sqrt{3}-1$; в) $\sqrt{3}$; г) 0.

10. Вычислите: $\frac{12}{\pi} \cdot \arcsin\frac{1}{2} - \frac{3}{\pi}arctg\sqrt{3}$

   а) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\frac{1}{4}$; в) $\sqrt{3}$; г)1.

11. Решите уравнение $tg\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -1$

   а) π\2n; б) $3\sqrt{3}-3$; в) πn; г) 0.

12. Решите уравнение $\sin^2 x + 2\sin x = 0$

а) π\2+πn; б) πn; в) π\2n; г) πn+2πn.

13. Решите уравнение $\sin(\pi - x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sqrt{3}$

а) x=(-1)$^{n+1}$π\3+πn; б) x=(-1)^{n}π\6+πn; в) x=(-1)^{n}π\3+πn; г) x=(-1)$^{n+1}$π\2+πn.

14. Решите уравнение $\sin^2 x + 2\sin x = 3$

а) x=π\3+πn; б) x=π\2+2πn; в) x=π\6+2πn; г) x=2π\3+πn.

15. Если точка М числовой окружности соответствует числу t, то абсциссу точки М называют … числа t.

16. Угол в один радиан – это … угол, опирающийся на дугу, длина которой равна радиусу окружности.

17. Какая из тригонометрических функции является четной функцией?

18. Решите уравнение $7\sin^2(5\pi + x) - \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)\cdot\cos(x - 7\pi) = 0$.

Вариант № 2.

1. Выразите в радианах: а) 15°; б) 225°.

2. Выразите в градусах: а) $\frac{\pi}{12}$; б) $\frac{2\pi}{3}$.

3. Вычислить значение каждой из тригонометрических функций, если: $\cos\alpha = -\frac{1}{5}, \quad \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

4. Упростите выражение: $1 - \frac{1}{\cos^2\alpha}$;

5. Докажите тождество: $\sin\alpha = \cos\alpha \cdot tg\alpha$;

6. Вычислите значение $\cos 2\alpha$, если $\sin\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$

1) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 3) $-0{,}5$; 4) 0,5.

7. Найдите значение выражения $\sqrt{3}\,ctg\alpha \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$ при $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

8. Упростите выражение $\frac{1 - tg^2(-x)}{tg^2\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - 1} \cdot \frac{tg\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)}{tg(\pi + x)}$

9. Найдите значение выражения: $1 + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ при x=$\frac{\pi}{4}$

а) 1; б) 0,5; в) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$; г) 1,5.

10. Вычислите: $\frac{12}{\pi}\cdot arcctg(-\sqrt{3}) + \frac{8}{\pi}\cdot \arcsin\frac{1}{\sqrt{2}}$

а)0; б) $\frac{1}{2}$; в)1; г) $-\frac{1}{2}$.

11. Решите уравнение $\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$

а) π\2n; б) π\2+2πn; πn. в) 2π\3+2πn; 2πn.; г) π+2πn; πn.

12. Решите уравнение $\sin^2 x - 3\sin x = 0$
а) π\2n; б) 2πn, в) π\3+πn; г) πn.
13. Решите уравнение $\cos(\pi - x) - \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sqrt{2}$
а) ±π\2n; б) ±π\2+2πn; в) ±π\4+2πn; г) ±π+2πn; πn.
14. Решите уравнение $\cos^2 x - 3\cos x = 4$
а) π\2 +2πn; б) 2πn. в) π\3+πn; г) π+2πn.
15. Если точка М числовой окружности соответствует числу t, то ординату точки М называют … числа t.
16. Если функция ограничена и снизу и сверху, то её называют … .
17. Какие тригонометрические функции являются нечетными функциями?
18. Решите уравнение $\sin^2\left(x - \frac{5\pi}{2}\right) - 3\cos(7\pi - x)\cdot\sin(x + 13\pi) = 0$. Записать полное решение.

Критерии оценивания

Отметка «2» выставляется, если выполнено менее 10 (от 1 до 9) заданий работы.
Отметка «3» выставляется, если верно выполнено 10 - 13 заданий работы.
Отметка «4» выставляется, если верно выполнено 14 - 16 заданий работы.
Отметка «5» выставляется, если верно выполнено 17-18 заданий работы.

Раздел 3. Функции, их свойства и графики
Вариант 1

1. *Найдите область определения функции* $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x^2 - 4}$.

2. *Найдите область значений функции* $f(x) = 3^{x-5} + 2$.

3. *Найдите наименьшее значение функции* $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x+1)$ *на отрезке* $[0;3]$.

4. *Исследуйте на чётность и нечетность функцию*
а) $f(x) = \frac{2\cos x}{3x^2 + 5}$; *б)* $f(x) = 6x^5 + x^4 \sin 2x \cdot \cos x$.

5. *Постройте график функции* $y = (x+3)^2 - 1$. *Пользуясь графиком, найдите промежутки возрастания и убывания функции, экстремум функции.*

6. *Найдите функцию, обратную к функции* $y = \sqrt{x+3}$.
Постройте график данной функции и график обратной к данной функции; укажите область определения и множество значений каждой из них.

Вариант 2

1. *Найдите область определения функции* $f(x)=\dfrac{\sqrt{x-4}}{x^2-25}$.

2. *Найдите область значений функции* $f(x)=2^{3-x}+4$.

3. *Найдите наибольшее значение функции* $f(x)=\log_6(x-2)$ *на отрезке* $[3;8]$.

4. *Исследуйте на чётность и нечетность функцию*

   а) $f(x)=\dfrac{2\sin x}{7x^2+4}$; *б)* $f(x)=6x^4+x^5\cos 2x\cdot\sin x$.

5. *Постройте график функции* $y=(x-5)^2+2$. *Пользуясь графиком, найдите промежутки возрастания и убывания функции, экстремум функции.*

6. *Найдите функцию, обратную к функции* $y=\sqrt{x-2}$.
   Постройте график данной функции и график обратной к данной функции; укажите область определения и множество значений каждой из них.

Система оценивания работы

За верно выполненное задание – 1 балл

Максимальное количество баллов – 6.

Отметка «5»	5-6 баллов
Отметка «4»	4 баллов
Отметка «3»	3 баллов
Отметка «2»	Ниже 3 баллов

Раздел 4. Начала математического анализа

Вариант № 1

1. Найдите критические (стационарные) точки функции $f(x)=2x^3-9x^2-60x+127$.
2. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $y=2x^3-3x^2-12x+24$ на отрезке [-2;1].
3. Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x)=2x^2-5x+1$, в точке графика с абсциссой $x_0=2$.
4. Найдите площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции $f(x)=x^2+3x$ и прямыми $x=0$, $x=1$.

5. Первообразная функции $f(x)=3x^2+2x$ при $x=1$ принимает значение 81. Найдите ее значение при $x=-1$.

Вариант № 2

1. Найдите критические (стационарные) точки функции $f(x)=2x^3+3x^2-72x-213$.
2. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $y=x^3-9x^2+24x-15$ на отрезке [1;3].
3. Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x)=3x^2-4x-2$, в точке графика с абсциссой $x_0=-1$.
4. Найдите площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции $f(x)=2x^2+x$ и прямыми $x=0$, $x=1$.
5. Первообразная функции $f(x)=4x^3+2x$ при $x=1$ принимает значение 25. Найдите ее значение при $x=2$.

Система оценивания работы

За верно выполненное задание– 1 балл

Максимальное количество баллов – 5.

Отметка «5»	5 баллов
Отметка «4»	4 баллов
Отметка «3»	3 баллов
Отметка «2»	Ниже 3 баллов

Раздел 5. Уравнения и неравенства

Тестовое задание
Вариант 1

1. Найдите корни уравнения $\sqrt{x+2}=4$.

1. 2 2. -6 3. 14 4. корней нет

2. Решите уравнение $\sqrt{x-6}=\sqrt{x+12}$.

1. -3 2. 4 3. 9 4. корней нет

3. Найдите корни уравнения $\sqrt{x+25}=x+5$.

1. 0;10 2. 0;-9 3. 0 4. корней нет

4. Решите уравнение $\sqrt{2x^2-6x+9}=\sqrt{2x^2+3x-18}$

1. -3 2. 3 3. 0;3 4. корней нет

$\boxed{5.}$ Найдите корни уравнения $\sqrt{9x^2-5x+2}=\sqrt{8x^2-3x+17}$

1. 5 2. -3;5 3. -5;3 4. корней нет

$\boxed{6.}$ Решите уравнение $3x+4=\sqrt{8x^2+22x+15}$

1. 0;-1 2. 0;-1 3. -1 4. корней нет

$\boxed{7.}$ Найдите корни уравнения $\sqrt{(x-8)^2}=8-x$

1. 8 2. $[8;\infty)$ 3. $(-\infty;8]$ 4. -8

$\boxed{8.}$ Решите уравнение $(x+2)\sqrt{x+1}=0$

1. -2 2. -2;-1 3. -1 4. $[-1;\infty)$

$\boxed{9.}$ Найдите корни уравнения $(x^2-100)\sqrt{1-27x}=0$

1. -10; $\frac{1}{27}$ 2. -10;10 3. $\frac{1}{27}$ 4. -10; $\frac{1}{27}$

$\boxed{10.}$ Решите уравнение $(x+16)\sqrt{x^2+2x+4}=2x+32$

1. -16;-2;0 2. -16 3. 0;-2 4. -16;-2

Тестовое задание

Вариант 2

$\boxed{1.}$ Найдите корни уравнения $\sqrt{3x+1}=17$.

1. 5 2. 96 3. -6 4. корней нет

$\boxed{2.}$ Решите уравнение $\sqrt{12x+9}=\sqrt{12x-7}$.

1. 1,5 2. 4 3. 2. 4. корней нет

$\boxed{3.}$ Найдите корни уравнения $\sqrt{x+16}=x-4$.

1. 0 2. 0;9 3. 9 4. корней нет

$\boxed{4.}$ Решите уравнение $\sqrt{0{,}7x^2-2x+3}=\sqrt{0{,}7x^2+x-6}$

1. -3 2. 3 3. 1 4. корней нет

$\boxed{5.}$ Найдите корни уравнения $\sqrt{3x^2-3x+1}=\sqrt{2x^2-x+16}$

1. 5 2. -3;5 3. -5;3 4. корней нет

$\boxed{6.}$ Решите уравнение $x+3=\sqrt{2x^2+18}$

1. 0;3 2. 0;-3 3. корней нет 4. 3

$\boxed{7.}$ Найдите корни уравнения $\sqrt{(x-15)^2}=15-x$

1. 15 2. $[15;\infty)$ 3. $(-\infty;15]$ 4. корней нет

$\boxed{8.}$ Решите уравнение $(x-24)\sqrt{x-36}=0$

1. 36 2. 24; 36 3. 24 4. $[36;\infty)$

$\boxed{9.}$ Найдите корни уравнения $(x^2-121)\sqrt{1-11x}=0$

1. 11; $\frac{1}{11}$ 2. 11;-11 3. -11 4. -11; $\frac{1}{11}$

$\boxed{10.}$ Решите уравнение $(x+7)\sqrt{x^2+3x+7}=2x+14$

1. -7 2. 0 3. -7;0 4. корней нет

Система оценивания работы
За верно выполненное задание– 1 балл
Максимальное количество баллов – 10.

Отметка «5»	9-10 баллов
Отметка «4»	7-8 баллов
Отметка «3»	6-5 баллов
Отметка «2»	Ниже 5 баллов

Раздел 6. Элементы комбинаторики, теории вероятности и статистики

Вариант 1.

1. Сколькими способами можно составить расписание одного учебного дня из 5 различных уроков?

1) 30 2) 100 3) 120 4) 5

2. В 9«Б» классе 32 учащихся. Сколькими способами можно сформировать команду из 4 человек для участия в математической олимпиаде?

1) 128 2) 35960 3) 36 4)46788

3. Сколько существует различных двузначных чисел, в записи которых можно использовать цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, если цифры в числе должны быть различными?

1) 10 2) 60 3) 20 4) 30

4. Вычислить: 6! -5!

1) 600 2) 300 3) 1 4) 1000

5. В ящике находится 45 шариков, из которых 17 белых. Потеряли 2 не белых шарика. Какова вероятность того, что выбранный наугад шарик будет белым?

1) $\frac{17}{45}$ 2) $\frac{17}{43}$ 3) $\frac{43}{45}$ 4) $\frac{17}{45}$

6. Бросают три монеты. Какова вероятность того, что выпадут два орла и одна решка?

1) $\frac{3}{2}$ 2) 0,5 3) 0,125 4) $\frac{1}{3}$

7. В денежно-вещевой лотерее на 1000000 билетов разыгрывается 1200 вещевых и 800 денежных выигрышей. Какова вероятность выигрыша?

1) 0,02 2) 0,00012 3) 0,0008 4) 0,002

Вариант 2.

1. Сколько различных пятизначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5?

1) 100 2) 30 3) 5 4) 120

2. Имеются помидоры, огурцы, лук. Сколько различных салатов можно приготовить, если в каждый салат должно входить 2 различных вида овощей?

1) 3 2) 6 3) 2 4) 1

3. Сколькими способами из 9 учебных предметов можно составить расписание учебного дня из 6 различных уроков.

1) 10000 2) 60480 3) 56 4) 39450

4. Вычислите: $\frac{8!}{6!}$

1) 2 2) 56 3) 30 4) $\frac{4}{3}$

5. В игральной колоде 36 карт. Наугад выбирается одна карта. Какова вероятность, что эта карта – туз?

1) $\frac{1}{36}$ 2) $\frac{1}{35}$ 3) $\frac{1}{9}$ 4) $\frac{36}{4}$

6. Бросают два игральных кубика. Какова вероятность того, что выпадут две четные цифры?

1) 0,25 2) $\frac{2}{6}$ 3) 0,5 4) 0,125

7. В корзине лежат грибы, среди которых 10% белых и 40% рыжих. Какова вероятность того, что выбранный гриб белый или рыжий?

1) 0,5 2) 0,4 3) 0,04 4) 0,8

Система оценивания работы

За верно выполненное задание– 1 балл

Максимальное количество баллов – 7.

Отметка «5»	6-7 баллов
Отметка «4»	5 баллов
Отметка «3»	4 баллов
Отметка «2»	Ниже 4 баллов

Раздел 7 Геометрия

I уровень

Вариант I

1) Основание прямой призмы - прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы, если ее наибольшая боковая грань - квадрат.

2) Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды равно 4 см и образует с плоскостью основания пирамиды угол 45°.

а) Найдите высоту пирамиды.

б) Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

3) Ребро правильного тетраэдра DABC равно а. Постройте сечение тетраэдра, проходящее через середину ребра DAпараллельно плоскости DBC, и найдите площадь этого сечения.

Вариант II

1) Основание прямой призмы - прямоугольный треугольник с гипотенузой 13 см и катетом 12 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы, если ее наименьшая боковая грань - квадрат.

2) Высота правильной четырехугольной пирамиды равна $\sqrt{6}$ см, а боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом 60°.

а) Найдите боковое ребро пирамиды.

б) Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

3) Ребро правильного тетраэдра DABC равно а. Постройте сечение тетраэдра, проходящее через середины ребер DA и AB параллельно ребру BC, и найдите площадь этого сечения.

II уровень

Вариант I

1) Основание прямого параллелепипеда - ромб с диагоналями 10 и 24 см. Меньшая диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол 45°. Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда.

2) Основание пирамиды - правильный треугольник с площадью $9\sqrt{3}$ см2. Две боковые грани пирамиды перпендикулярны к плоскости основания, а третья - наклонена к ней под углом 30°.

а) Найдите длины боковых ребер пирамиды.

б) Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

3) Ребро куба ABCDA1B1C1 равно а. Постройте сечение куба, проходящее через прямую B1C и середину ребра AD и найдите площадь этого сечения.

Вариант II

1) Основание прямого параллелепипеда - ромб с меньшей диагональю 12

см. Большая диагональ параллелепипеда равна $16\sqrt{2}$ см и образует с боковым ребром угол 45°. Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда.
2) Основание пирамиды - равнобедренный прямоугольный треугольник с гипотенузой $4\sqrt{2}$ см. Боковые грани, содержащие катеты треугольника, перпендикулярны к плоскости основания, а третья грань наклонена к ней под углом 45°.
а) Найдите длины боковых ребер пирамиды.
б) Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
3) Ребро куба ABCDA1E1C1 равно a. Постройте сечение куба, проходящее через точку C и середину ребра AD параллельно прямой DA и найдите площадь этого сечения.

III уровень
Вариант I
1) Основание прямой призмы - прямоугольный треугольник с катетами 15 и 20 см. Найдите площадь полной поверхности призмы, если ее наименьшее сечение, проходящее через боковое ребро, - квадрат.
2) Основание пирамиды - ромб с большей диагональю d и острым углом α. Все двугранные углы при основании пирамиды равны р. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.
3) Ребро куба ABCDA1B1C1D1 равно а. Постройте сечение куба, проходящее через середины ребер AA1, B1C1 и CD, и найдите площадь этого сечения.

Вариант II
1) Основание прямой призмы - равнобедренный треугольник с основанием 24 см и боковой стороной 13 см. Наименьшее сечение призмы, проходящее через ее боковое ребро, является квадратом. Найдите площадь полной поверхности призмы.
2) Основание пирамиды - ромб с тупым углом α. Все двугранные углы при основании пирамиды равны р. Найдите площадь полной поверхности пирамиды, если ее высота равна Н.
3) Ребро куба ABCDA1B1C1D1 равно а. Постройте сечение куба, проходящее через середины ребер A1B1, CC1 и AD, и найдите площадь этого сечения.

Система оценивания работы (каждого уровня)
За верно выполненное задание – 1 балл
Максимальное количество баллов – 3.

Отметка «5»	3 балла
Отметка «4»	2 балла

Отметка «3»	1 балла
Отметка «2»	Ниже 1 балла

Раздел 8. Повторение

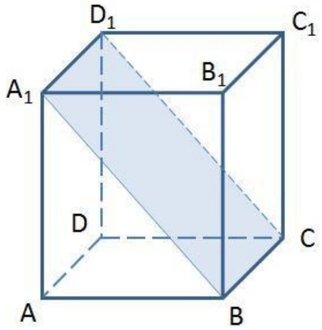
Вариант № 1

Инструкция:
Внимательно прочитайте задания.
Выполните задание в соответствии с заданными условиями.
Ознакомьтесь с критериями оценки
Рационально распределите время на выполнение заданий.
Время выполнения – 90 минут.

1.Найдите наибольшее и наименьшее значение функции
$y = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 1$ на отрезке [-1; 2].

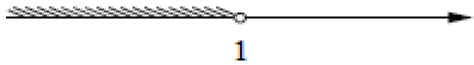
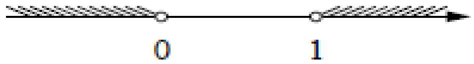
2.Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции
$f(x) = x^2 + 5x + 6$, прямыми $x = -1$, $x = 2$ и осью абсцисс.

3. Назовите прямую, по которой пересекаются плоскости DCC_1 и A_1AD.



4. В прямоугольном параллелепипеде стороны основания равны 12 см и 5 см. Диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол в 45^0. Найдите площадь полной поверхности и объем параллелепипеда.
5. Образующая конуса равна 12 см, наклонена к плоскости основания под углом 45^0. Найдите площадь полной поверхности и объем конуса.
6. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $BAA_1 = BAD = DAA_1 = 60$, $AB = AA_1 = AD = 1$. Вычислите длины векторов AC_1 и BD_1.

7. Каждому из четырёх неравенств слева соответствует одно из решений, изображённых на координатной прямой справа. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА		РЕШЕНИЯ
А) $x(1-x)>0$		1) 
Б) $1-x>0$		2) 
В) $(1-x)^2>0$		3) 
Г) $x(1-x)<0$		4) 

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В	Г

Вариант № 2

Инструкция:

Внимательно прочитайте задания.
Выполните задание в соответствии с заданными условиями.
Ознакомьтесь с критериями оценки
Рационально распределите время на выполнение заданий.
Время выполнения – 90 минут.

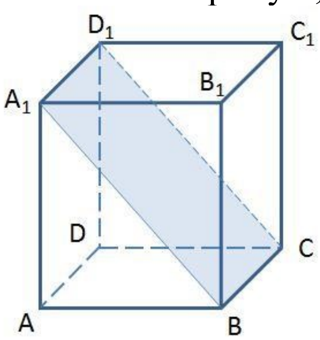
1.Найдите наибольшее и наименьшее значение функции

$y=-x^3-3x^2+9x-2$ на отрезке [-2; 2].

2.Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции

$f(x)=x^2-6x+8$, прямыми $x=-1$, $x=-2$ и осью абсцисс.

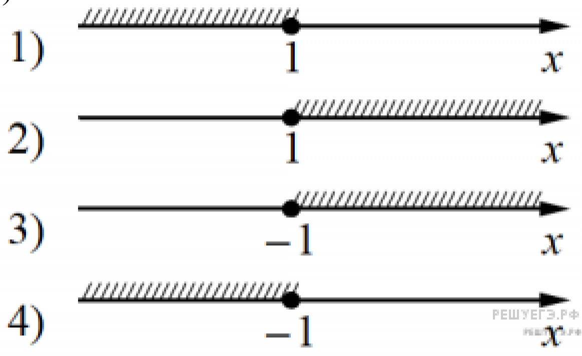
3. Назовите прямую, по которой пересекаются плоскости A_1BC и A_1AD.



4. В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна 6 см, а угол наклона боковой грани к плоскости основания равен 60^0. Найдите площадь полной поверхности и объем пирамиды.
5.Диагональ осевого сечения цилиндра равна 48 см. Угол между этой диагональю и образующей цилиндра равен 60^0. Найдите площадь полной поверхности и объем цилиндра.

6. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $BAA_1 = BAD = DAA_1 = 60$,
$AB = AA_1 = AD = 1$. Вычислите длины векторов AC_1 и BD_1.

7.Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА		РЕШЕНИЯ
А) $3^x \geq \frac{1}{3}$ Б) $\left(\frac{1}{3}\right)^x \geq \frac{1}{3}$ В) $\left(\frac{1}{3}\right)^x \leq \frac{1}{3}$ Г) $3^x \leq \frac{1}{3}$		1) 

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В	Г

Критерии оценки:

При оценке письменной работы используется пятибалльная система.

Результаты контрольной работы признаются удовлетворительными в случае, если обучающийся при сдаче контрольной работы получил отметку не ниже удовлетворительной.

Оценивание результата контрольной работы по математике осуществляется в соответствии со следующими критериями:
- оценка «3» (удовлетворительно) – выполнены 5 заданий;

- оценка «4» (хорошо) – выполнено 6 заданий;
- оценка «5» (отлично) – выполнено 7 заданий.

Задание считается выполненным верно, если обучающийся выбрал правильный путь решения, из письменной записи решения понятен ход его рассуждений, получен верный ответ. Записи выполнены аккуратно.

Ключи к контрольно-оценочным средствам для текущего контроля:

Раздел 1.

Ключ ответов

задание	1	2	3	4	5	6	В1
Ответ	1	3	3	1	1	3	$\frac{1}{a-2}$

Раздел 2.

Вариант № 1
1. π\18, 7π\6
2. 12,140
3. -5\13, -12\3, -5\12
4. 1\cos^{2}α
5. верное
6. 4
7. -1,4
8.1
9.г,
10.г,
11.в,
12.б,
13.а,
14.б,
15.косинусом,
16.центральный,
17.косинус,
18. x = 2πп
x = -arcctg7+πп

Вариант № 2
1. π\12, 5π\4
2. 15,120
3. -2√6\5, 2√6, √6\12
4. - tg^{2}α
5. верное
6. -1\2
7. 1,5
8. 1
9. а,
10.а,
11.в,
12.б,
13.в,
14.г,
15.синусом,
16.ограниченной,
17.синус, тангенс, котангенс.
18. x = π\2 + 2πп
x = arcctg1\3+πп

Раздел 3.

№ задания	1вариант	2 вариант
1	$[-1;2)\cup(2;+\infty)$	$[4;5)\cup(5;+\infty)$
2	$(2;+\infty)$	$(4;+\infty)$
3	-2	1
4а)	чётная	нечётная
4б)	нечётная	чётная
5	убывает $(-\infty;-3]$ возрастает $[-3;+\infty)$ $y_{\min}=-1$	убывает $(-\infty;5]$ возрастает $[5;+\infty)$ $y_{\min}=2$
6	$y=x^2-3,\ x\geq 0$	$y=x^2+2,\ x\geq 0$

Раздел 4.

Вариант № 1

1. $f(x)=2x^3-9x^2-60x+127$

   Решение:

   1) $f'(x)=6x^2-18x-60$
   2) $f'(x)=0 \Rightarrow 6x^2-18x-60=0$

   $x^2-3x-10=0$

   По теореме, обратной теореме Виета:

   $x_1+x_2=3$

   $x_1*x_2=-10$

   $x_1=-2,\ x_2=5$

   Ответ: $x_1=-2,\ x_2=5$

2. $y=2x^3-3x^2-12x+24,\ [-2;1]$

   Решение:

   1) $y'=6x^2-6x-12$
   2) $y'=0 \Rightarrow 6x^2-6x-12=0$

   $x^2-x-2=0$

   По теореме, обратной теореме Виета:

   $x_1+x_2=1$

$x_1*x_2=-2$

$x_1=-1$, $x_2=2$

3) Отрезку [-2;1] принадлежит только точка $x_1=-1$.

y(-2)=-16-12+24+24=20

y(-1)=-2-3+12+24=31

y(1)=2-3-12+24=11

Ответ: $y_{наиб}=31$ при x=-1, $y_{наим}=11$ при x=1

3. $f(x)=2x^2-5x+1$, в точке графика с абсциссой $x_0=2$

   Решение:

   1) f'(x)=4x-5
   2) f(2)=8-10+1=-1, f'(2)=8-5=3
   3) $y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$

      y=-1+3(x-2)

      y=3x-7

   Ответ: y=3x-7

4. $f(x)=x^2+3x$, x=0, x=1

   Решение:

   $$S=\int_0^1 (x^2+3x)dx=\left(\frac{x^3}{3}+3\cdot\frac{x^2}{2}\right)\Bigg|_0^1=\frac{1}{3}+\frac{3}{2}-0=\frac{11}{6}=1\frac{5}{6}$$

   Ответ: $S=1\frac{5}{6}$

5. $f(x)=3x^2+2x$, F(1)=81. F(-1)=?

   Решение:

   $F(x)=x^3+x^2+C$

   F(1)=1+1+C, F(1)=81 => C=79

   F(-1)=-1+1+79=79

   Ответ: F(-1)=79

Вариант № 2

1. $f(x)=2x^3+3x^2-72x-213$

   Решение:

   1) $f'(x)=6x^2+6x-72$
   2) $f'(x)=0 \Rightarrow 6x^2+6x-72=0$

   $x^2+x-12=0$

   По теореме, обратной теореме Виета:

   $x_1+x_2=-1$

   $x_1*x_2=-12$

   $x_1=-4$, $x_2=3$

   Ответ: $x_1=-4$, $x_2=3$

2. $y=x^3-9x^2+24x-15$, [1;3]

   Решение:

   1) $y'=3x^2-18x+24$

2) $y'=0 \Rightarrow 3x^2-18x+24=0$

$x^2-6x+8=0$

По теореме, обратной теореме Виета:

$x_1+x_2=6$

$x_1*x_2=8$

$x_1=2,\ x_2=4$

3) Отрезку [1;3] принадлежит точка $x_1=2$.

$y(1)=1-9+24-15=1$

$y(2)=8-36+48-15=5$

$y(3)=27-81+72-15=3$

Ответ: $y_{наиб}=5$ при $x=2$, $y_{наим}=1$ при $x=1$

3. $f(x)=3x^2-4x-2$, в точке графика с абсциссой $x_0=-1$

   Решение:

   1) $f'(x)=6x-4$
   2) $f(-1)=3+4-2=5,\ f'(-1)=-6-4=-10$
   3) $y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$

      $y=5-10(x+1)$

      $y=-10x-5$

   Ответ: $y=-10x-5$

4. $f(x)=2x^2+x,\ x=0,\ x=1$

   Решение:

   $$S=\int_0^1 (2x^2+x)dx=\left(2\cdot\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}\right)\Bigg|_0^1=\frac{2}{3}+\frac{1}{2}-0=\frac{7}{6}=1\frac{1}{6}$$

   Ответ: $S=1\frac{1}{6}$

5. $f(x)=4x^3+2x$, $F(1)=25$. $F(2)=?$

   Решение:

   $F(x)=x^4+x^2+C$

   $F(1)=1+1+C,\ F(1)=25 \Rightarrow C=23$

   $F(2)=16+4+25=45$

   Ответ: $F(2)=45$

Раздел 5.

Вариант 1	Вариант 2	
№ ответа	**№ пп**	**№ ответа**
3	1.	***2***
4	2.	***4***
2	3.	***3***
2	4.	***2***
2	5.	***2***
3	6.	***4***
3	7.	***3***
3	8.	***1***
4	9.	***4***
1	10.	***1***

Раздел 6.

Вариант 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
№ ответа	3	2	4	1	2	3	4

Вариант 2

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
№ ответа	4	1	2	2	3	1	1

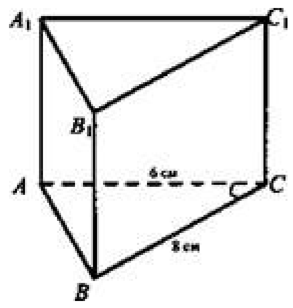
Раздел 7.

I уровень

Вариант I

№ 1. Дано: ABCA1B1C1 - прямая призма; ∠ACB = 90°; AC = 6 см; BC = 8 см; ABB1A1 - квадрат.

Найти: Sбок.



Решение:

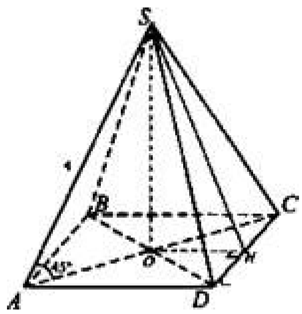
1) ΔABC: AB $AB = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ (по теореме Пифагора);

2) Наибольшая боковая грань – ABB1A1, так как AB - гипотенуза, тогда ABB1A1 – квадрат AA1 = 10 см.

3) $S_{бок.} = (AB + BC + AC) \cdot AA_1 = (6 + 8 + 10) \cdot 10 = 240$ см^2. (Ответ: 240 см2.)

№ 2. Дано: SABCD - правильная четырехугольная пирамида; SA = 4 см, ∠SAD = 45°.

Найти а) SO; б) Sбок..



Решение:

1) ΔSAO - прямоугольный; $SO = AS \cdot \sin 45° = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$ см; $SO = AO = 2\sqrt{2}$ см.

2) ΔAOD – прямоугольный; $AD = \frac{AO}{\cos 45°} = \frac{2\sqrt{2} \cdot 2}{\sqrt{2}} = 4$ см.

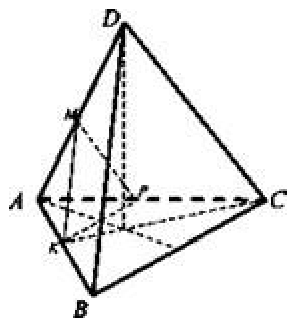
3) ΔSOH - прямоугольный; $SH = \sqrt{SO^2 + OH^2} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 2^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$.

4) $S_{бок.} = 4\left(\frac{1}{2}DC \cdot SH\right) = 4\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$ (см²). (Ответ: а) $2\sqrt{2}$ см; б) $16\sqrt{3}$ см².)

№ 3. Дано: DABC - правильный тетраэдр; AB = a.

Построить: (MKP) - сечение: M - середина AD, (MKP) || (DBC), MP || BC, (KMP - искомое сечение).

Найти: SMKP.



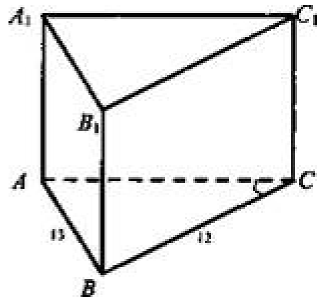
Построение: 1) MK || DB, MP || DC (по свойству секущей плоскости). Значит, (MKP) - искомое сечение.

2) MK - средняя линия в ΔABD ⇒ MK = a/2; KP, MP - средние линии в ΔABC и ΔADC соответственно, значит, KP = MP = 1/2a. $S_{MKP} = \frac{(a/2)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{16}$. (Ответ: $\frac{a^2\sqrt{3}}{16}$.)

Вариант II

№ 1. Дано: ABCA1B1C1 - прямая призма; ΔABC: ∠C = 90°; AB = 13 см; BC = 12 см.

Найти: Sбок.



Решение:

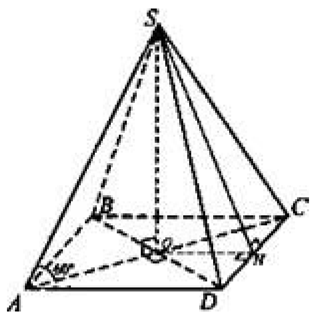
1) ΔABC - прямоугольный, $AC=\sqrt{13^2-12^2}=5$ см.

2) Грань ACC1A1 - наименьшая, так как AC - меньший катет, тогда ACC1A1 - квадрат, CC1 = 5 см.

3) $S_{бок.}=(13+12+5)\cdot 5=150\ (см^2).$ (Ответ: Sбок. = 150 см2.)

№ 2. Дано: SABCD - правильная пирамида; SO= √6 см; ∠SAO = 60°.

Найти: а) SA; Sбок.



Решение:

1) ΔSAO - прямоугольный; $SA=\frac{SO}{\sin 60^\circ}=\frac{\sqrt{6}\cdot 2}{\sqrt{3}}=\sqrt{2}\cdot 2$ (см); $AO=\frac{SO}{tg 60^\circ}=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=\sqrt{2}$ см.

2) $\Delta AOD=\frac{AO}{\cos 45^\circ}=\frac{\sqrt{2}\cdot 2}{\sqrt{2}}=2$ см.

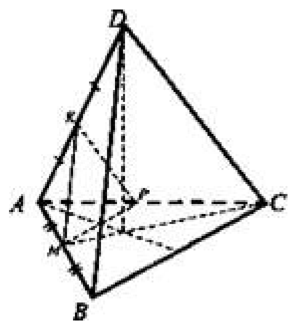
3) ΔSOH - прямоугольный; $SH=\sqrt{SO^2+OH^2}=\sqrt{(\sqrt{6})^2+1^2}=\sqrt{7}$ см.

4) $S_{бок.} = 4\left(\frac{1}{2}DC \cdot SN\right) = 4\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \sqrt{7} = 4\sqrt{7}$ (см^2). (Ответ: $2\sqrt{2}$ см; $4\sqrt{7}$ см^2)

№ 3. Дано: DABC - правильный тетраэдр; AB = a.

Построить: сечение (MKP): K - середина AD; M - середина AB; (KMP || BC).

Найти: SMKP.



Решение:

1) KM, MP, KP - средние линии ΔABD, ΔABC, ΔADC соответственно, значит, KM = MP = KP = 1/2a.

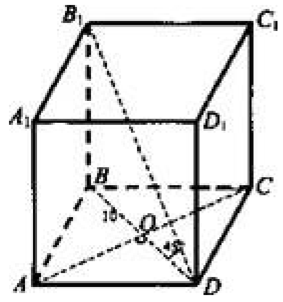
2) $S_{MKP} = \frac{(a/2)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{16}$. (Ответ: $S_{MKP} = \frac{a^2\sqrt{3}}{16}$)

II уровень

Вариант I

№ 1. Дано: ABCDA1B1C1D1 - прямой параллелепипед, ABCD - ромб, BD = 10 см; AC = 24 см; ∠B1DB = 45°.

Найти: Sполн.



Решение:

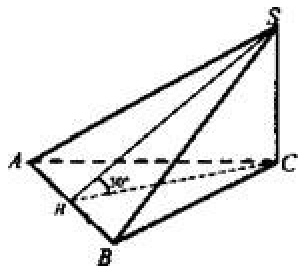
1) ΔBB1D - прямоугольный. Меньшая диагональ параллелепипеда проектируется в меньшую диагональ основания ∠BDB1 = 45°, тогда BB1 = BD = 10 см;

2) ΔAOD - прямоугольный. $AD = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13$ см;

3) $S_{полн} = S_{бок} + 2S_{осн} = 4(AD \cdot AA_1) + \left(\frac{1}{2}AC + BD\right)^2 = 4(13 \cdot 10) + \left(\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 24\right) \cdot \ \cdot 2 = 760\ (см^2).$ (Ответ: 760 см2.)

№ 2. Дано: SABC - пирамида; ΔABC - правильный; SΔABC = 9√3 см2; (SBC) ⊥ (ABC), (SAC) ⊥ (ABC), ∠SHC = 30°.

Найти: а) SC, SA, SB; б) Sбок..



Решение:

1) $S_{\Delta ABC}\ \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}; AB^2 = 36; AB = 6$ см.

2) $HB = 3$ см; ΔHBC:

$HC = \sqrt{BC^2 - HB^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ см.

3) ΔSHC: $\frac{SH}{HC}\text{tg}30°$; $SC = HC \cdot \text{tg}30° = 3\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 3$ см.

4) ΔSHC: $SH = \frac{SC}{\sin 30°} = 3 : \frac{1}{2} = 6$ см.

5) ΔSBC: $SB = \sqrt{SC^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 6^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$ см.

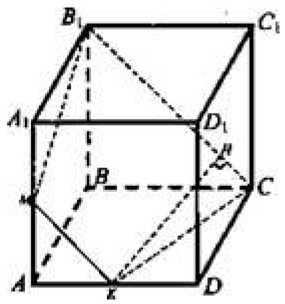
6) $S_{бок.} = S_{\Delta ACB} + 2S_{\Delta SBC} = \frac{1}{2}AB \cdot AH + 2\frac{1}{2}SC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot + 3 \cdot 6 = 36$ (см^2).

(Ответ: а) 3 см, $3\sqrt{5}$ см, $3\sqrt{5}$; 36 см^2.)

№ 3. Дано: ABCDA1B1C1D1 - куб: AB = a.

Построить: сечение MB1CK.

Найти: Sсеч.



Решение:

1) По свойству секущей плоскости MK || B1C, тогда MB1CK - искомое сечение.

2) MB1CK - равнобокая трапеция; ΔAMK: $MK = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4}} = \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

3) ΔB1C1C: $B_1C = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$.

4) ΔKDC - прямоугольный: $KC = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4}} = \sqrt{\frac{5a^2}{4}} = \frac{a}{2}\sqrt{5}$.

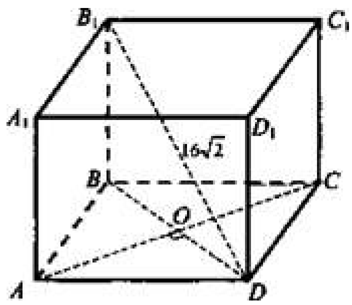
5) $HC = S_{MB_1CK} = \frac{MK + B_1C}{2}KN = \frac{a\sqrt{2}/2 + a\sqrt{2}}{2}\left(\frac{3a\sqrt{2}}{4}\right) = \frac{3a\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{3a\sqrt{2}}{4} = : \frac{9a^2}{8}$. (Ответ:

$S_{сеч.} = \frac{9a^2}{8}$.)

Вариант II

№ 1. Дано: ABCDA1B1C1D1 — прямой параллелепипед; ABCD - ромб: AC = 12 см - меньшая диагональ; BD1 = 16√2 см;∠BB1D = 45°.

Найти. Sполн.



Решение:

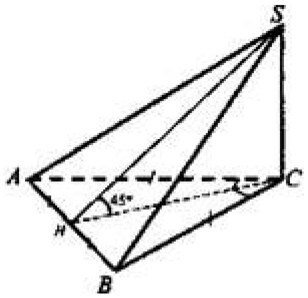
1) ΔB1BD - прямоугольный: $B_1B = B_1D \cdot \cos 45° = 16\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 16$ см; BB1 = BD = 16 см.

2) ΔAOD - прямоугольный: $AO^2 + OD^2 = AD^2$; $AD = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ см.

3) $S_{полн.} = S_{бок.} + 2S_{осн.} = 4(AD \cdot AA_1) + 2S_{ABCD} = 4 \cdot 10 \cdot 16 + 2\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 16 = 832$ (см^2). (Ответ: Sполн. = 832 см2.)

№ 2. Дано: SABC - пирамида. ΔABC - прямоугольный: AC = BC; SC ⊥ (ABC); ∠SHC = 45°; AB = 4√2 см.

Найти: а) SC, SA, SB; б) Sбок.



Решение:

1) ΔABC - прямоугольный: $AB = x; x^2 + x^2 = (4\sqrt{2})^2;\ \ 2x^2 = 32;\ \ x^2 = 16;\ \ x = 4$ см; AC = BC = 4 см.

2) ΔHBC- прямоугольный: $HC = \sqrt{BC^2 - HB^2} = \sqrt{4^2 - (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} = SC.$

3) ΔHSC: $SH = \dfrac{CH}{\cos 45°} = \dfrac{2\sqrt{2}\cdot 2}{\sqrt{2}} = 4$ см; $SC = \sqrt{SH^2 - HC^2} = \sqrt{4^2 - (2\sqrt{2})^2} =$

$= \sqrt{16 - 8} = 2\sqrt{2}.$

4) ΔSBC: $SB = \sqrt{SC^2 + DC^2} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 4^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6} = SA.$

5) $S_{бок.} = S_{\Delta ASB} + 2S_{\Delta SBC} = \dfrac{1}{2}AB \cdot SH + 2\dfrac{1}{2}BC \cdot SC = \dfrac{1}{2} \cdot 4\sqrt{2} \cdot 4 + 4 \cdot 2\sqrt{2} =$

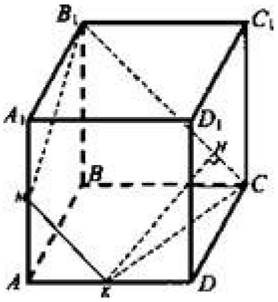
$= 16\sqrt{2}$ см^2.

(Ответ: а) $2\sqrt{2}$, $2\sqrt{6}$ см, $2\sqrt{6}$ см; б) $S_{бок.} = 16\sqrt{2}$ см^2.)

№ 3. Дано: ABCDA1B1C1D1 - куб: AB = a.

Построить: сечение MB1CK.

Найти: SMB1CK.



Решение:

1) По свойству секущей плоскости MK || B1C, тогда MB1CK - искомое сечение.

2) MB1 = KC, MB1CK - равнобокая трапеция; $\Delta AMK: MK = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

3) $\Delta B_1C_1C;\ B_1C = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$.

4) ΔKDC - прямоугольный. $KC = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a}{2}\sqrt{5}$.

5) $HC = \frac{B_1C - MK}{2} = \frac{a\sqrt{2} - a\sqrt{2}/2}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{4}$;

$KH = \sqrt{KC^2 - HC^2} = \sqrt{\frac{5a^2}{4} - \frac{2a^2}{16}} = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$.

6) $S_{MB_1CK} = \frac{MK + B_1C}{2} KH = \frac{a\sqrt{2}/2 + a\sqrt{2}}{2}\left(\frac{3a\sqrt{2}}{4}\right) = \frac{9a^2}{8}$.

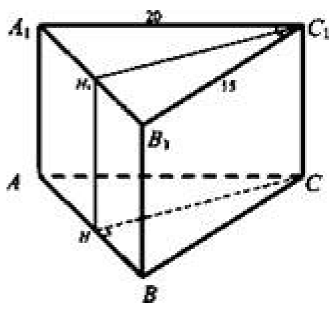
(Ответ: $S_{сеч.} = \frac{9a^2}{8}$.)

III уровень

Вариант I

№ 1. Дано: ABCA1B1C1 - прямоугольная призма; ΔABC: ∠C = 90°; AC = 20 см; BC = 15 см; SC1H1HC - наименьшее сечение, проходящее через боковое ребро - квадрат.

Найти: Sполн.



Решение:

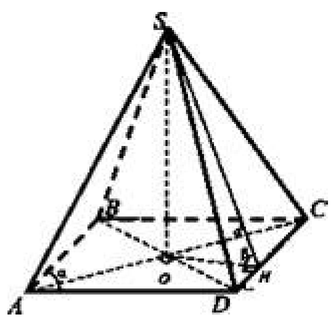
1) $\Delta A_1B_1C_1;\ A_1B_1=\sqrt{20^2+15^2}=\sqrt{625}=25$ см.

2) C1H1 – меньшая высота в ΔA1B1C1; $C_1H_1=\frac{A_1C_1\cdot B_1C_1}{A_1B_1}=12=\frac{15\cdot 20}{25}=12$ см;

3) $S_{полн.}=S_{бок.}+2S_{осн.}=(20+15+25)\cdot 12+2\frac{1}{2}20\cdot 15=1020$ см^2. (Ответ: 1020 см2.)

№ 2. Дано: SABCD - пирамида; ABCD - ромб; ∠A = α; AC = d; ∠SHO = β.

Найти: Sполн.



Решение:

1) ΔAOD - прямоугольный: $AD=\frac{AO}{\cos\alpha/2}=\frac{d}{2\cdot\cos\alpha/2}.$

2) ΔOCH - прямоугольный: $OH=\frac{d}{2}\sin\frac{\alpha}{a};$ ΔOSH - прямоугольный: $SH=\frac{OH}{\cos\beta}=\frac{d/2\sin\alpha/2}{\cos\beta}.$

3) $S_{осн.} = AD \cdot AB \cdot \sin\alpha = \dfrac{d^2 \sin\alpha}{4\cos^2 \alpha/2}.$

4) $S_{полн.} = S_{бок.} + S_{осн.} = 4(\frac{1}{2} DC \cdot SH) + \dfrac{d^2 \sin\alpha}{4\cos\alpha/2} = 2\dfrac{d}{2\cos\alpha/2} \cdot \dfrac{d/2 \sin\alpha/2}{\cos\beta} +$

$+ \dfrac{d^2 \sin\alpha}{4\cos^2\alpha/2} = \dfrac{d^2}{2} \mathrm{tg}\dfrac{\alpha}{2} \cdot \dfrac{1}{\cos\beta} + \dfrac{d^2 \cdot 2\sin\alpha/2\cos\alpha/2}{4\cos^2\alpha/2} = \dfrac{d^2 \mathrm{tg}\,\alpha/2}{2\cos\beta} +$

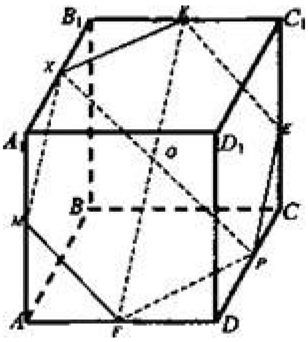
$+ \dfrac{d^2 \mathrm{tg}\,\alpha/2}{2} = \dfrac{d^2}{2} \mathrm{tg}\,\alpha/2 \left(\dfrac{1}{\cos\beta} + 1\right).$

(Ответ : $S_{полн.} = \dfrac{d^2}{2} \mathrm{tg}\,\alpha/2 \left(\dfrac{1}{\cos\beta} + 1\right).$)

№ 3. Дано: ABCDA1B1C1D1 - куб; AB = a; M, K, P - середины ребер AA1, B1C1, CD) соответственно.

Построить: сечение, проходящее через точки M, K, P.

Найти: Sсеч.



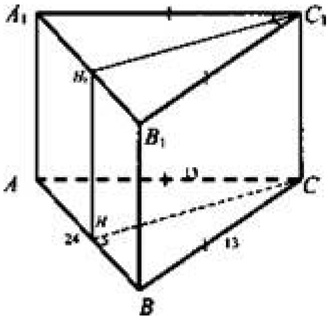
Решение: 1) MX || PF (так как секущая плоскость пересекает противоположные грани по параллельным отрезкам). Значит,MF || KE, XK || FP. Тогда MXKEPF - правильный шестиугольник: $FP = \sqrt{\left(\dfrac{a}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{a}{2}\right)^2} = \dfrac{a}{\sqrt{2}}.$

$S_{сеч.} = 6 \cdot S_{\Delta OFP} = 6 \cdot \dfrac{\left(a/\sqrt{2}\right)^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \dfrac{6a^2\sqrt{3}}{2 \cdot 4} = \dfrac{3}{4} a^2 \sqrt{3}.$ (Ответ: $S_{сеч.} = \dfrac{3\sqrt{3}a^2}{4}$)

Вариант II

№ 1. Дано: ABCDA1B1C1D1 - прямая призма. ΔABC: AC = BC = 13 см; AB = 24 см. HH1C1C - квадрат - наименьшее сечение призмы, проходящее через боковое ребро.

Найти: Sполн.



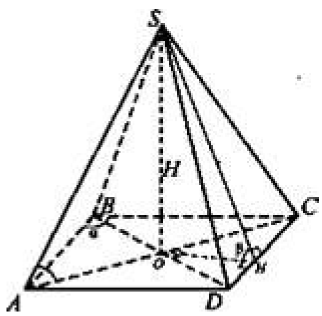
Решение:

1) ΔHBC - равнобедренный. $HC = 13 \cdot \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{169 - 144} = 5$ см, HC = CC1 = 5 см.

2) $S_{полн.} = S_{бок.} + 2S_{осн.} = (13 + 13 + 24) \cdot 5 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 5 = 370$ см^2. (Ответ: Sполн. = 370 см2.)

№ 2. Дано: ABCD - ромб; SABCD - пирамида; ∠B = α; ∠SHO = β; SO = H;

Найти: Sполн.



Решение: $S_{полн.} = S_{бок.} + S_{осн.}$.

1) ΔSOH - прямоугольный; $SH=\frac{SO}{\sin\beta}=\frac{H}{\sin\beta}$; $OH=\frac{SO}{\operatorname{tg}\beta}=\frac{H}{\operatorname{tg}\beta}$.

2) ΔHOD - прямоугольный; $OD=\frac{OH}{\sin\alpha/2}=\frac{H}{\operatorname{tg}\beta\sin\alpha/2}$.

3) ΔODC - прямоугольный; $OC=OD\cdot\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}=\frac{H\cdot\operatorname{tg}\alpha/2}{\operatorname{tg}\beta\cdot\sin\alpha/2}=\frac{H}{\operatorname{tg}\beta\cdot\cos\alpha/2}$.

4) ΔDOC - прямоугольный; $DC=\sqrt{OD^2+OC^2}=$

$$=\sqrt{\frac{H^2}{\operatorname{tg}^2\beta\cdot\sin^2\alpha/2}+\frac{H^2}{\operatorname{tg}^2\beta\cdot\cos^2\alpha/2}}=\sqrt{\frac{H^2\left(\cos^2\alpha/2+\sin^2\alpha/2\right)}{\operatorname{tg}^2\beta\cdot\sin^2\alpha/2\cdot\cos^2\alpha/2}}=$$
$$=\frac{2H}{\operatorname{tg}\beta\sin\alpha}.$$

$$5)\ S_{полн.}=4\left(\frac{1}{2}DC\cdot SH\right)+\frac{1}{2}AC\cdot BD=2\frac{2H}{\operatorname{tg}\beta\sin\alpha}\cdot\frac{H}{\sin\beta}+\frac{1}{2}\cdot\frac{2H}{\operatorname{tg}\beta\cos\alpha/2}\cdot$$
$$\cdot\frac{2H}{\operatorname{tg}\beta\sin\alpha/2}=\frac{4H^2\operatorname{ctg}\beta}{\sin\alpha\sin\beta}+\frac{4H^2\operatorname{ctg}^2\beta}{\sin\alpha}=\frac{4H^2\operatorname{ctg}\beta\cdot\operatorname{ctg}\beta}{\operatorname{ctg}\beta\sin\alpha\sin\beta}+\frac{4H^2\operatorname{ctg}^2\beta}{\sin\alpha}=\frac{4H^2\operatorname{ctg}^2\beta}{\sin\alpha}\left(1+\frac{1}{\cos\beta}\right).$$

(Ответ: $S_{полн.}=\frac{4H^2\operatorname{ctg}^2\beta}{\sin\alpha}\left(1+\frac{1}{\cos\beta}\right)$.)

№ 3.

Аналогично № 3, вариант 1. (Ответ: $\frac{3\sqrt{3}a^2}{4}$.)

КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Содержание промежуточного контроля: 13 практических заданий

Требования к промежуточному контролю: Время выполнения – 90 минут.
Выполните задание в соответствии с заданными условиями.
Все решения необходимо записать на специальном бланке, аккуратным и разборчивым почерком.
Внимательно прочитайте задания.
Ознакомьтесь с критериями оценки. Рационально распределите время на выполнение заданий.

Система оценивания результатов промежуточного контроля:

При оценке письменной работы используется пятибалльная система.

Результаты контрольной работы признаются удовлетворительными в случае, если обучающийся при сдаче контрольной работы получил отметку не ниже удовлетворительной.

Система оценивания работы

За верно выполненное задание – 1 балл
За верно выполненное задание 2 части – 2 балла
Максимальное количество баллов – 25.

Отметка «5»	20-25 баллов
Отметка «4»	15-19 баллов
Отметка «3»	7-14 баллов
Отметка «2»	Ниже 7 баллов

.

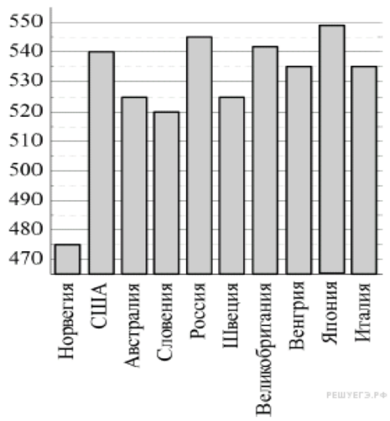
Задания для промежуточной аттестации

Вариант 1

1. Павел Иванович купил американский автомобиль, спидометр которого показывает скорость в милях в час. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 65 миль в час? Считайте, что 1 миля равна 1609 м. Ответ округлите до целого числа.

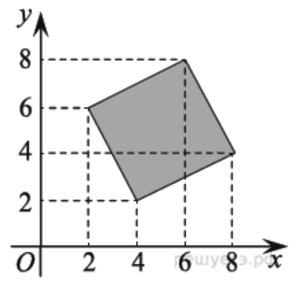
2.

На диаграмме показан средний балл участников из 10 стран в тестировании учащихся 8-го класса по естествознанию в 2007 году (по 1000-балльной шкале). Среди указанных стран первое место принадлежит Японии. Определите, какое место занимает Словения.



3.

Найдите площадь четырехугольника, вершины которого имеют координаты (4; 2), (8; 4), (6; 8), (2; 6).



4.

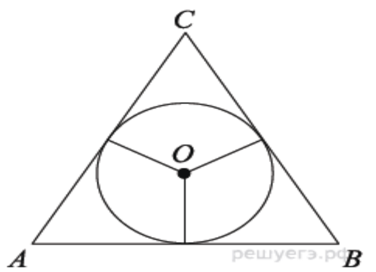
Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже чем 36,8 °C, равна 0,81. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура окажется 36,8 °C или выше.

5.

Решите уравнение: $\sqrt[3]{x+2} = -2$.

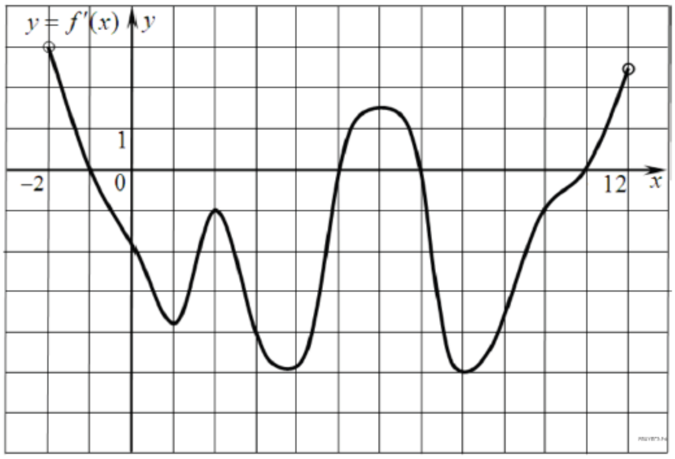
6.

Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 5, основание равно 6. Найдите радиус вписанной окружности.



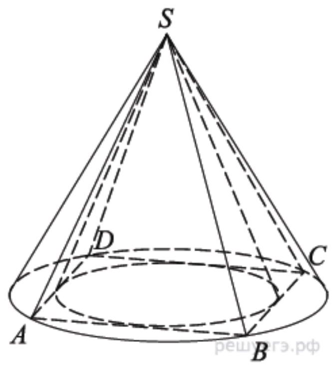
7.

На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2;\ 12)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



8.

Во сколько раз объем конуса, описанного около правильной четырехугольной пирамиды, больше объема конуса, вписанного в эту пирамиду?



9.

Найдите $\dfrac{a+9b+16}{a+3b+8}$, если $\dfrac{a}{b}=3$.

10.

В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет $R_1=90$ Ом. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите наименьшее возможное сопротивление R_2 этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями R_1 Ом и R_2 Ом их общее сопротивление дается формулой $R_{\text{общ}}=\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}$ (Ом), а для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 9 Ом. Ответ выразите в омах.

11.

Два пешехода отправляются одновременно в одном направлении из одного и того же места на прогулку по аллее парка. Скорость первого на 1,5 км/ч больше скорости второго. Через сколько минут расстояние между пешеходами станет равным 300 метрам?

12.

Найдите точку минимума функции $y=(x+16)e^{x-16}$.

13.

а) Решите уравнение $2\cos 2x + 4\sqrt{3}\cos x - 7 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{5\pi}{2};\ 4\pi\right]$.

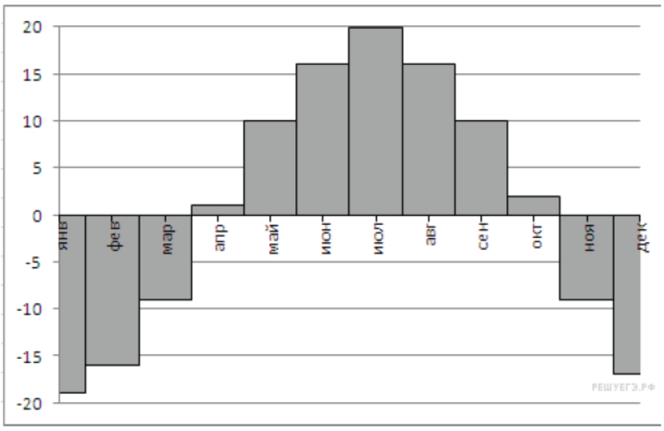
Вариант 2

1.

Павел Иванович купил американский автомобиль, на спидометре которого скорость измеряется в милях в час. Американская миля равна 1609 м. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 50 миль в час? Ответ округлите до целого числа.

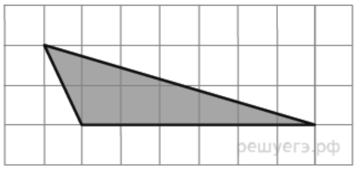
2.

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха (в градусах Цельсия) в Кемерово по результатам многолетних наблюдений. Найдите по диаграмме количество месяцев, когда среднемесячная температура в Кемерово выше минус 10 градусов Цельсия.



3.

Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см $\times$ 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



4.

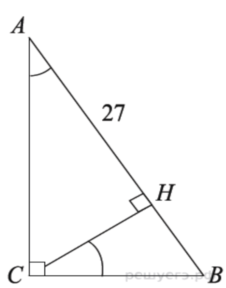
В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что наступит исход ОР (в первый раз выпадает орёл, во второй — решка).

5.

Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-8} = \frac{1}{9}$.

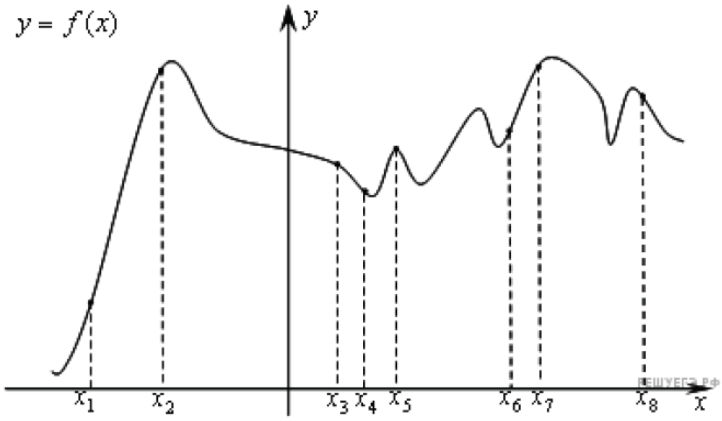
6.

В треугольнике ABC угол C равен 90°, CH — высота, $AH = 27$, $\text{tg}A = \frac{2}{3}$. Найдите BH.



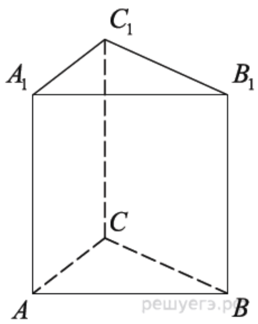
7.

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и восемь точек на оси абсцисс: $x_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_8$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна?



8.

Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, A_1, C_1 правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$, площадь основания которой равна 3, а боковое ребро равно 2.



9.

Найдите значение выражения $\dfrac{5\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} - \dfrac{2\sqrt{x}}{x}$ при $x > 0$.

10.

Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 2\cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключен резистор с сопротивлением $R = 5\cdot 10^{6}$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 16$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC\log_2 \dfrac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 0{,}7$ – постоянная. Определите напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло 21 с. Ответ дайте в киловольтах.

11.

Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 255 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч, стоянка длится 2 часа, а в пункт отправления теплоход возвращается через 34 часа после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

12.

Найдите точку минимума функции $y = \sqrt{x^2 - 6x + 11}$.

13.

а) Решите уравнение $1 + \operatorname{ctg} 2x = \dfrac{1}{\cos\left(\dfrac{3\pi}{2} - 2x\right)}$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-2\pi; -\dfrac{\pi}{2}\right]$.

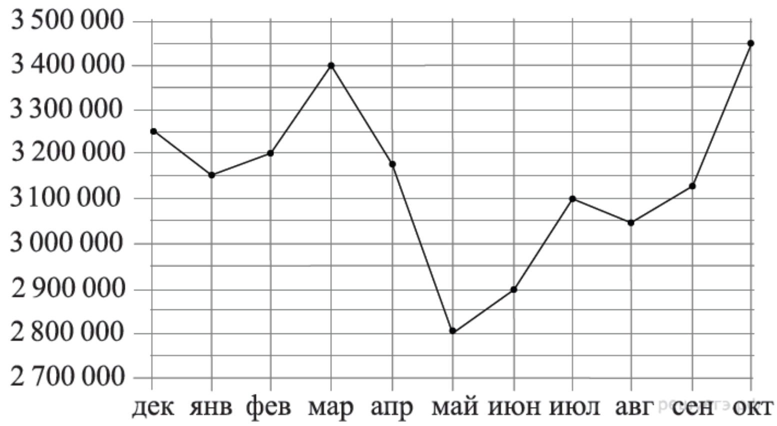
Вариант 3

1.

Поезд Новосибирск-Красноярск отправляется в 15:20, а прибывает в 4:20 на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?

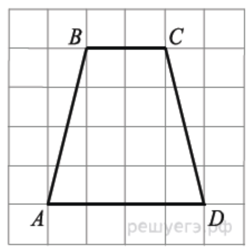
2.

На рисунке точками показана месячная аудитория поискового сайта Ya.ru во все месяцы с декабря 2008 года по октябрь 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — количество человек, посетивших сайт хотя бы раз за данный месяц. Для наглядности точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую месячную аудиторию сайта Ya.ru в период с декабря 2008 года по апрель 2009 года.



3.

На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см $\times$ 1 см изображена трапеция. Найдите длину средней линии этой трапеции.



4.

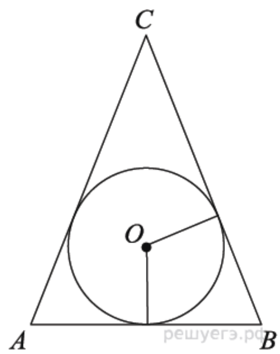
В некотором городе из 5000 появившихся на свет младенцев 2512 мальчиков. Найдите частоту рождения девочек в этом городе. Результат округлите до тысячных.

5.

Решите уравнение $x^2+9=(x+9)^2$.

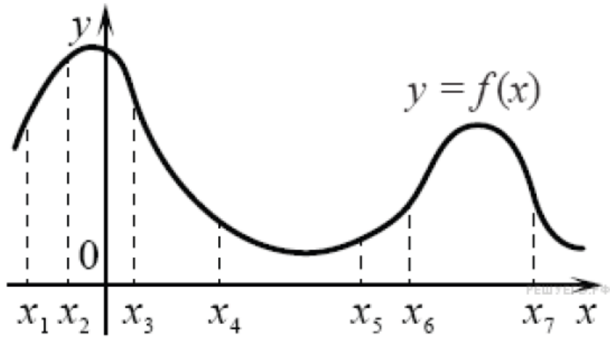
6.

Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 5 и 3, считая от вершины, противолежащей основанию. Найдите периметр треугольника.



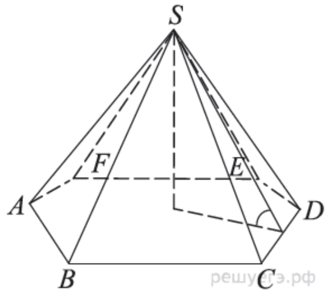
7.

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и отмечены семь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?



8.

Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды равна 4, а угол между боковой гранью и основанием равен 45°. Найдите объем пирамиды.



9.

Найдите $24\cos 2\alpha$, если $\sin\alpha = -0,2$.

10.

Скейтбордист прыгает на стоящую на рельсах платформу, со скоростью $v = 3$ м/с под острым углом α к рельсам. От толчка платформа начинает ехать со скоростью $u = \frac{m}{m+M} v\cos\alpha$ (м/с), где $m = 80$ кг – масса скейтбордиста со скейтом, а $M = 400$ кг – масса платформы. Под каким максимальным углом α (в градусах) нужно прыгать, чтобы разогнать платформу не менее чем до 0,25 м/с?

11.

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 80 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 36 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

12.

Найдите наибольшее значение функции $y = \ln(11x) - 11x + 9$ на отрезке $\left[\frac{1}{22}; \frac{5}{22}\right]$

13.

а) Решите уравнение $\cos 2x - \sqrt{2}\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - 1 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2};\ 3\pi\right]$.

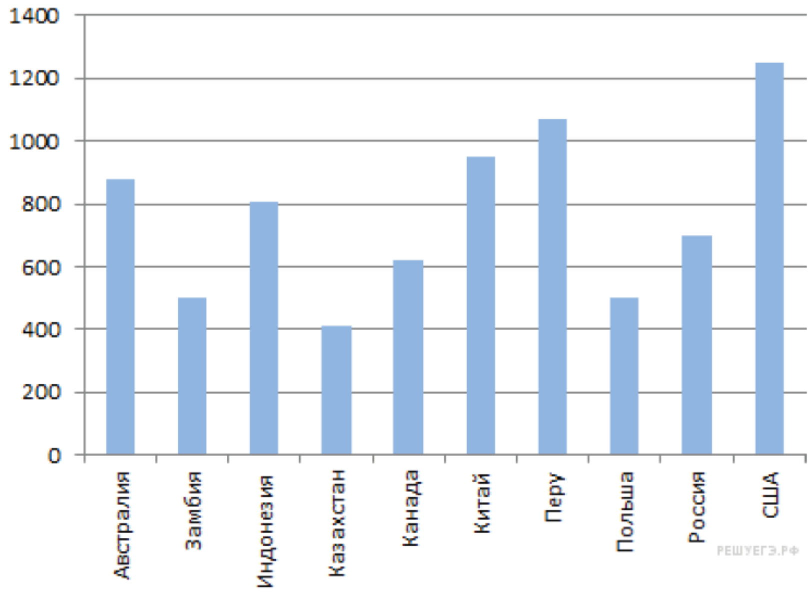
Вариант 4

1.

Ананасы стоят 85 руб. за штуку. Какое максимальное число ананасов можно купить на 500 руб., если их цена снизится на 20%?

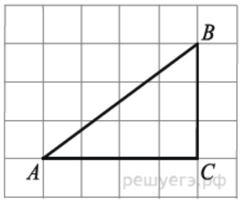
2.

На диаграмме показано распределение выбросов углекислого газа в атмосферу в 10 странах мира (в миллионах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выбросу углекислого газа в атмосферу занимали США, десятое место — Казахстан. Какое место занимал Китай?



3.

Найдите гипотенузу прямоугольного треугольника, если стороны квадратных клеток равны 1.



4.

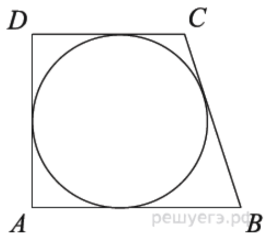
Из множества натуральных чисел от 10 до 19 наудачу выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 3?

5.

Найдите корень уравнения $\log_2(15+x)=\log_2 3$

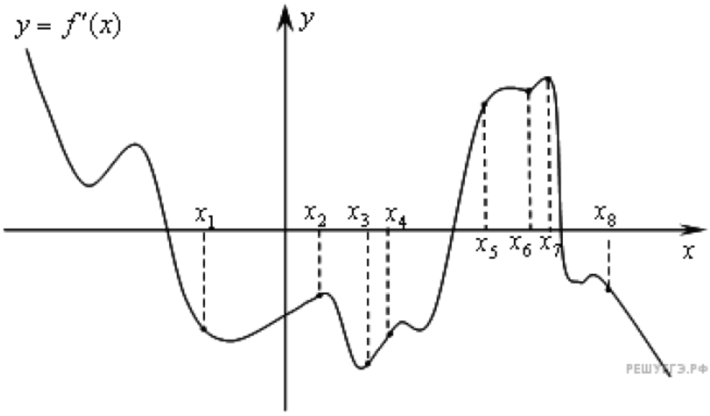
6.

Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 22, ее большая боковая сторона равна 7. Найдите радиус окружности.



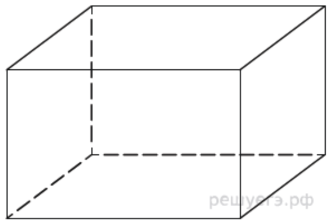
7.

На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$ и восемь точек на оси абсцисс: $x_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots, x_8$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ убывает?



8.

Три ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 4, 6, 9. Найдите ребро равновеликого ему куба.



9.

Найдите $\operatorname{tg}\left(\alpha + \dfrac{5\pi}{2}\right)$, если $\operatorname{tg}\alpha = 0{,}4.$

10.

Мяч бросили под углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Время полета мяча (в секундах) определяется по формуле $t = \dfrac{2v_0 \sin\alpha}{g}$. При каком значении угла α (в градусах) время полета составит 3 секунды, если мяч бросают с начальной скоростью $v_0 = 30$ м/с? Считайте, что ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

11.

Расстояние между пристанями A и B равно 120 км. Из A в B по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт B, тотчас повернула обратно и возвратилась в A. К этому времени плот прошел 24 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

12.

Найдите наибольшее значение функции $y = 16\operatorname{tg}x - 16x + 4\pi - 5$ на отрезке $\left[-\dfrac{\pi}{4}; \dfrac{\pi}{4}\right]$.

13.

а) Решите уравнение $2x\cos x - 8\cos x + x - 4 = 0.$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\dfrac{\pi}{2};\ \pi\right]$.

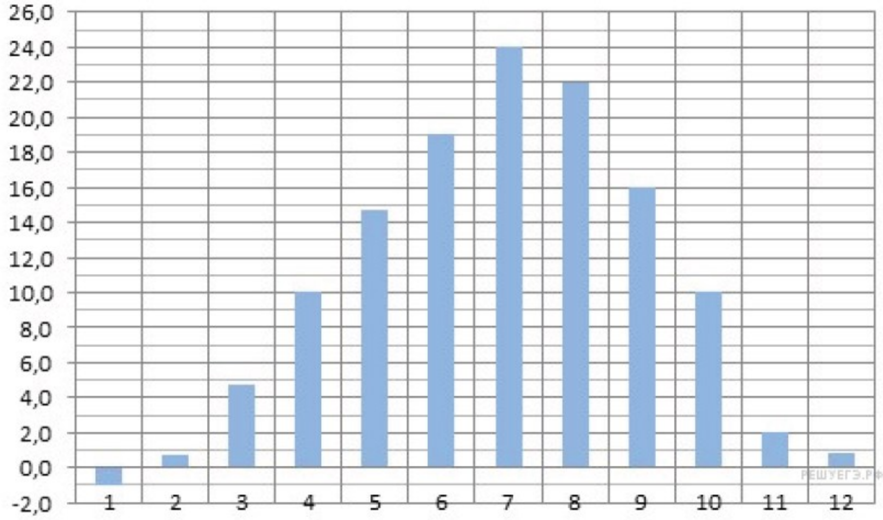
Вариант 5

1.

Маша отправила SMS-сообщения с новогодними поздравлениями своим 16 друзьям. Стоимость одного SMS-сообщения 1 рубль 30 копеек. Перед отправкой сообщения на счету у Маши было 30 рублей. Сколько рублей останется у Маши после отправки всех сообщений?

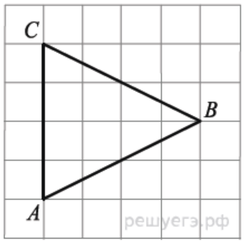
2.

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Симферополе за каждый месяц 1988 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев, когда среднемесячная температура превышала 20 градусов Цельсия.



3.

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC. Найдите длину его биссектрисы, проведённой из вершины B.



4.

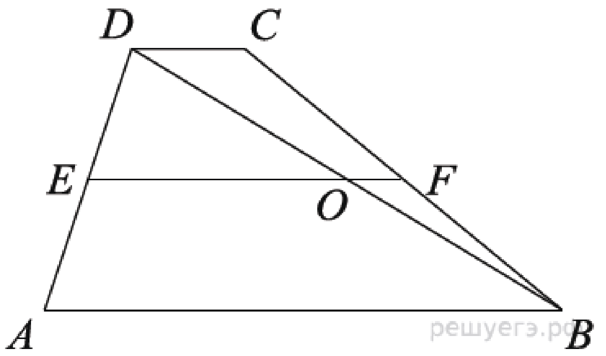
В соревновании по биатлону участвуют спортсмены из 25 стран, одна из которых — Россия. Всего на старт вышло 60 участников, из которых 6 — из России. Порядок старта определяется жребием, стартуют спортсмены друг за другом. Какова вероятность того, что десятым стартовал спортсмен из России?

5.

Найдите корень уравнения $\dfrac{1}{3x-4}=\dfrac{1}{4x-11}$.

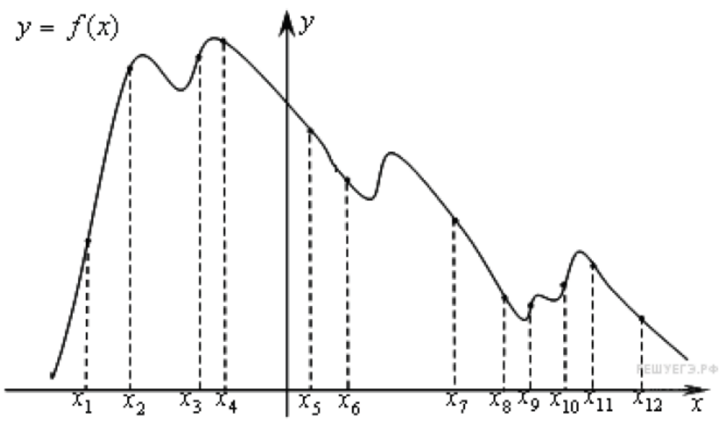
6.

Основания трапеции равны 4 и 10. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из ее диагоналей.



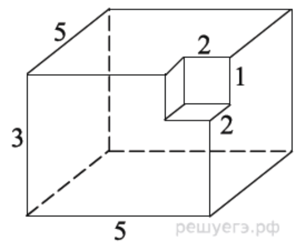
7.

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и двенадцать точек на оси абсцисс: x_1, x_2, x_3, …, x_{12}. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?



8.

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



9.

Найдите значение выражения $-50\operatorname{tg}9^\circ \cdot \operatorname{tg}81^\circ + 31$.

10.

Деталью некоторого прибора является вращающаяся катушка. Она состоит из трех однородных соосных цилиндров: центрального массой $m = 8$ кг и радиуса $R = 10$ см, и двух боковых с массами $M = 1$ кг и с радиусами $R + h$. При этом момент инерции катушки относительно оси вращения, выражаемый в $\text{кг} \cdot \text{см}^2$, дается формулой $I = \dfrac{(m+2M)R^2}{2} + M(2Rh + h^2)$. При каком максимальном значении h момент инерции катушки не превышает предельного значения 625 $\text{кг} \cdot \text{см}^2$? Ответ выразите в сантиметрах.

11.

Моторная лодка прошла против течения реки 112 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 11 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

12.

Найдите точку максимума функции $y=(x-2)^2(x-4)+5$.

13.

а) Решите уравнение $\left(\sqrt{2}\sin^2 x+\cos x-\sqrt{2}\right)\sqrt{-6\sin x}=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi;\frac{7\pi}{2}\right]$.

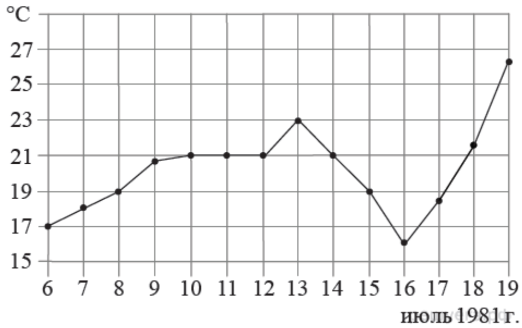
Вариант 6

1.

В магазине вся мебель продаётся в разобранном виде. Покупатель может заказать сборку мебели на дому, стоимость которой составляет 10% от стоимости купленной мебели. Шкаф стоит 3300 рублей. Во сколько рублей обойдётся покупка этого шкафа вместе со сборкой?

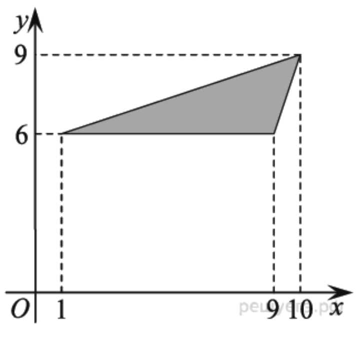
2.

На рисунке жирными точками показана среднесуточная температура воздуха в Бресте каждый день с 6 по 19 июля 1981 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку, какая была температура 15 июля. Ответ дайте в градусах Цельсия.



3.

Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты (1;6), (9;6), (10;9).



4.

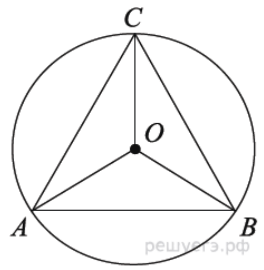
На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил 3 из них. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный вопрос.

5.

Найдите корень уравнения: $-\frac{2}{9}x=1\frac{1}{9}$.

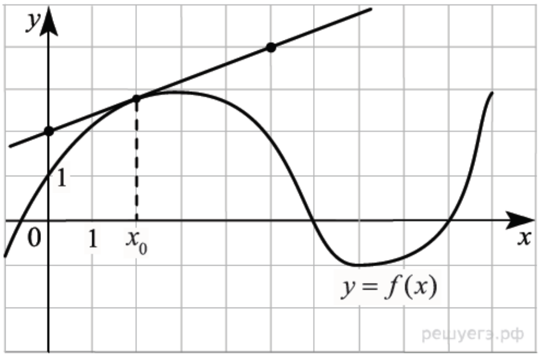
6.

Сторона правильного треугольника равна $\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



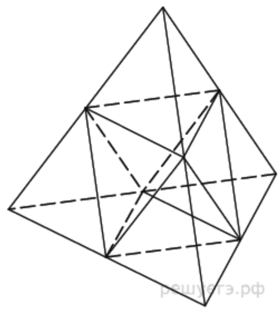
7.

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведённая в точке $x_0 = 2$. Найдите значение производной функции $g(x) = x^2 - f(x) + 1$ в точке x_0.



8.

Площадь поверхности тетраэдра равна 12. Найдите площадь поверхности многогранника, вершинами которого являются середины рёбер данного тетраэдра.



9.

Найдите $\operatorname{tg}\alpha$, **если** $\sin\alpha = -\frac{5}{\sqrt{26}}$ **и** $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$

10.

Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности In, оперативности Op, объективности публикаций Tr, а также качества сайта Q. Каждый отдельный показатель оценивается читателями по 5-балльной шкале целыми числами от 1 до 5.

Аналитики, составляющие формулу рейтинга, считают, что объективность ценится втрое, а информативность публикаций — вдвое дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{2In + Op + 3Tr + Q}{A}.$$

Каким должно быть число A, чтобы издание, у которого все оценки наибольшие, получило бы рейтинг 1?

11.

При двух одновременно работающих принтерах расход бумаги составляет 1 пачку за 12 минут. Определите, за сколько минут израсходует пачку бумаги первый принтер, если известно, что он сделает это на 10 минут быстрее, чем второй.

12.

Найдите наибольшее значение функции $y=(x-2)^2(x-4)+5$ на отрезке $[1;3]$.

13.

а) Решите уравнение $9^{\sin x}+9^{-\sin x}=\frac{10}{3}$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}, -2\pi\right]$

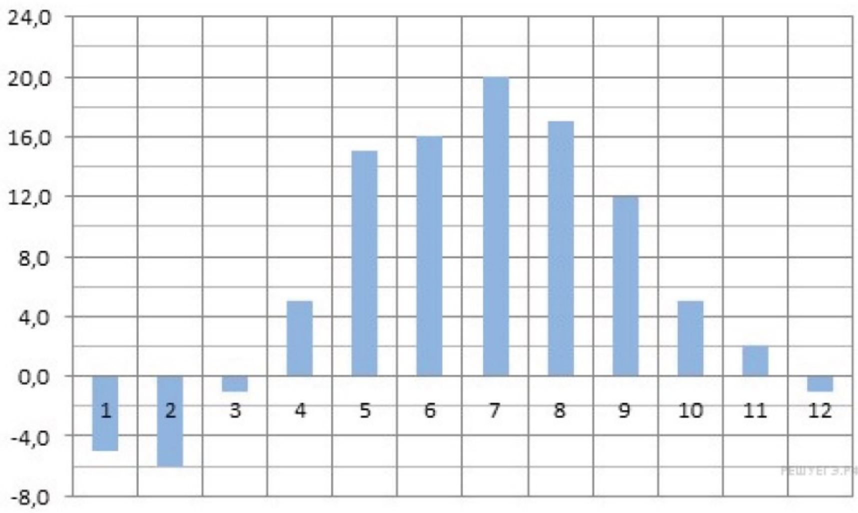
Вариант 7

1.

Тетрадь стоит 24 рубля. Сколько рублей заплатит покупатель за 60 тетрадей, если при покупке больше 50 тетрадей магазин делает скидку 10% от стоимости всей покупки?

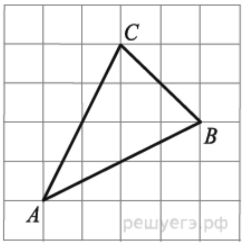
2.

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев, когда среднемесячная температура была отрицательной.



3.

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC. Найдите длину его медианы, проведённой из вершины C.



4.

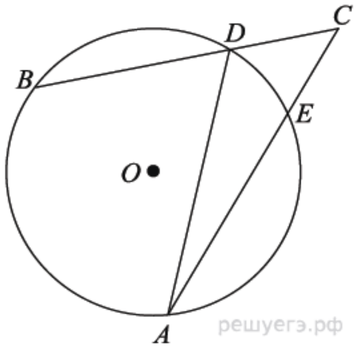
Вероятность того, что новый электрический чайник прослужит больше года, равна 0,97. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,89. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

5.

Найдите корень уравнения $\frac{1}{9x+2}=\frac{1}{8x-4}$.

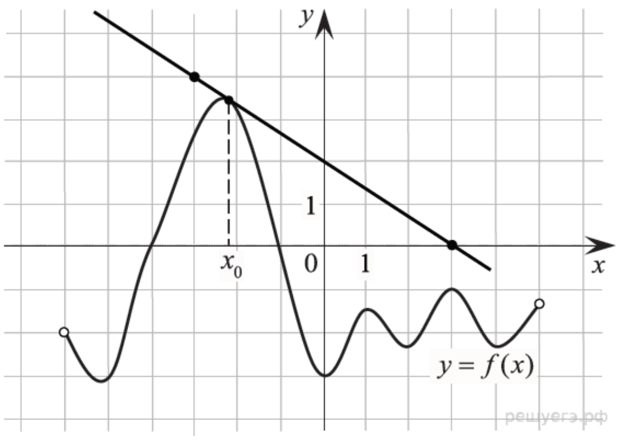
6.

Угол ACB равен 42°. Градусная величина дуги AB окружности, не содержащей точек D и E, равна 124°. Найдите угол DAE. Ответ дайте в градусах.



7.

На рисунке изображены график функции $y=f(x)$ и касательная к этому графику, проведённая в точке x_0. Найдите значение производной функции $g(x) = 6f(x) - 3x$ в точке x_0.



8.

Площадь поверхности правильной треугольной призмы равна 6. Какой станет площадь поверхности призмы, если все её рёбра увеличатся в три раза, а форма останется прежней?

9.

Найдите значение выражения $36^{\log_6 5}$.

10.

Катер должен пересечь реку шириной $L=100$ м и со скоростью течения $u=0{,}5$ м/с так, чтобы причалить точно напротив места отправления. Он может двигаться с разными скоростями, при этом время в пути, измеряемое в секундах, определяется выражением $t=\frac{L}{u}\mathrm{ctg}\alpha$, где α – острый угол, задающий направление его движения (отсчитывается от берега). Под каким минимальным углом α (в градусах) нужно плыть, чтобы время в пути было не больше 200 с?

11.

Петя и Ваня выполняют одинаковый тест. Петя отвечает за час на 8 вопросов теста, а Ваня – на 9. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Петя закончил свой тест позже Вани на 20 минут. Сколько вопросов содержит тест?

12.

Найдите точку минимума функции $y = -\frac{x^2+1}{x}$

13.

Решите уравнение $(2\cos^2 x - 5\cos x + 2) \cdot \log_{11}(-\sin x) = 0.$

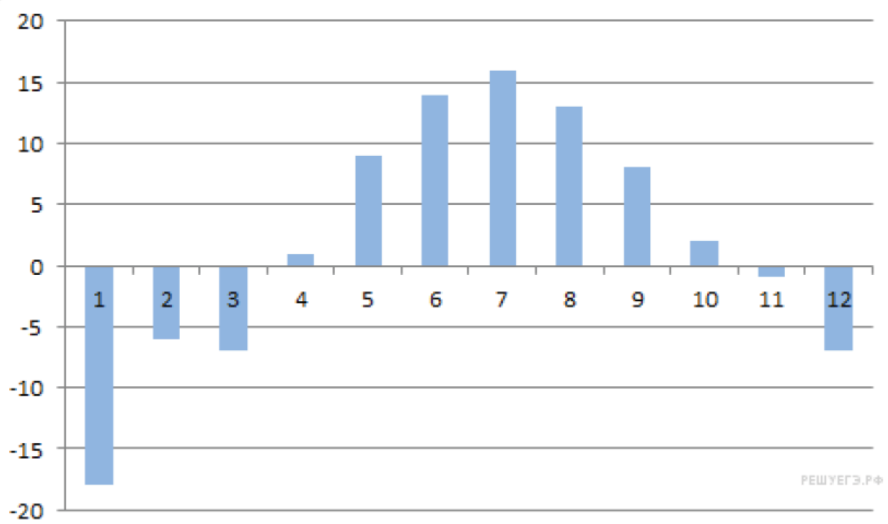
Вариант 8

1.

В пачке 500 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 1200 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 4 недели?

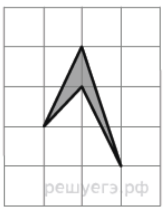
2.

На диаграмме показана средняя температура воздуха (в градусах Цельсия) в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1988 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев, когда среднемесячная температура была выше нуля.



3.

Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см $\times$ 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



4.

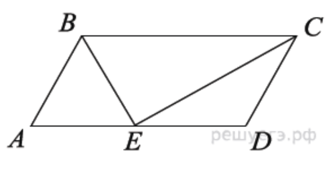
В группе туристов 30 человек. Их вертолётом в несколько приёмов забрасывают в труднодоступный район по 6 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист П. полетит первым рейсом вертолёта.

5.

Решите уравнение $8^{9-x} = 64^x$.

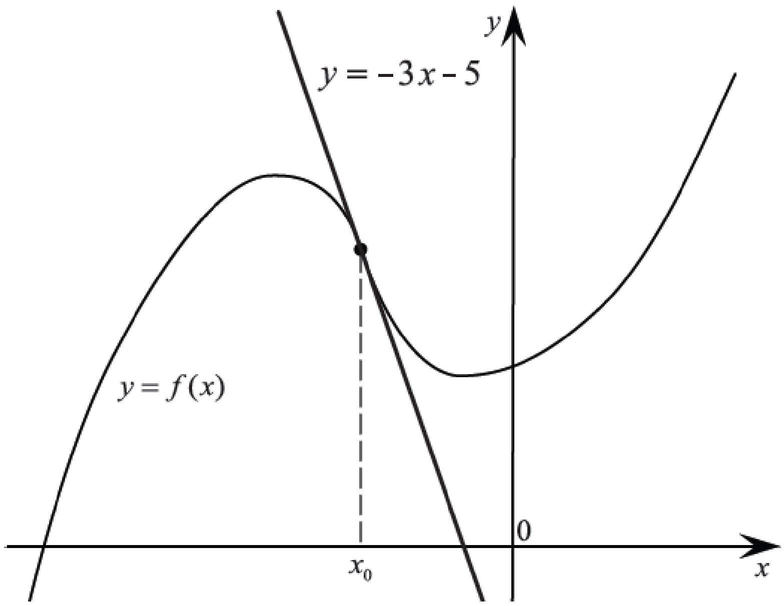
6.

Точка пересечения биссектрис двух углов параллелограмма, прилежащих к одной стороне, принадлежит противоположной стороне. Меньшая сторона параллелограмма равна 5. Найдите его большую сторону.



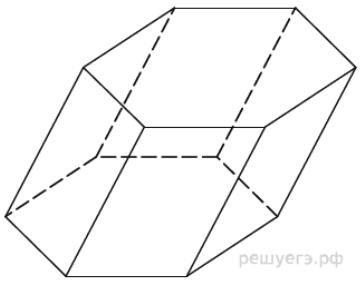
7.

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведённая в точке x_0. Уравнение касательной показано на рисунке. Найдите значение производной функции $g(x) = -7f(x) + 21x + \frac{1}{441}$ в точке x_0.



8.

Найдите объем призмы, в основаниях которой лежат правильные шестиугольники со сторонами 2, а боковые ребра равны $2\sqrt{3}$ и наклонены к плоскости основания под углом 30°.



9.

Найдите $\operatorname{tg}\alpha$, если $\frac{3\sin\alpha - 5\cos\alpha + 2}{\sin\alpha + 3\cos\alpha + 6} = \frac{1}{3}$.

10.

Водолазный колокол, содержащий $\upsilon = 2$ моля воздуха при давлении $p_1 = 1,5$ атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления p_2. Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha\upsilon T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$, где $\alpha = 5,75$ — постоянная, $T = 300$ К — температура воздуха. Найдите, какое давление p_2 (в атм) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 6900 Дж.

11.

Из двух городов, расстояние между которыми равно 560 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Через сколько часов автомобили встретятся, если их скорости равны 65 км/ч и 75 км/ч?

12.

Найдите точку минимума функции $y = x^{\frac{3}{2}} - 3x + 1$.

13.

а) Решите уравнение $\dfrac{2\sin^2 x - \sin x}{\log_7(\cos x)} = 0.$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-5\pi; -\dfrac{7\pi}{2}\right]$

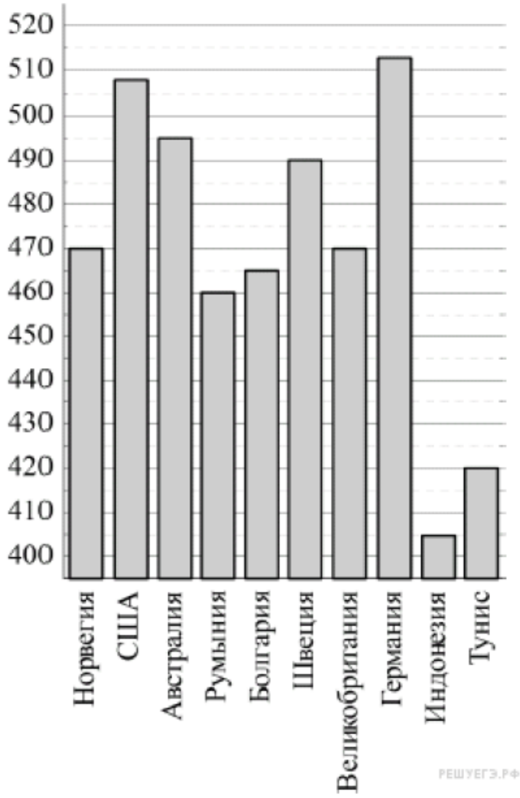
Вариант 9

1.

На автозаправке клиент отдал кассиру 1000 рублей и залил в бак 28 литров бензина по цене 28 руб. 50 коп. за литр. Сколько рублей сдачи он должен получить у кассира?

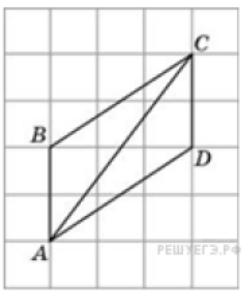
2.

На диаграмме показан средний балл участников из 10 стран в тестировании учащихся 8-го класса по математике в 2007 году (по 1000-балльной шкале). Среди указанных стран второе место принадлежит США. Определите, какое место занимает Швеция.



3.

Найдите диагональ AC параллелограмма $ABCD$, если стороны квадратных клеток равны 1.



4.

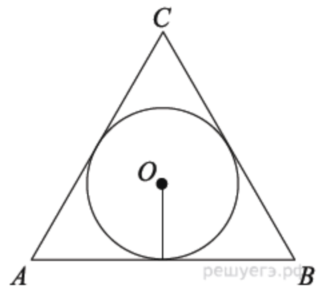
Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,52. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

5.

Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{2x+5}{3}} = 5.$

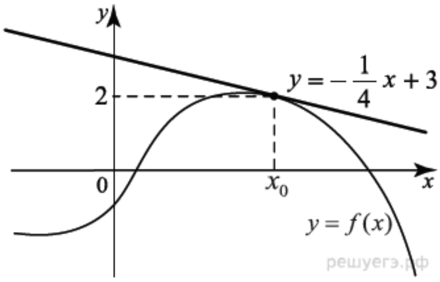
6.

Сторона правильного треугольника равна $\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.



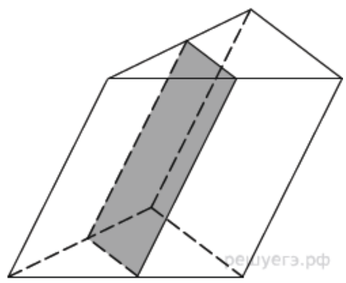
7.

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведённая в точке x_0. Уравнение касательной показано на рисунке. Найдите значение функции $g(x) = f'(x) - f(x) + 3$ в точке x_0.



8.

Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 24. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы.



9.

Найдите значение выражения $8\sin\frac{5\pi}{12}\cdot\cos\frac{5\pi}{12}$.

10.

Для сматывания кабеля на заводе используют лебедку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону $\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$, где t — время в минутах, $\omega = 20°/\text{мин}$ — начальная угловая скорость вращения катушки, а $\beta = 4°/\text{мин}^2$ — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже того момента, когда угол намотки φ достигнет $1200°$. Определите время после начала работы лебедки, не позже которого рабочий должен проверить ее работу. Ответ выразите в минутах.

11.

Моторная лодка в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 30 км от А. Пробыв в пункте В 2 часа 30 минут, лодка отправилась назад и вернулась в пункт А в 18:00 того же дня. Определите (в км/ч) собственную скорость лодки, если известно, что скорость течения реки 1 км/ч.

12.

Найдите наибольшее значение функции $y = \log_5(4 - 2x - x^2) + 3$.

13.

а) Решите уравнение $\operatorname{tg}^2 x + 5\operatorname{tg} x + 6 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

Часть 2

Вариант 1

1. Решить систему

$$\begin{cases} 5 - x > 2x - 4, \\ 3x - 7 < 3 - 2x. \end{cases}$$

2. Вычислить определенные интегралы

$$1)\ \int_0^1 x\,dx;\quad 2)\ \int_2^3 x^2\,dx;\quad 3)\ \int_{-1}^2 (x^2 + 2x + 1)\,dx.$$

3.

Найдите модуль и аргумент числа $\frac{8+2i}{5-3i}$.

4.

$1)\ 5! + 6!;\quad 2)\ \frac{52!}{50!}.$

5.

Найдите координаты вектора $\overrightarrow{AB}$, если $A(-2; -3)$, $B(1; 4)$.

6.

Найдите дифференциалы первого порядка следующих функций:

$y=e^x \sin x$;

Вариант 2

1. Решить систему

$$\begin{cases} 2x-7y=-8, \\ 3x+2y=13. \end{cases}$$

2. Вычислить определенные интегралы

$$1)\ \int_{-1}^{1} e^x\,dx;\quad 2)\ \int_{1}^{e} \frac{dx}{x}.$$

3.

Найдите модуль и аргумент числа $\frac{5+i}{2+3i}$.

4.

1) C_{15}^{13}; 2) $C_6^4+C_5^0$.

5.

Точка $C(2;\ 3)$ делит AB в отношении 1:4 (от A к B). Найдите точку A, если $B(-6;\ -1)$.

6.

Найдите дифференциалы первого порядка следующих функций:

$y=a^x e^x$;

Вариант 3

1. Решить систему

$$\begin{cases} x^2+y^2+x+y=68, \\ x^2-y^2+x-y=44. \end{cases}$$

2. Вычислить определенные интегралы

$$1)\ \int_{\pi/6}^{\pi/2} \cos x\,dx;\quad 2)\ \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{dx}{\sin^2 x}.$$

$-\pi/2$

3.

Выполните действия: $\frac{5+2i}{2-5i}-\frac{3-4i}{4+3i}$.

4.

A_{15}^3, 2) A_{m-1}^{m-5}.

5.

Найдите точку M, равноудаленную от осей координат и от данной точки $A(4;\ -2)$.

6.

Найдите дифференциалы первого порядка следующих функций:

$y=e^x\sqrt{2x}$;

Вариант 4

1. Решить систему

$$\begin{cases}\frac{2x}{3}-\frac{3}{4}>\frac{x}{2}+\frac{5}{3},\\ 7x-3>4x+2.\end{cases}$$

2. Вычислить определенные интегралы

1) $\int\limits_{-1}^{\sqrt{3}/2}\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$; 2) $\int\limits_{0}^{1}\frac{dx}{1+x^2}$.

3.

Выполните действия: $\frac{4+3i}{3-4i}-\frac{5-4i}{4+5i}$.

4.

1) $A_7^3+A_6^3+A_5^3$;

5.

Вычислите угол между векторами $\vec{a}=(-3;\ 4)$ и $\vec{b}=(4;\ 3)$.

6.

Найдите дифференциалы первого порядка следующих функций:

$y=(e^x-e^{-x})^2$

Вариант 5

1. Решить систему

$$\begin{cases}7x-5y=13,\\ 4x-3y=7.\end{cases}$$

2.Вычислить определенные интегралы

1) $\int\limits_{-1}^{\sqrt{3}/2}\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$; 2) $\int\limits_{0}^{1}\frac{dx}{1+x^2}$.

3.

Решите уравнение x^4-4x^2+
$+16=0$.

4.

$20A_{n-2}^{3}=A_{n}^{5}$;

5.

Докажите, что если O — точка пересечения медиан треугольника ABC, то $\vec{OA}+\vec{OB}+\vec{OC}=0$.

6.

Найдите дифференциалы первого порядка следующих функций:

$y=\dfrac{e^x}{e^x-1}$;

Ключи к контрольно-оценочным средствам для промежуточной аттестации: …

Вариант 1
Задание

№ вопроса	Эталон ответов
1.	105
2.	9
3.	20
4.	0.19
5.	-10
6.	1.5
7.	6
8.	8
9.	2
10.	10
11.	12
12.	-17
13.	а) $\left\{-\frac{\pi}{6}+2\pi k,\ \frac{\pi}{6}+2\pi k : k\in\mathbb{Z}\right\}$; б) $\frac{23\pi}{6}$.

Вариант 2
Задание

№ вопроса	Эталон ответов
1.	80
2.	9
3.	6
4.	0.25
5.	10
6.	12
7.	4
8.	4
9.	5
10.	2
11.	16
12.	3
13.	а) $\left\{-\frac{\pi}{4}+\pi k : k \in \mathbb{Z}\right\}$; б) $-\frac{5\pi}{4}$.

Вариант 3
Задание

№ вопроса	Эталон ответов
1.	13
2.	315000
3.	3
4.	0.498
5.	-4
6.	22
7.	3
8.	48
9.	22.08
10.	60
11.	800
12.	8
13.	а) $\left\{-\frac{3\pi}{4}+2\pi k, -\frac{\pi}{4}+2\pi k, \pi k : k \in \mathbb{Z}\right\}$; б) $2\pi,\ 3\pi,\ \frac{7\pi}{4}$.

Вариант 4
Задание

№ вопроса	Эталон ответов
1.	7
2.	3
3.	5
4.	0.3
5.	-12
6.	2
7.	5
8.	6
9.	-2.5
10.	30
11.	22
12.	11
13.	а) $\{4\}\cup\left\{\frac{2\pi}{3}+2\pi k,\ -\frac{2\pi}{3}+2\pi k : k\in\mathbb{Z}\right\}$; б) $\frac{2\pi}{3}$.

Вариант 5
Задание

№ вопроса	Эталон ответов
1.	9.2
2.	2
3.	4
4.	0.1
5.	7
6.	5
7.	7
8.	110
9.	-19
10.	5
11.	3
12.	2
13.	а) $\left\{\pi k,\ -\frac{\pi}{4}+2\pi k,\ -\frac{\pi}{2}+2\pi k : k\in\mathbb{Z}\right\}$; б) $2\pi,\ 3\pi,\ \frac{7\pi}{2}$.

Вариант 6
Задание

№ вопроса	Эталон ответов
1.	3630
2.	19
3.	12
4.	0.95
5.	-5
6.	1
7.	3.6
8.	6
9.	5
10.	35
11.	20
12.	5
13.	а) $\left\{\frac{\pi}{6}+2\pi k, \frac{5\pi}{6}+2\pi k, -\frac{\pi}{6}+2\pi k, -\frac{5\pi}{6}+2\pi k : k \in \mathbb{Z}\right\}$; б) $-\frac{19\pi}{6}; -\frac{17\pi}{6}; -\frac{13\pi}{6}$.

Вариант 7
Задание

№ вопроса	Эталон ответов
1.	1296
2.	4
3.	3
4.	0.08
5.	-6
6.	20
7.	-7
8.	54
9.	25
10.	45
11.	24
12.	1
13.	$\left\{-\frac{\pi}{2}+2\pi k, -\frac{\pi}{3}+2\pi k : k \in \mathbb{Z}\right\}$

Вариант 8
Задание

№ вопроса	Эталон ответов
1.	10
2.	7
3.	1
4.	0.2
5.	3
6.	10
7.	42
8.	18
9.	2.25
10.	6
11.	4
12.	4
13.	а) $\left\{\frac{\pi}{6}+2\pi k:\ k\in\mathbb{Z}\right\}$; б) $-\frac{23\pi}{6}$.

Вариант 9
Задание

№ вопроса	Эталон ответов
1.	202
2.	4
3.	5
4.	0.156
5.	35
6.	0.5
7.	0.75
8.	12
9.	2
10.	20
11.	11
12.	4
13.	а) $\{-\operatorname{arctg}2+\pi k,\ -\operatorname{arctg}3+\pi k:\ k\in\mathbb{Z}\}$; б) $-\pi-\operatorname{arctg}2,\ -\pi-\operatorname{arctg}3$.

Часть 2

Вариант 1

Задание

№ вопроса	Эталон ответов
1.	$-\infty < x < 2;$
2.	(3; 2)
3.	$(-8;\ -4),\ (-8;\ 3),\ (7;\ -4),\ (7;\ 3).$
4.	$14{,}5 < x < +\infty;$
5.	(4; 3);
6.	$e^x(\sin x + \cos x)\,dx;$

Вариант 2

Задание

№ вопроса	Эталон ответов
1.	½, 19/3, 9
2.	$\frac{e^2-1}{e}$; , 1
3.	½, $\frac{3-\sqrt{3}}{3}$.
4.	$\frac{5\pi}{6}$; , $\frac{\pi}{4}$
5.	$\frac{5\pi}{6}$; , $\frac{\pi}{4}$
6.	$(ae)^x(\ln a + 1)\,dx;$

Вариант 3

Задание

№ вопроса	Эталон ответов
1.	$\sqrt{2}$,
2.	$\sqrt{2},\ -\pi/4 + 2\pi k,\ k \in \mathbf{Z};$
3.	$2i;$
4.	$2i;$
5.	$\sqrt{3}+i;\ \sqrt{3}-i;\ -\sqrt{3}+i;\ -\sqrt{3}-i.$
6.	$\frac{e^x(2x+1)\,dx}{\sqrt{2x}};$

Вариант 4

Задание

№ вопроса	Эталон ответов
1.	840, 2652
2.	105, 16

3.	1) 2730; 2) $(m-1)(m-2)\ldots 6\cdot 5$.
4.	390;
5.	5;
6.	$2(e^{2x}-e^{-2x})\,dx$;

Вариант 5

Задание

№ вопроса	Эталон ответов
1.	$\overrightarrow{AB}=(3;\ 7)$
2.	(4; 4);
3.	$M_1\ (2;\ -2)$, $M_2\ (10;\ -10)$;
4.	90°.
5.	$\overrightarrow{AB}=5\vec{i}+9\vec{j}$;
6.	$-\dfrac{e^x\,dx}{(e^x-1)^2}$;

ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ К КОМПЛЕКТУ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ[6]

Дополнения и изменения к комплекту КОС на __________ учебный год по дисциплине ____

В комплект КОС внесены следующие изменения:

____

____

____

____

____

Дополнения и изменения в комплекте КОС обсуждены на заседании ПЦК ____

«_____» _____________ 20_____г. (протокол № _______).

Председатель ЦК ________________ /___________________/