ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ИРКУТСКОЙ ОБЛАСТИ «ЧЕРЕМХОВСКИЙ ГОРНОТЕХНИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ ИМ. М.И. ЩАДОВА»

РАССМОТРЕНО	**УТВЕРЖДАЮ**
на заседании ЦК	Зам. директора по УР
«Информатики и ВТ»	О.В. Папанова
Протокол №10	«07» июнь 2023 г.
«06» июнь 2023 г.	
Председатель: Чипиштанова Д.В.	

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

по практическим занятиям студентов
учебной дисциплине
ЕН.03 Теория вероятности и математическая статистика
программы подготовки специалистов среднего звена

09.02.07 Информационные системы и программирование

Разработал:
Литвинцева Е.А. преподаватель спец. дисциплин ГБПОУ «ЧГТК им. М.И. Щадова»

2023г.

СОДЕРЖАНИЕ

1.ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические указания по практическим занятиям учебной дисциплины **«Теория вероятности и математическая статистика»** составлены в соответствии с учебным планом и рабочей программой дисциплины «**Теория вероятности и математическая статистика**» по специальности ***09.02.07 Информационные системы и программирование.***

Цель проведения практических занятий: формирование практических умений, необходимых в последующей профессиональной и учебной деятельности.

Методические указания являются частью учебно-методического комплекса по учебной дисциплине «**Теория вероятности и математическая статистика**» и содержат:

- тему занятия (согласно тематическому плану учебной дисциплины);
- цель;
- оборудование (материалы, программное обеспечение, оснащение, раздаточный материал и др.);
- методические указания (изучить краткий теоретический материал по теме практического занятия);
- ход выполнения;
- форму отчета.

В результате выполнения полного объема практических занятий студент должен **уметь:**

- Применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач;
- Использовать расчетные формулы, графики при решении статистических задач;
- Применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа;
- Применять современные пакеты прикладных программ при решении профессиональных задач.

При проведении практических работ применяются следующие технологии и методы обучения:

1. проблемно-поисковых технологий
2. тестовые технологии

1. Кабинет Теории вероятности и математической статистики должен быть оснащен проектором и экраном.

Оценка выполнения заданий практических занятий

1. **«Отлично»** - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, умения сформированы, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено высоко.
2. **«Хорошо»** - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые умения сформированы недостаточно, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.
3. **«Удовлетворительно»** - теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые умения работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство

предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий содержат ошибки.

4. **«Неудовлетворительно»** - теоретическое содержание курса не освоено, необходимые умения не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки.

В соответствии с учебным планом и рабочей программы дисциплины **«Теория вероятности и математическая статистика»** на практические (лабораторные) занятия отводится **28 часов.**

2. ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

№ п/п	Тема практических занятий	Количество часов
1	Применение стандартных методов и моделей к решению вероятностных задач. Решение задач на расчет количества выборок	2
2	Применение стандартных методов и моделей к решению вероятностных задач. Решение задач на расчет количества выборок	2
3	Вычисление вероятности события с использованием формул комбинаторики	2
4	Вычисление вероятности события с использованием формул комбинаторики	2
5	Вычисление вероятностей событий, используя теоремы сложения, умножения вероятностей	2
6	Применение стандартных методов и моделей к решению вероятностных задач. Вычисление	2
7	Применение стандартных методов и моделей к решению вероятностных задач. Вычисление вероятностей сложных событий	2
8	Построение закона распределения и функция распределения ДСВ. Вычисление основных числовых характеристик ДСВ.	2
9	Вычисление числовых характеристик ДСВ	2
10	Нахождение интегральной функция распределения НСВ	2
11	Вычисление характеристик НСВ с помощью функции плотности	2
12	Вычисление вероятностей для нормального распределения	2
13	Использование расчетных формул, таблица, графиков при решении статистических задач. Моделирование случайных величин, Моделирование сложных испытаний и их результатов.	2
14	Применение современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа	2

3.СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Практическое занятие № 1

Тема: Элементы комбинаторики

Цель: получение практических навыков подсчета числа комбинаций

Оборудование: тетрадь, ручка

Задание 1. В классе 30 учащихся. Сколькими способами могут быть выбраны староста и физорг, если каждый учащийся может быть избран на одну из этих должностей?

Задание 2. Для дежурства в классе в течение недели (кроме воскресенья) выделены 6 учащихся. Сколькими способами можно установить очерёдность дежурств, если каждый учащийся дежурит один раз?

Задание 3. Для проведения экзамена создаётся комиссия из двух преподавателей. Сколько различных комиссий можно составить из пяти преподавателей?

Задание 4. В седьмом классе изучается 14 предметов. Сколькими способами можно составить расписание занятий на субботу, если в этот день недели, должно быть, пять различных уроков?

Задание 5. Сколькими способами можно изготовить 3-х цветный флаг с горизонтальными полосами, если имеется материал 7-ми цветов.

Задание 6. В купе вагона едут четыре попутчика. Трое из них выходят на следующей станции, а один пассажир продолжит движение дальше. Сколько имеется различных вариантов выхода попутчиков из купе вагона?

Задача 7. Сколько различных двузначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 при условии, что в записи числа каждая цифра используется только один раз?

Задача 8. Сколько различных перестановок можно образовать из букв слова «задача»?

Задача 9. Сколькими способами можно разместить на полке 5 книг?

Задача 10. Сколькими способами могут быть расставлены 8 участниц финального забега на 8-ми беговых дорожках?

Задача 11. Сколько существует

а) двузначных

б) трехзначных

в) n-значных натуральных чисел?

Задача 12. Каково максимальное количество абонентов могут обслужить операторы всех сотовых сетей?

Задача 13. Каких чисел - полиандромов больше, семизначных или восьмизначных?

Задача 14. Сколько существует всевозможных четырехзначных чисел, состоящих из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 7 и содержащих ровно одну тройку?

Задача 15. Сколько существует четырехзначных чисел, кратных пяти и состоящих из цифр 0, 2, 5, 7, 9, если каждое число состоит из различных цифр?

Задача 16. Сколько существует шестизначных чисел, в записи которых присутствует хотя бы одна четная цифра?

Задача 17. Сколько экзаменационных комиссий, состоящих из 7 членов, можно образовать из 14 преподавателей?

Задача 18. В чемпионате страны по футболу (высшая лига) участвуют 18 команд, причём каждые две команды встречаются между собой 2 раза. Сколько матчей играется в течение сезона?

Задача 19. Из числа учащихся, посещающих биологический кружок, в котором занимаются 5 девушек и 3 юноши, нужно направить на практику двоих: одну девушку и одного юношу. Сколько существует различных пар, которые можно направить на практику?

Задача 20. Сколько различных трёхзначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4?

Форма отчета: отчет, защита работы.

Практическое занятие № 2

Тема: Элементы комбинаторики

Цель: получение практических навыков подсчета числа комбинаций

Оборудование: тетрадь, ручка

Задача 1. Андрей, Борис, Владимир, Григорий, Дмитрий и Евгений при встрече обменялись каждый с каждым рукопожатием. Сколько всего было сделано рукопожатий?

Задача 2. Для подарков первоклассникам закупили книги пяти разных авторов и игрушки шести разных видов. Сколько различных подарков можно составить, если в каждый должна входить одна книга и одна игрушка?

Задача 3. Сколько различных смешанных пар для игры в теннис можно образовать из восьми юношей и шести девушек?

Задача 4. Путешественник из пункта А в пункт С может попасть, доехав до промежуточного пункта В по одной из трёх существующих автомагистралей, а из В в С доехать либо поездом, либо на такси. Сколько существует различных маршрутов между пунктами А и С?

Задача 5. Сколько различных четырёхзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4?

Задача 6. В соревновании участвуют 10 команд. Сколько существует вариантов распределения призовых (1, 2, 3) мест?

Задача 7. Девятиклассники Миша, Дима, Антон и Саша побежали на перемене к теннисному столу, за которым уже шла игра. Сколькими способами подбежавшие к столу четверо девятиклассников могут занять очередь для игры в настольный теннис?

Задача 8. Стас решил пойти на новогодний карнавал в костюме мушкетёра. В ателье проката ему предложили на выбор различные по фасону и цвету предметы: 3 пары брюк, 4 камзола, 3 шляпы, 2 пары сапог. Сколько различных карнавальных костюмов можно составить из этих предметов?

Задача 9. Олеся, Оксана и Юля купили билеты на концерт симфонического оркестра на 1, 2 и 3-е места первого ряда. Сколько существует способов размещения девочек на эти места?

Задача 10. Сергей, Игорь и Миша могут занять 1-е, 2-е и 3-е призовые места в соревнованиях по шахматам. Перечислить всевозможные последовательности из имён мальчиков, где порядковый номер в последовательности соответствует занятому мальчиком месту в соревнованиях. Подсчитать их количество.

Задача 11. В школьной столовой имеются помидоры, огурцы и лук. Сколько различных салатов можно приготовить, если в каждый из них должны входить в равных долях 2 различных вида овощей? Записать все сочетания овощей в составленных салатах.

Задача 12. На соревнованиях по лёгкой атлетике нашу школу представляла команда из 10 спортсменов. Сколькими способами тренер может определить, кто из них побежит в эстафете 4×100 м на первом, втором, третьем и четвёртом этапах?

Задача 13. Сколькими способами можно выложить в ряд красный, черный, синий и зеленый шарики?

Задание 14. В басне Ивана Андреевича Крылова «Квартет»: «проказница Мартышка, Осёл, Козёл да косолапый Мишка» устроили любопытный эксперимент, они исследовали влияние взаимного расположения музыкантов на качество исполнения.

Проказница-Мартышка,
Осёл,
Козёл
Да косолапый Мишка
Затеяли сыграть Квартет.
Достали нот, баса, альта, две скрипки
И сели на лужок под липки —
Пленять своим искусством свет.
Ударили в смычки, дерут, а толку нет.
«Стой, братцы, стой! — кричит Мартышка. —
Погодите!
Как музыке идти? Ведь вы не так сидите.
Ты с басом, Мишенька, садись против альта,
Я, прима, сяду против вторы;
Тогда пойдёт уж музыка не та:
У нас запляшут лес и горы!»
Расселись, начали Квартет;
Он всё-таки на лад нейдёт.
«Постойте ж, я сыскал секрет, —
Кричит Осёл: — мы, верно, уж поладим,
Коль рядом сядем».
Послушались Осла: уселись чинно в ряд;
А всё-таки Квартет нейдёт на лад.
Вот пуще прежнего пошли у них разборы
И споры,
Кому и как сидеть.
Случилось Соловью на шум их прилететь.
Тут с просьбой все к нему, чтоб их решить сомненье:
«Пожалуй, — говорят: — возьми на час терпенье,
Чтобы Квартет в порядок наш привесть:
И ноты есть у нас, и инструменты есть;
Скажи лишь, как нам сесть!» —
«Чтоб музыкантом быть, так надобно уменье
И уши ваших понежней, —

Им отвечает Соловей: —
А вы, друзья, как ни садитесь,
Всё в музыканты не годитесь».

Мартышка, Осёл, Козёл и Мишка пересаживались, считая, что от этого зависит звучание музыки. И если бы не вмешался Соловей, участники квартета, наверное, перепробовали бы все возможные варианты.
Зададимся вопросом: сколько существует способов, чтобы рассадить, например в один ряд, четырех музыкантов?

Задние 15. Если в полуфинале первенства по шахматам участвует 20 человек, а в финал выходят лишь трое, то сколькими способам и можно определить эту тройку?

Задача 16. Сколькими способами можно выбрать трех делегатов из десяти человек на конференцию?

Задача 17. В первой группе класса А первенства по футболу участвует 17 команд. Разыгрываются медали: золото, серебро и бронза. Сколькими способами они могут быть разыграны?

Задача 18. Сколько различных пятизначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5 при условии, что они должны состоять из различных цифр?

Задача 19. Сколькими способами можно собрать 6 разноцветных лоскутков в пеструю ленту?

Задача 20. В одном советском учреждении был обнаружен несгораемый шкаф, сохранившийся с дореволюционных лет. Отыскался и ключ к нему, но чтобы им воспользоваться, нужно было знать секрет замка; дверь шкафа открывалась лишь тогда, когда имевшиеся на двери 5 кружков с алфавитом на их ободах (36 букв) устанавливались на определённое слово. Так как никто этого слова не знал, то, чтобы не взламывать шкафа, решено было перепробовать все комбинации букв в кружках. На составление одной комбинации требовалось 3 секунды времени. Можно ли надеяться, что шкаф будет открыт в течение ближайших 10 рабочих дней?

Форма отчета: отчет, защита работы.

Практическое занятие № 3

Тема: Элементы комбинаторики

Цель: научить вычислять вероятности событий с помощью формул комбинаторики

Оборудование: тетрадь, ручка

Задание 1. Решить задачи

1) На трех одинаковых карточках напечатаны буквы К,Н,Х. Карточки положены буквами вниз и перемешаны. После чего извлекаются по одной, переворачиваются и кладутся слева на право. Какова вероятность, что Вы прочтете название нашего учебного заведения?

2)Та же по смыслу задача, но на карточках напечатано В,М,Э,1,2. Какова вероятность, что Вы прочтете название группы? А если на карточках напечатано В,М,Э,2,2 то искомая вероятность останется прежней?

3)Куб, все грани которого окрашены распилен на 1000 кубиков одинакового размера, которые затем тщательно перемешаны. Найти вероятность того, что наудачу извлеченный кубик будет иметь окрашенных граней а) одну, б) две, в)три.

4)При стрельбе относительная частота попаданий оказалась равной 0.85. Найти число попаданий, если всего было произведено 120 выстрелов.

5)Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу извлеченного жетона не содержит цифры 5.

6)Набирая номер телефона абонент забыл последние 2 цифры и, помня лишь то, что эти цифры различны набрал их наудачу. Найти вероятность того, что набраны нужные цифры.

7)В ящике из 10 деталей 7 стандартных. Найти вероятность того, что среди взятых на удачу 6 деталей 4 стандартных. (Это, так называемая задача о выборке, обобщите ее и составьте аналогичные.)

8)Восемь различных книг расставляются рядом на одной полке. Найти вероятность того, что две определенные книги окажутся поставленными рядом.

9)В забеге участвуют 5 спортсменов: А, Б, В, Г, Д, каждый из которых имеет одинаковые шансы на успех. Какова вероятность того, что парвые три места займут соответственно бегуны А, Б, В?

10)Автобус должен сделать 8 остановок. Найти вероятность того, что никакие два пассажира из пяти, едущих в автобусе, не выйдут на одной и той же остановке.

11)Из 15 билетов выигрышными являются четыре. Какова вероятность того, что среди 6-ти билетов, взятых на удачу, будет два выигрышных?

12)Монета подброшена два раза. Найти вероятность того, что хотя бы один раз появится цифра.

13)В круг вписан квадрат. Какова вероятность того, что точка, наудачу поставленная в круге, окажется внутри квадрата?

14)Квадрат со стороной а разбит на 4 части отрезками прямых, соединяющих середины противоположных сторон. В этот квадрат брошена монета радиуса $r < a/4$. Найти вероятность того, что монета не пересечет ни одной из сторон квадратов, на которые разбит основной квадрат.

15)Внутри круга радиуса 20см. проведены две непересекающиеся окружности – одна радиусом 5см., другая – радиусом 10 см. Найти вероятность того, что точка, взятая наудачу внутри большого круга, окажется лежащей внутри одной из малых окружностей.

16)Двое друзей условились встретиться в определенном месте между 13 и 14 часами. Пришедший первым ждет второго в течение 20 минут, после чего уходит. Определить вероятность встречи друзей, если моменты их прихода в указанном промежутке времени равновозможны.

17)Из коробки, содержащей карточки с буквами а, к, о, р, р, т, т извлекают одну за другой буквы и располагают в порядке извлечения. Какова вероятность, что Вы прочтете слово трактор?

18)(Занимательная задача: легкомысленный член жюри) В жюри из трех человек два члена независимо друг от друга принимают правильное решение с вероятностью р, а третий для выяснения решения бросает монету. Окончательное решение выносится большинством голосов. Жюри из одного человека выносит справедливое решение с вероятностью р. Какое из этих жюри вынесет правильное решение с большей вероятностью?

Форма отчета: отчет, защита работы.

Практическая работа 4

Тема: Элементы комбинаторики

Цель: научить вычислять вероятности событий с помощью формул комбинаторики
Оборудование: тетрадь, ручка
Задание 1. Решить задачи

1.1 В урне находится 10 шаров, из них 6 белых и 4 черных шара. Вынули из урны 2 шара. Какова вероятность того, что оба шара - белые?
1.2 В секретном замке на общей оси 4 диска, каждый из которых разделен на 5 секторов, на которых написаны различные цифры. Замок открывается, если диски установлены так, что цифры на них составляют определенное четырехзначное число. Найти вероятность того, что при произвольной установке дисков замок будет открыт.
1.3 Набирая номер телефона, абонент забыл последние 3 цифры и, помня лишь, что эти цифры различны, набрал их на удачу. Найти вероятность того, что набраны нужные цифры.
1.4 В почтовом отделении имеются открытки 6 видов. Какова вероятность того, что среди 4 проданных открыток все открытки различны?
1.5 Из колоды в 36 карт вынимаются одна за другой без возвращения 6 карт. Какова вероятность того, что три них будут «черви».
1.6 Буквы Т Е И Я Р О написаны на отдельных карточках. Ребенок берет карточки в случайном порядке и прикладывает одну к другой три карточки. Какова вероятность того, что у него получится слово «ТОР»?
1.7 По условию лотереи «Спортлото 5 из 36» участник, угадавший 4 цифры из 5, получает второй приз. Найдите вероятность такого выигрыша.
1.8 В коробке лежат 5 синих, 4 красных, 3 зеленых карандаша. Наудачу вынимают 3 карандаша. Найти вероятность того, что это будут карандаши разного цвета.
1.9 Семь человек садятся на скамейке. Какова вероятность того, что два определенных человека будут сидеть рядом?

Задание 2. Подобрать и решить задачи по теме, аналогичные просмотренным (11 шт.)
Форма отчета: отчет, защита работы.

Практическая работа 5

Тема: Основы теории вероятностей
Цель: отработать навыки по вычислению вероятностей сложных событий
Оборудование: тетрадь, ручка
Задание 1. Решить задачи:

1) В магазин поступило 30 телевизоров, 5 среди которых имеют скрытые дефекты. Наудачу отбираются 2 телевизора для проверки. Какова вероятность того, что оба они не имеют дефектов?

2) Вероятность безотказной работы двух независимо работающих сигнализаторов равна 0.6 и 0.7. Найти вероятность того, что сработают: а) оба сигнализатора, б) хотя бы один сигнализатор.

3) Изделия проверяются на стандартность. Вероятность того, что изделие стандартно равна 0.8. Найти вероятность того, что из двух проверенных изделий только одно стандартно.

4) Партия товара, состоящая из 15 ящиков, подлежит приемке, если при проверке наугад двух выбранных ящиков окажется, что содержащиеся в них изделия удовлетворяют стандарту. Найти вероятность приемки партии, содержащей в 5 ящиках нестандартные изделия.

5) В группе специалистов 3 экономиста и 5 юристов. Для проведения проверки работы фирмы наудачу отбираются 4 специалиста. Какова вероятность того, что в эта группа состоит из двух юристов и двух экономистов?

6) В партии деталей 12 стандартных изделий и 3 нестандартных. 5 деталей, выбранных наудачу, проверяют на соответствие стандарту. Найти вероятность того, что среди них не окажется нестандартных.

7) В экзаменационном билете три вопроса, Вероятность ответа на первый вопрос - 0.9; на второй - 0.7; на третий - 0.5. Найти вероятность различных оценок.

8) На складе телевизионного ателье из имеющихся 20 микросхем 6 изготовлены первым заводом, остальные - вторым. Найти вероятность того, что две наудачу взятых микросхемы изготовлены первым заводом.

9) Студент знает 20 вопросов из 25-ти. Найти вероятность того, что студент знает предложенные ему экзаменатором три вопроса.

10) В рабочем поселке 11 торговых точек, 8 из которых - ИЧП. Для проверки наудачу отбираются 5. Какова вероятность того, что в число проверяемых попадут только частные торговые предприятия?

11)Брошены монета и игральная кость. Найти вероятность совмещения событий: «появился герб», появилось 6 очков».

12)Монета бросается до тех пор пока 2 раза подряд не выпадет одной и той же стороной. Найти вероятности следующих событий: а)опыт окончится до шестого бросания; б)потребуется четное число бросаний.

13)Вероятности поражении цели первым стрелком равна 0,8, вторым 0,6. Найти вероятности следующих событий: а) цель поражена двумя попаданиями; б) одним выстрелом; в) цель не поражена.

14)В урне находится 5 белых, 4 черных и 3 синих шара. Каждое испытание состоит в том, что наудачу извлекают один шар, не возвращая его в урну. Найти вероятность того, что при первом испытании появится белый шар, при втором черный и при третьем – синий.

15)Три электрические лампочки последовательно включены в цепь. Вероятность того, что одна (любая) лампочка перегорит, если напряжение в сети превысит номинальное, равна 0,6. Найти вероятность того, что при повышенном напряжении тока в цепи не будет.

16)В урне 7 белых и 9 красных шаров. Из урны наугад вынимают первый шар, определяют цвет. Затем второй шар. Найдите вероятность, что они оба белые.

16.1)Из урны (задача 16) одновременно вынимают два шара. Найдите вероятность того, что они оба белые. (Это разные задачи?)

Задание 2. Подобрать и решить задачи по теме, аналогичные просмотренным (4 шт.)

Форма отчета: отчет, защита работы.

Практическая работа 6

Тема: основы теории вероятностей

Цель: отработать навыки по вычислению вероятностей сложных событий

Оборудование: тетрадь, ручка

Задание1. Решить задачи

1 Два автомата производят детали, которые поступают на общий конвейер. Вероятность получения нестандартной детали на первом автомате равна 0.06, на втором - 0.02. Производительность первого автомата втрое больше, чем второго. а) Найти вероятность того, что наудачу взятая с конвейера деталь нестандартна. б) Взятая с конвейера деталь оказалась нестандартной. Найти вероятность того, что она изготовлена на первом автомате.

2 Три хлебокомбината города производят продукцию, обеспечивающую город хлебобулочными продуктами в пропорции 2:3:5. Первый хлебокомбинат производит 30% продукции высшего качества, второй - 40%, третий - 60%. Найти вероятность того, что приобретенное хлебобулочное изделие оказалось высшего качества. Приобретенный продукт оказался высшего качества, найти вероятность того, что это изделие изготовлено на втором хлебокомбинате.

3 Сообщение можно передать письмом, по телефону и по факсу с одинаковой вероятностью. Вероятность того, что сообщение дойдет до получателя в каждой из перечисленных возможностей соответственно равны 0.7, 0.6 и 0.9. 1) Какова вероятность получения сообщения? 2) Сообщение адресатом получено, какова вероятность, что оно передано по факсу?

4 В группе 25 студентов: 4 отличника, 9 хорошистов, остальные - троечники. Вероятность получения оценки “отлично” на экзамене по математике для первых - 0.95, для вторых - 0.7, для троечников - 0.3. 1) Какова вероятность того, что наудачу взятый студент получил на экзамене пятерку? 2) Студент получил пятерку на экзамене. Найти вероятность, что он хорошист.

10 В компьютерном классе института 7 IBM типа Pentium и 5 компьютеров других модификаций. Вероятность сбоя в работе в течение учебного занятия для Pentium равна 0.9, для других компьютеров - 0.7. Студент на занятии работает за произвольно выбранным компьютером. 1) Найти вероятность того, что в течение занятия его компьютер не “зависнет”. 2) На занятии компьютер дал сбой в работе, найти вероятность того, что студент работал на Pentiume.

11)Найти вероятность того, что к первой наудачу извлеченной кости домино можно приставить и вторую.

Задание 2. Подобрать и решить задачи по теме, аналогичные просмотренным (9 шт.)

Форма отчета: отчет, защита работы.

Практическое занятие № 7

Тема: Основы теории вероятностей

Цель: отработать навыки по вычислению вероятности в схеме Бернулли

Оборудование: тетрадь, ручка

Задание 1. Решить задачи:

1 Вероятность сбоя в работе компьютера в одном сеансе работы равна 0.1. Найти вероятность двух сбоев в шести сеансах работы.

2 Вероятность появления события А в одном испытании равна 0.4. произведено 5 испытаний. Найти вероятность того, что событие А наступит не более одного раза.

3 Фирма выпускает изделия, из которых 80% высшего качества. Какова вероятность при отборе 100 изделий обнаружить ровно 18 изделий высшего качества?

4 Хлебокомбинат выпускает 90% продукции первого сорта. Какова вероятность того, что из 400 изделий хлебокомбината первосортных окажется не менее 380?

5 Что вероятнее выиграть у равносильного соперника (ничьи исключены): три партии из четырех или пять партий из восьми?

6 Рекламное агентство гарантирует, что в некоей лотерее 2% билетов выигрышные. Вы приобрели 100 лотерейных билетов. Что вероятнее, что четыре билета окажутся выигрышными или выигрышных не будет ни одного.

7 Вероятность появления события в каждом испытании равна 0.25. Найти вероятность того, что в 300 испытаниях событие наступит от 50 до 80 раз.

8 Всхожесть семян новой культуры 85%. На опытном участке посеяли 500 семян. Найти вероятность того, что прорастут от 400 до 450 семян.

9 Вероятность появления события А в одном испытании равна 0.4. произведено 400 испытаний. Найти вероятность того, что событие А наступит не менее 190 и не более 215 раз.

10 Типография гарантирует вероятность брака переплета книг 0.0001. Книга издана тиражом 25000 экземпляров. Какова вероятность того, что в этом тираже только одна книга имеет брак переплета?

11 Вероятность появления события А в одном испытании равна 0.9. произведено 100 испытаний. Найти вероятность того, что событие А наступит не менее 80 раз.

12Известно, что в данном селе 80% семей имеют телевизоры. Найти вероятность того, что среди 6 случайно отобранных семей 2 окажутся без телевизора.

13В квартире 8 электролампочек. Вероятность работы лампочки в течение года равна 0,9. Какова вероятность того, что в течение года придется заменить не менее половины лампочек.?

14При проведении некоторого испытания вероятность появления некоторого результата 0,01. сколько раз его нужно провести, чтобы с вероятностью 0,5 можно было ожидать хотя бы одного появления этого результата?

15Какова вероятность того, что среди наугад 500 выбранных человек двое родились 8-го марта?

16Найти такое число k, чтобы с вероятность 0,9, можно было утверждать, что среди 900 новорожденных более k мальчиков. Вероятность рождения мальчика 0,515.

Форма отчета: отчет, защита работы.

Практическое занятие № 8

Тема: Дискретные случайные величины (ДСВ)

Цель: отработать навыки по построению закона распределения и функции распределения ДСВ

Оборудование: тетрадь, ручка

Задание 1. Решить задачи:

1. Дискретная случайная величина X задана законом распределения

X	2	4	7
P	0,5	0,2	0,3

Найти функцию распределения F(x) и начертить ее график.

2. Задан закон распределения дискретной случайной величины **X**:

x_i	–2	–1	0	2	3
p_i	0,1	0,2	0,3	0,3	0,1

Найти функцию распределения и построить ее график.

3. Задан закон распределения дискретной случайной величины **X**:

x_i	0	1	2	3	4
p_i	p	2 p	0,2	0,2	0,3

Найти функцию распределения и построить ее график.

4. Монета брошена 2 раза. Записать закон распределения СЛ вел X – числа появления герба. Найти функцию распределения и построить ее график.
5. Игральный кубик брошен 3 раза. Записать закон распределения СЛ вел X – числа появления шестерки.

6.

Дискретная случайная величина X задана рядом распределения

X	–1	0	2
P	0,5	0,1	p_3

Найти p_3; $M(X)$; $D(X)$; $P(X < 2)$; $F(x)$.

Начертить график $F(x)$.

7.

Дискретная случайная величина X задана рядом распределения

X	–20	0	20
P	0,3	p_2	0,4

Найти p_2; $M(X)$; $D(X)$; $P(X \geq 6)$; $F(x)$, $M(3 - 2X)$, $D(3 - 2X)$.

Начертить график $F(x)$.

8.

Дискретная случайная величина X задана рядом распределения

X	–1	0	x_3
P	0,2	0,3	p_3

Известно, что $M(X) = 0{,}8$. Найти p_3; x_3; $D(X)$; $P(X < 1)$; $F(x)$.

Начертить график $F(x)$.

9.

Дискретная случайная величина X задана рядом распределения

X	–2	0	1
P	0,2	p_2	0,1

Найти p_2; $M(X)$; $D(X)$; $P(X < 1)$; $F(x)$, $M(2X - 1)$, $D(2X - 1)$.

Начертить график $F(x)$.

10.

По мишени производится два независимых выстрела. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,6. Случайная величина X — число попаданий в мишень.

11.

Монета подбрасывается три раза. Случайная величина X — число выпадений герба.

12.

Автомобиль должен проехать по улице, на которой установлено четыре независимо работающих светофора. Каждый светофор с интервалом в 2 мин подает красный и зеленый сигналы. Случайная величина X — число остановок автомобиля на этой улице.

13.

Производят три выстрела по мишени. Вероятность поражения мишени первым выстрелом равна 0,4, вторым — 0,5, третьим — 0,6. Случайная величина X — число попаданий в мишень.

14.

Вероятность выпуска прибора, удовлетворяющего требованиям качества, равна 0,9. В контрольной партии 3 прибора; X — число приборов, удовлетворяющих требованиям качества.

15.

С вероятностью попадания при одном выстреле, равной 0,7, охотник, имея 4 патрона, стреляет по дичи до первого попадания. Случайная величина X — число использованных патронов.

Форма отчета: отчет, защита работы.

Практическое занятие № 9

Тема: непрерывные случайные величины (НСВ)

Цель: отработать навыки вычисление числовых характеристик НСВ.

Оборудование: тетрадь, ручка

Задание 1. Решить задачи:

1.

Непрерывная случайная величина X задана интегральной функцией:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \le 0, \\ \dfrac{x^3}{125} & \text{при } 0 < x \le 5, \\ 1 & \text{при } x > 5. \end{cases}$$

2.

Задана функция распределения НСВХ. Требуется:

1) Найти плотность распределения вероятностей *f(x)*
2) Определить коэффициент А
3) Схематично построить графики F(x) и *f(x)*
4) Найти математическое ожидание M(X) и дисперсию D(X)
5) Найти вероятность того, что X примет значение из интервала (α;β)

$$F(x) = \begin{cases} 0 & при \quad x < 0 \\ Ax^3 & при \quad 0 \le x \le 4 \\ 1 & при \quad x > 4 \end{cases}$$

$$\alpha = 2 \qquad \beta = 3$$

3.

№3. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & если \quad x \le 1 \\ A(x-1), & если \quad 1 < x \le 9 \\ 0, & если \quad x > 9 \end{cases}$$

Требуется определить:

1) Коэффициент А
2) Функцию распределения F(x)
3) Схематично построить графики F(x) и *f(x)*
4) Найти математическое ожидание M(X) , дисперсию D(X) и среднее квадратическое отклонение σ(X)
5) Найти вероятность того, что X примет значение из интервала (8;11)

4.

Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей и *f(x)*.

Требуется определить:

1) Коэффициент A
2) Функцию распределения F(x)
3) Схематично построить графики F(x) и *f(x)*
4) Найти математическое ожидание M(X) , дисперсию D(X) и среднее квадратическое отклонение σ(X)
5) Найти вероятность того, что X примет значение из интервала (α;β)

1. $f(x)=\begin{cases}0, & если\quad x<-3\\ A(x+3), & если\quad -3\le x\le 1\\ 0, & если\quad x>1\end{cases}$, $\alpha=0,\beta=1$.

2. $f(x)=\begin{cases}0, & если\quad x<1\\ Ax, & если\quad 0\le x\le 3\\ 0, & если\quad x>3\end{cases}$, $\alpha=1,\beta=2$.

3. $f(x)=\begin{cases}0, & если\quad x<1\\ A(x-1), & если\quad 1\le x\le 4\\ 0, & если\quad x>4\end{cases}$, $\alpha=2,\beta=3$.

4. $f(x)=\begin{cases}0, & если\quad x<-2\\ A(x+2), & если\quad -2\le x\le 2\\ 0, & если\quad x>2\end{cases}$, $\alpha=-1,\beta=1$.

5. $f(x)=\begin{cases}0, & если\quad x<-1\\ A(x+1), & если\quad -1\le x\le 2\\ 0, & если\quad x>2\end{cases}$, $\alpha=1,\beta=2$.

6. $f(x)=\begin{cases}0, & если\quad x<-1\\ Ax^2, & если\quad -1\le x\le 2\\ 0, & если\quad x>2\end{cases}$, $\alpha=1,\beta=3$.

7. $f(x)=\begin{cases}0, & если\quad x<0\\ A, & если\quad 0\le x\le 4\\ 0, & если\quad x>4\end{cases}$, $\alpha=2,\beta=7$.

8. $f(x)=\begin{cases}0, & если\quad x<2\\ A(x-2), & если\quad 2\le x\le 3\\ 0, & если\quad x>3\end{cases}$, $\alpha=2{,}5;\beta=3{,}5$.

9. $f(x)=\begin{cases}0, & если\quad x<-1\\ A(x+1), & если\quad -1\le x\le 1\\ 0, & если\quad x>1\end{cases}$, $\alpha=0{,}5;\beta=2{,}5$.

10. $f(x)=\begin{cases}0, & если\quad x<-5\\ A(x+5), & если\quad -5\le x\le 7\\ 0, & если\quad x>7\end{cases}$, $\alpha=3,\beta=6$.

Форма отчета: отчет, защита работы.

Практическое занятие № 10

Тема: непрерывные случайные величины (НСВ)

Цель: отработать навыки построения функции плотности и интегральной функции распределения.

Оборудование: тетрадь, ручка

Задание 1. Рассмотрите пример:

Пример. Автомобиль подъезжает к перекрестку, регулируемому светофором, в некоторый момент времени. На светофоре – красный сигнал. Полное время «горения» красного сигнала – 30 секунд. Время Т, в течение которого водителю автомобиля придется ждать зеленого сигнала светофора, представляет собой случайную величину, равномерно распределенную на отрезке [0, 30].

Шкала измерительного прибора проградуирована в некоторых единицах. Ошибку при округлении отсчета до ближайшего целого деления можно рассматривать как случайную величину, распределенную с постоянной плотностью между двумя соседними делениями.

Построим функцию распределения равномерно распределенной случайной величины.

Если x<a,

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x}0\,dt=0.$$

При a $\le$ x $\le$ b ,

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x}\frac{1}{b-a}\,dt=\int_{-\infty}^{a}0\,dt+\int_{a}^{x}\frac{1}{b-a}\,dt=0+\frac{1}{b-a}\int_{a}^{x}dt=\frac{1}{b-a}\cdot t\Big|_{a}^{x}=\frac{x-a}{b-a}.$$

При x>b,

$$F(x)=\int_{-\infty}^{a}0dt+\int_{a}^{b}\frac{1}{b-a}\,dt+\int_{b}^{x}0dt=0+\frac{1}{b-a}\int_{a}^{b}dt+0=\frac{1}{b-a}\cdot t\Big|_{a}^{b}=\frac{1}{b-a}\cdot(b-a)=1.$$

Таким образом,

$$F(x)=\begin{cases}0, & \text{если } x<a\\ \dfrac{x-a}{b-a}, & \text{если } a\le x\le b\\ 1, & \text{если } x>b\end{cases}.$$

График функции распределения F(x) равномерно распределенной случайной величины X изображен на рис. 3.

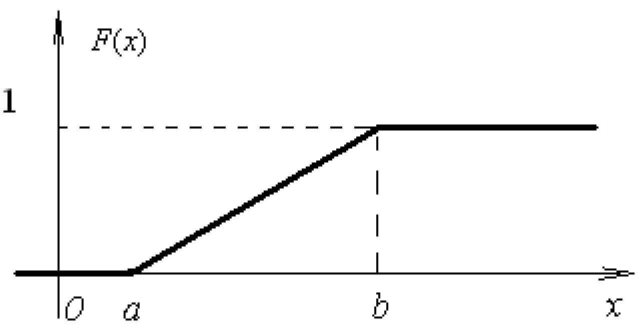


Рис. 3

Математическое ожидание равномерно распределенной случайной величины X равно:

$$MX=\int_a^b xf(x)\,dx=\int_a^b \frac{x}{b-a}dx=\frac{b+a}{2}.$$

$$M(x)=\int_a^b x\cdot f(x)dx=\int_a^b x\cdot\frac{1}{b-a}dx=\frac{1}{b-a}\int_a^b x\cdot dx=\frac{1}{b-a}\cdot\frac{x^2}{2}\Big|_a^b=\frac{b^2-a^2}{2\cdot(b-a)}=\frac{b+a}{2}$$

Дисперсия равномерно распределенной случайной величины:

$$DX=\int_{-\infty}^{\infty}(x-MX)^2 f(x)\,dx=\int_a^b\left(x-\frac{b+a}{2}\right)^2\frac{1}{b-a}dx=\frac{(b-a)^2}{12},$$

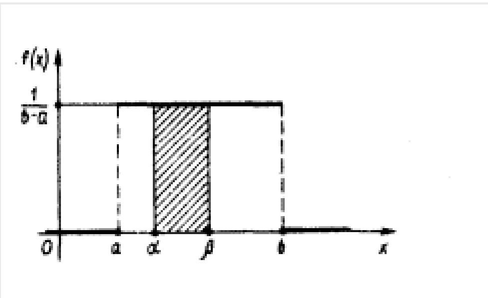
$$D(X)=\int_a^b x^2 f(x)dx-(M(x))^2=\int_a^b x^2\cdot\frac{1}{b-a}dx-(M(x))^2=\frac{1}{b-a}\int_a^b x^2dx-(M(x))^2;$$

$$D(x)=\frac{1}{b-a}\cdot\frac{x^3}{3}\Big|_a^b-[M(x)]^2=\frac{b^3-a^3}{3\cdot(b-a)}-\left[\frac{b+a}{2}\right]^2=\frac{(b-a)^2}{12}$$

Среднее квадратическое отклонение: $\sigma_X=\frac{b-a}{2\sqrt{3}}.$

Найдем теперь вероятность попадания значения случайной величины, имеющей равномерное распределение, на интервал (a,b), принадлежащий целиком отрезку [a, b]:

$$P(\alpha<X<\beta)=\int_\alpha^\beta f(x)\,dx=\int_\alpha^\beta\frac{dx}{b-a}=\frac{\beta-\alpha}{b-a},$$



Геометрически эта вероятность представляет собой площадь заштрихованного прямоугольника. Числа a и b называются **параметрами распределения** и однозначно определяют равномерное распределение.

Связь числовых характеристики параметров равномерного распределения

распределение	параметры	формула	M(X)	D(X)
равномерное	a , b	f(x)= $\frac{1}{b-a}$	(b+a) / 2	(b-a)^2 / 12

Иногда это распределение называют законом равномерной плотности. Про величину, которая имеет равномерное распределение на некотором отрезке, будем говорить, что она распределена равномерно на этом отрезке.

Пример 1. Автобусы некоторого маршрута идут строго по расписанию. Интервал движения 5 минут. Найти вероятность того, что пассажир, подошедший к остановке. Будет ожидать очередной автобус менее 3 минут.

Решение:

СВ - время ожидания автобуса имеет равномерное распределение. Тогда искомая вероятность будет равна: $P(0{,}3)=\dfrac{3-0}{5-0}=0{,}6.$

Пример 2. Ребро куба x измерено приближенно. Причем $a \le x \le b$.

Рассматривая ребро куба как случайную величину, распределенную равномерно в интервале (a, b), найти математическое ожидание и дисперсию объема куба.

Решение:

Объем куба - случайная величина, определяемая выражением y=x3. Тогда математическое ожидание равно:

$$M(X)=\int_a^b x^3\frac{1}{b-a}dx=\frac{x^4}{4(b-a)}\Big|_a^b=\frac{1}{4}\frac{b^4-a^4}{b-a}=\frac{(b+a)(b^2+a^2)}{4}.$$

Дисперсия вычисляется по формуле: D[X] = $\int_a^b t^2p(t)\,dt-(M[X])^2$

Дисперсия равна:

$$D(X)=\int_a^b x^6\frac{1}{b-a}dx-[M(X)]^2=\frac{1}{7}\frac{x^7}{b-a}\Big|_a^b-[M(X)]^2=\frac{1}{7}\frac{b^7-a^7}{b-a}-[\frac{(b+a)(b^2+a^2)}{4}]^2.$$

Пример 3.

Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X, равномерно распределенной на интервале (2;6).

Решение.

Математическое ожидание:

$$M\ (x)=\frac{b+a}{2}=\frac{6+2}{2}=4.$$

Дисперсия:

$$D(x)=\frac{(b-a)^2}{12}=\frac{(6-2)^2}{12}=\frac{16}{12}\approx 1{,}333.$$

Среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma=\sqrt{D(x)}=\frac{6-2}{2\cdot\sqrt{3}}=\frac{2}{\sqrt{3}}\approx 1{,}155.$$

Это распределение реализуется, например, в экспериментах, в которых наудачу ставится точка на интервале [a,b], при этом случайная величина X – абсцисса поставленной точки.

Вероятность попадания равномерно распределенной непрерывной случайной величины X на интервале [a,b], определяется по формуле $\mathrm{P}(a<X<b)=\int_a^b f(x)dx$.

Примером равномерно распределенной непрерывной случайной величины X является ошибка при округлении отсчета до ближайшего целого деления шкалы измерительного прибора, проградуированной в некоторых единицах.

Задание 2: придумайте и порешайте примеры, аналогичные рассмотренным (4 шт.)
Форма отчета: отчет, защита работы.

Практическое занятие № 11

Тема: Непрерывные случайные величины (НСВ)
Цель: научить решать задачи с использованием больших чисел.
Оборудование: тетрадь, ручка

Задание 1. Рассмотрите пример:

1.

ПРИМЕР Устройство состоит из 10 независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента за время T равна 0,05. С помощью неравенства Чебышева оценить вероятность того, что абсолютная величина разности между числом отказавших элементов и средним числом (математическим ожиданием) отказов за время T окажется: а) меньшее двух; б) не меньше двух.

Решение. а) Пусть X — дискретная случайная величина, характеризующая число отказавших элементов за время T. Тогда

$$M(X) = np = 10 \cdot 0{,}05 = 0{,}5; \; D(X) = npq = 10 \cdot 0{,}05 \cdot 0{,}95 = 0{,}475.$$

Воспользуемся неравенством Чебышева

$$P\{|X - M(X)| < \varepsilon\} = 1 - \frac{D(X)}{\varepsilon^2}; \; P\{|X - 0{,}05| < 2\} \geq 1 - \frac{0{,}475}{4} = 0{,}88.$$

б) События $|X - 0{,}5| < 2$ и $|X - 0{,}5| \geq 2$ противоположны, поэтому $P\{|X - 0{,}5| < 2\} \leq 1 - 0{,}88 = 0{,}12$.

2.

Гнутая монета подбрасывается 100 раз. Герб выпал 70 раз. Оценим вероятность выпадения герба для этой монеты.

Решение. Возьмем $\varepsilon = 0{,}1$. Тогда получим

$P\left\{\left|\frac{70}{100} - p\right| < 0{,}1\right\} > 1 - \frac{1}{4 \cdot 100 \cdot (0{,}1)^2} = 0{,}75$, то есть с вероятностью 0,75 оцениваемое значение p принадлежит интервалу $|0{,}7 - p| < 0{,}1$;

$-0{,}1 < 0{,}7 - p < 0{,}1;\ 0{,}6 < p < 0{,}8$.

Для $\varepsilon = 0{,}2$ получим $0{,}5 < p < 0{,}9$ с вероятностью не менее 0,9375.

В качестве оценки p берем относительную частоту $\frac{70}{100} = 0{,}7$.

При увеличении числа испытаний n мы будем получать с вероятностью, близкой к единице, все более маленькие интервалы для оценки теоретической вероятности .

3.

На полосу укреплений противника сбрасывается 100 серий бомб. При сбрасывании одной такой серии математическое ожидание числа попаданий равно 2, а среднее квадратическое отклонение числа попаданий равно 1,5.

Найти приближенно вероятность того, что при сбрасывании 100 серий в полосу попадает от 180 до 220 бомб.

Решение. Представим общее число попаданий как сумму чисел попаданий бомб в отдельных сериях:

$X = X_1 + X_2 + \ldots + X_{100} = \sum_{i=1}^{100} X_i$, где X_i — число попаданий i-ой серии.

Будем считать число $n = 100$ достаточным для того, чтобы можно было применить предельную теорему. Имеем:

$M(X) = \sum_{i=1}^{100} m_i = \sum_{i=1}^{100} 2 = 200$;

$D(X) = \sum_{i=1}^{100} D_i = \sum_{i=1}^{100} 1{,}5^2 = 225$. СВ X подчинена нормальному закону распределения.

$$P(180 < X < 220) = \Phi\left(\frac{220-200}{\sqrt{225}}\right) - \Phi\left(\frac{180-200}{\sqrt{225}}\right) = 2\Phi(1{,}33) = 2 \cdot 0{,}4082 \approx 0{,}82$$

4.

ПРИМЕР Последовательность независимых случайных величин $X_1, X_2, \ldots, X_n, \ldots$ задана законом распределения

X_n	$-n\alpha$	0	$n\alpha$
P	$\frac{1}{2n^2}$	$1-\frac{1}{n^2}$	$\frac{1}{2n^2}$

Применима ли к заданной последовательности теорема Чебышева?

Решение. Проверим конечность математических ожиданий и равномерную ограниченность дисперсий.

$$M\left(X_n^2\right) = n^2\alpha^2 \cdot \frac{1}{2n^2} + 0 \cdot \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) + n^2\alpha^2 \cdot \frac{1}{2n^2} = \alpha^2;.$$

Таким образом, каждая из случайных величин X_n имеет конечное математическое ожидание.

$D(X_n) = \alpha^2 - 0^2 = \alpha^2.$

X_n^2	$n^2\alpha^2$	0	$n^2\alpha^2$
P	$\frac{1}{2n^2}$	$1-\frac{1}{n^2}$	$\frac{1}{2n^2}$

Так как все дисперсии равны, то они равномерно ограничены числом α^2. Итак, поскольку все требования выполняются, к рассматриваемой последовательности случайных величин теорема Чебышева применима.

Задание 2: придумайте и порешайте примеры, аналогичные рассмотренным (4 шт.)
Форма отчета: отчет, защита работы.

Практическое занятие № 12

Тема: непрерывные случайные величины
Цель: научить решать задачи с использованием теоремы Бернулли.
Оборудование: тетрадь, ручка

1.Из n аккумуляторов за год хранения k выходит из строя. Наудачу выбирают m аккумуляторов. Определить вероятность того, что среди них l исправных.
$n=100, k=7, m=5, l=3.$

2. Устройство, состоящее из пяти независимо работающих элементов, включается за время Т. Вероятность отказа каждого из них за это время равна 0,2. Найти вероятность того, что откажут:
а) три элемента;
б) не менее четырех элементов;
в) хотя бы один элемент.
3. Сколько следует сыграть партий в шахматы с вероятностью победы в одной партии, равной 1/3, чтобы наивероятнейшее число побед было равно 5?

4. Пусть вероятность того, что телевизор потребует ремонта в течение гарантийного срока, равна 0,2. Найти вероятность того, что в течение гарантийного срока из 6 телевизоров: а) не более одного потребует ремонта; б) хотя бы один не потребует ремонта.
5. Что более вероятно выиграть у равносильного противника: не менее двух партий из трёх или не более одной из двух?
6. а) Найти вероятность того, что событие А появится не менее трех раз в четырех независимых испытаниях, если вероятность появления события А в одном испытании равна 0,4;
б) событие В появится в случае, если событие А наступит не менее четырех раз. Найти вероятность наступления события В, если будет произведено пять независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события А равна 0,8.
7.С базы в магазин отправлено 4000 тщательно упакованных доброкачественных изделий. Вероятность того, что изделие повредится в пути, равна 0.0005. Найти вероятность того, что из 4000 изделий в магазин прибудут 3 испорченных изделия.
8. В банк отправлено 4000 пакетов денежных знаков. Вероятность того, что пакет содержит недостаточное или избыточное число денежных знаков, равна 0,0001. Найти вероятность того, что при проверке будет обнаружено:
а) три ошибочно укомплектованных пакета;
б) не более трех пакетов.

Задание 2: придумайте и порешайте примеры, аналогичные рассмотренным (8 шт.)

Форма отчета: отчет, защита работы.

Практическое занятие № 13

Тема: Математическая статистика

Цель: научить решать задачи на Построение эмпирической функции распределения. Вычисление числовых характеристик выборки.

Оборудование: тетрадь, ручка

Задание 1. Рассмотрите пример:

1.

Постановка задачи 1.На телефонной станции проводились наблюдения над числом неправильных соединений в минуту. Наблюдения в течение 30 минут дали следующие результаты (табл. 1).

Таблица 1.

3	0	1	5	1	2	4	5	3	4
2	4	2	0	2	3	1	3	2	1
4	3	0	2	1	0	4	2	3	2

Требуется найти дискретный вариационный ряд, выборочную (эмпирическую) функцию распределения данной выборки и построить ее график в среде ЭТ MS Excel.

Решение.

Очевидно, что число X является дискретной случайной величиной, а полученные данные есть значения этой случайной величины.

В результате выполнения операций ранжирования и группировки были получены шесть значений случайной величины (варианты): 0; 1; 2; 3; 4; 5. При этом значение 0 в этой группе встречается 4 раза, значение 1 – 5 раз, значение 2 – 8 раз, значение 3 – 6 раз, значение 4 – 5 раз, значение 5 – 2 раза. Вычисленные значения частот и частностей приведены в табл. 2.

Таблица 2.

Индекс	i	1, 2, 3, 4, 5, 6
Вариант	$x^{(i)}$	0, 1, 2, 3, 4, 5
Частота	n_i	4, 5, 8, 6, 5, 2
Частность	ω_i	$\frac{4}{30}, \frac{5}{30}, \frac{8}{30}, \frac{6}{30}, \frac{5}{30}, \frac{2}{30}$

Используя данный дискретный вариационный ряд (см. табл. 2), вычислим значения $F_n^*(x)$ по формуле, приведенной выше, и занесем их в табл. 3.

Таблица 3.

x	$F_{30}^*(x)$
$x \le 0$	0
$0 < x \le 1$	$\omega_1 = \frac{4}{30}$
$1 < x \le 2$	$\omega_1 + \omega_2 = \frac{4}{30} + \frac{5}{30} = \frac{9}{30}$
$2 < x \le 3$	$\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = \frac{4}{30} + \frac{5}{30} + \frac{8}{30} = \frac{17}{30}$
$3 < x \le 4$	$\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4 = \frac{4}{30} + \frac{5}{30} + \frac{8}{30} + \frac{6}{30} = \frac{23}{30}$
$4 < x \le 5$	$\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4 + \omega_5 = \frac{4}{30} + \frac{5}{30} + \frac{8}{30} + \frac{6}{30} + \frac{5}{30} = \frac{28}{30}$
$x > 5$	$\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4 + \omega_5 + \omega_6 = \frac{28}{30} + \frac{2}{30} = \frac{30}{30} = 1$

Форма отчета: отчет, защита работы.

Практическое занятие № 14

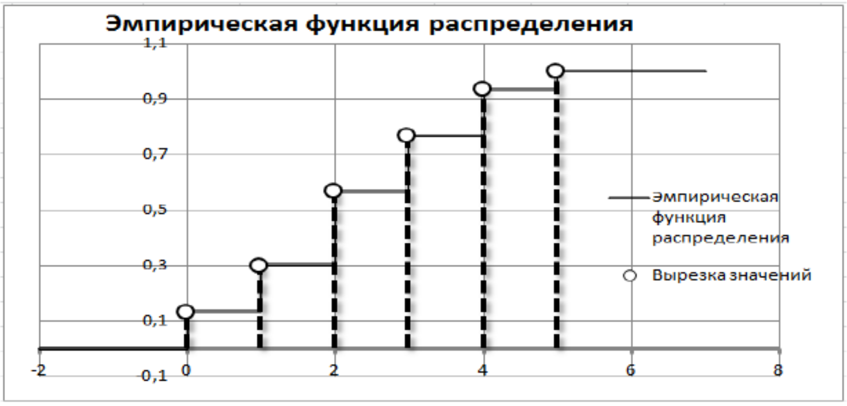
Тема: Математическая статистика

Цель: отработать навыки Точечных и интервальных оценок, Многомерного статистического анализ в MS Excel.

Оборудование: тетрадь, ручка

Задание 1. Решить задачи:

По данным таблицы 3 построим график эмпирической функции распределения.



Решение задачи в среде ЭТ MS Excel. Для решения задачи в среде ЭТ MS Excel необходимо выполнить следующие действия:

1. Идентифицируйте свою работу, переименовав Лист1 в Титульный лист и записав номер лабораторной работы, ее название, кто выполнил и проверил.

2. Переименуйте Лист 2 в Дискретный. Наберите массив 30 значений исходных данных выборки.

K4 | f_x | 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1		Выборка X									
2		3	0	1	5	1	2	4	5	3	4
3		2	4	2	0	2	3	1	3	2	1
4		4	3	0	2	1	0	4	2	3	2

3. Найдите величины x_{max}, x_{min}, n, используя встроенные функции Excel*МАКС*, *МИН* и *СЧЕТ*.

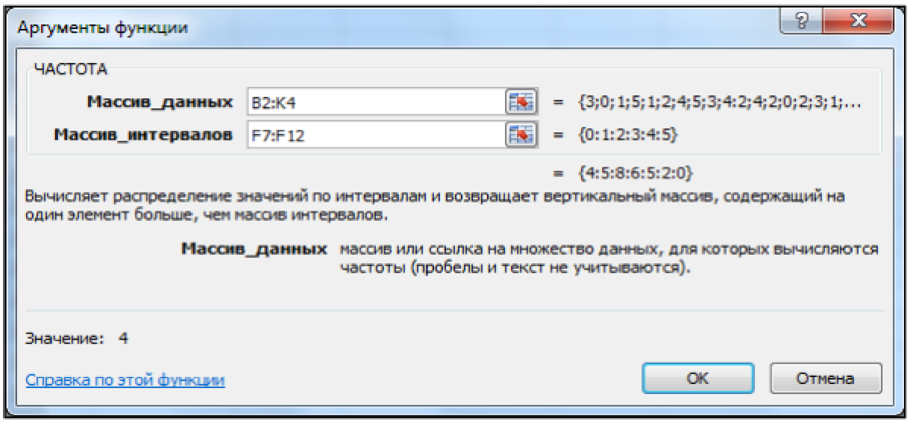
C8 | f_x | =СЧЕТ(B2:K4)

	A	B	C	D	E
1		Выборка X			
2		3	0	1	5
3		2	4	2	0
4		4	3	0	2
5					
6		x_{max} =	5		
7		x_{min} =	0		
8		n =	30		

4. Сформируйте столбец вариант $x^{(i)}$ от 0 до 5 и с помощью функции *ЧАСТОТА* найдите частоту появления значений случайной величины *X* в данном интервале.

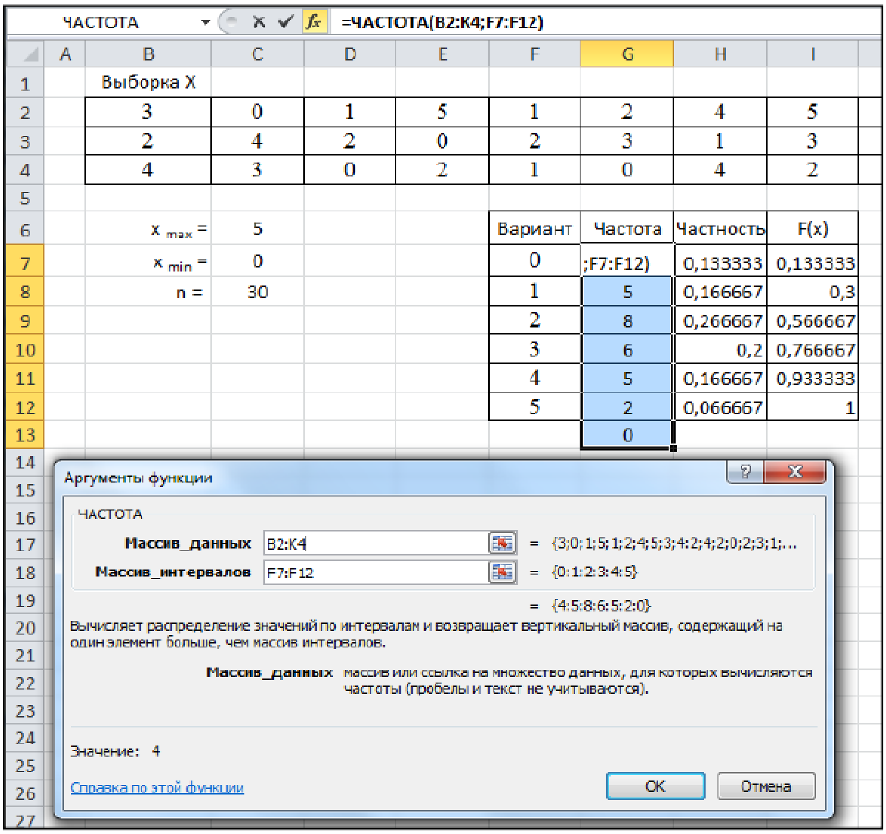
Синтаксис функции:

ЧАСТОТА(**массивданных**;**массивинтервалов**).



Массив данных – массив или ссылка на множество данных, для которых вычисляются частоты. В нашем случае это диапазон B2:K2.Если массив данных не содержит значений, то функция *ЧАСТОТА* возвращает массив нулей.

Массив интервалов – массив или ссылка на множество интервалов, в которые группируются значения аргумента массив данных. В нашем случае это диапазон F7:F12. Если массив интервалов не содержит значений, то функция *ЧАСТОТА* возвращает количество элементов в аргументе Массив данных.



Функция *ЧАСТОТА* вводится как формула массива после выделения интервала смежных ячеек, в которые нужно вернуть полученный массив частот.

Количество элементов в возвращаемом массиве на единицу больше числа элементов в массиве интервалов. Дополнительный элемент в возвращаемом массиве содержит количество значений, больших, чем максимальное значение в интервалах, т.е. больше 5 в нашем случае.

Поскольку данная функция возвращает массив, она должна задаваться в качестве формулы массива и работа с ней завершается трехклавишной комбинацией CTRL+SHIFT+ENTER.

Функция *ЧАСТОТА* игнорирует пустые ячейки и тексты.

5. Сформируйте столбец частностей, вычислив значения $\omega_i, i = 1, \ldots, 6$ по формуле

$$\omega_i = \frac{n_i}{n} .$$

ЧАСТОТА =G7/$C$8

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		Выборка X							
2		3	0	1	5	1	2	4	5
3		2	4	2	0	2	3	1	3
4		4	3	0	2	1	0	4	2
5									
6		x_{max} =	5			Вариант	Частота	Частность	F(x)
7		x_{min} =	0			0	4	=G7/$C$8	0,133333
8		n =	30			1	5	0,166667	0,3
9						2	8	0,266667	0,566667
10						3	6	0,2	0,766667
11						4	5	0,166667	0,933333
12						5	2	0,066667	1
13							0		

6. Сформируйте столбец значений выборочной функции распределения $F_n^*(x)$. При этом первое значение в ячейке I7 просто копируется из ячейки H7.

Вариант	Частота	Частность	F(x)
0	4	0,133333	=H7
1	5	0,166667	0,3
2	8	0,266667	0,566667
3	6	0,2	0,766667
4	5	0,166667	0,933333
5	2	0,066667	1
	0		

Следующее значение вычисляется как накопленная сумма предыдущего значения ω_1 из ячейки I7 и текущего значения ω_2 из ячейки H8:

=I7+H8 .

Вариант	Частота	Частность	F(x)
0	4	0,133333	0,133333
1	5	0,166667	=I7+H8
2	8	0,266667	0,566667
3	6	0,2	0,766667
4	5	0,166667	0,933333
5	2	0,066667	1
	0		

Затем данная формула копируется автозаполнением в остальные ячейки диапазона, с выходом на значение, равное 1.

7. Построим график эмпирической функции распределения. С использованием штатных средств Мастера диаграмм ЭТ MS Excel построить ступенчатый график функции распределения дискретной случайной величины нельзя.

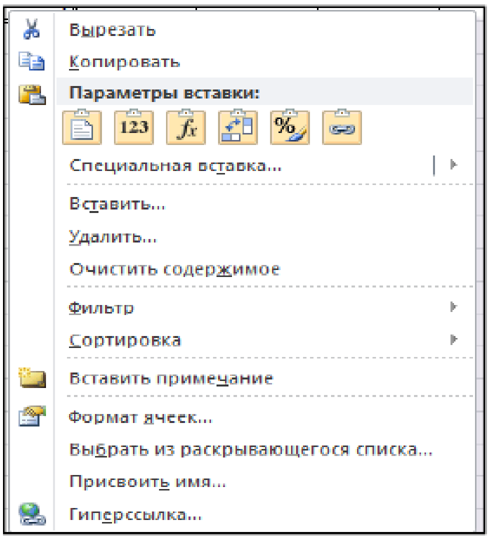
Покажем, как в MS Excel все-таки можно построить такой график.

7.1. Расположим данные полученного дискретного вариационного ряда так, как показано на рисунке ниже.

Вариант	Частота	Частность	F(x)
0	4	0,133333	0,133333
1	5	0,166667	0,3
2	8	0,266667	0,566667
3	6	0,2	0,766667
4	5	0,166667	0,933333
5	2	0,066667	1
	0		

x	F(x)
0	0,133333
1	0,3
2	0,566667
3	0,766667
4	0,933333
5	1

При этом данные копируются из предыдущей таблицы. Используют контекстное меню команды Вставка: Параметры вставки → Значения



7.2. В разреженную таким образом таблицу введем ряд дополнений. В ячейку К7 введем значение -2, а в ячейку К20 значение 7, это границы интервала [-2 ;7] на котором будет построен наш график. В оставшиеся пустые ячейки введем значения, чуть меньшие значений полученных вариант (см. случай а) ниже).

x	F(x)
-2	
-0,000001	
0	0,133333
0,99999	
1	0,3
1,99999	
2	0,566667
2,99999	
3	0,766667
3,99999	
4	0,933333
4,99999	
5	1
7	

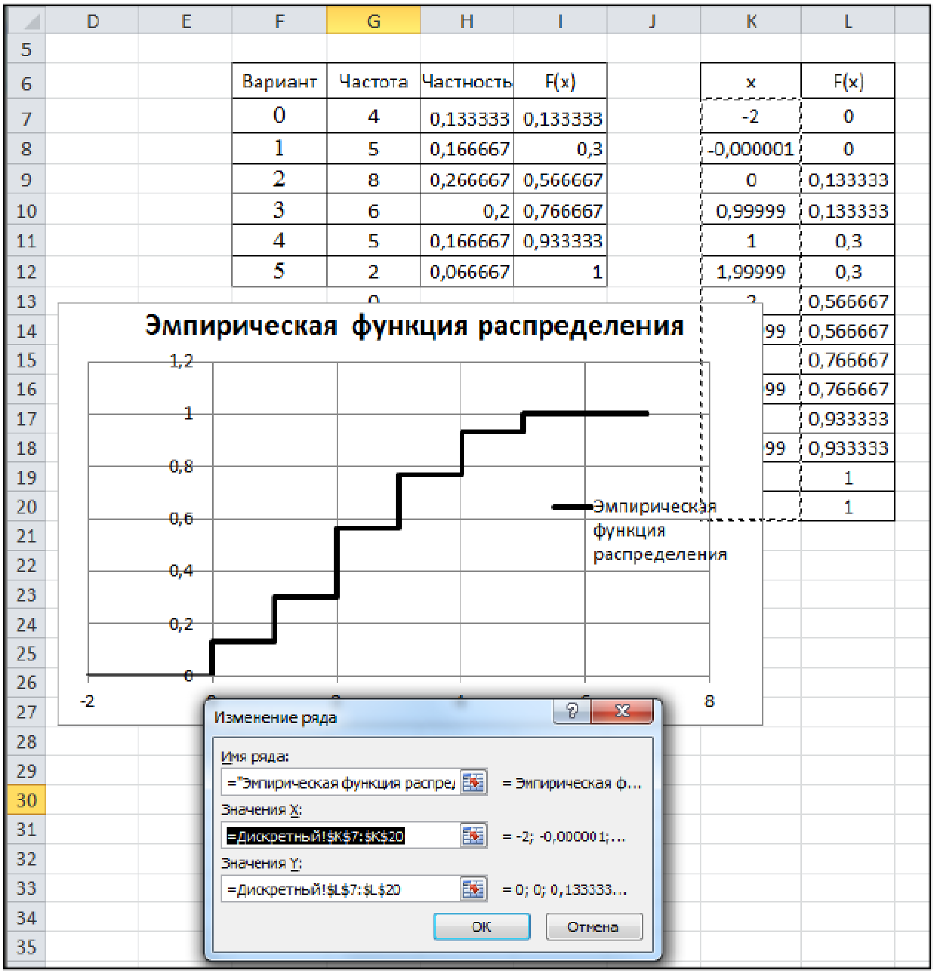
Случай а)

x	F(x)
-2	0
-0,000001	0
0	0,133333
0,99999	0,133333
1	0,3
1,99999	0,3
2	0,566667
2,99999	0,566667
3	0,766667
3,99999	0,766667
4	0,933333
4,99999	0,933333
5	1
7	1

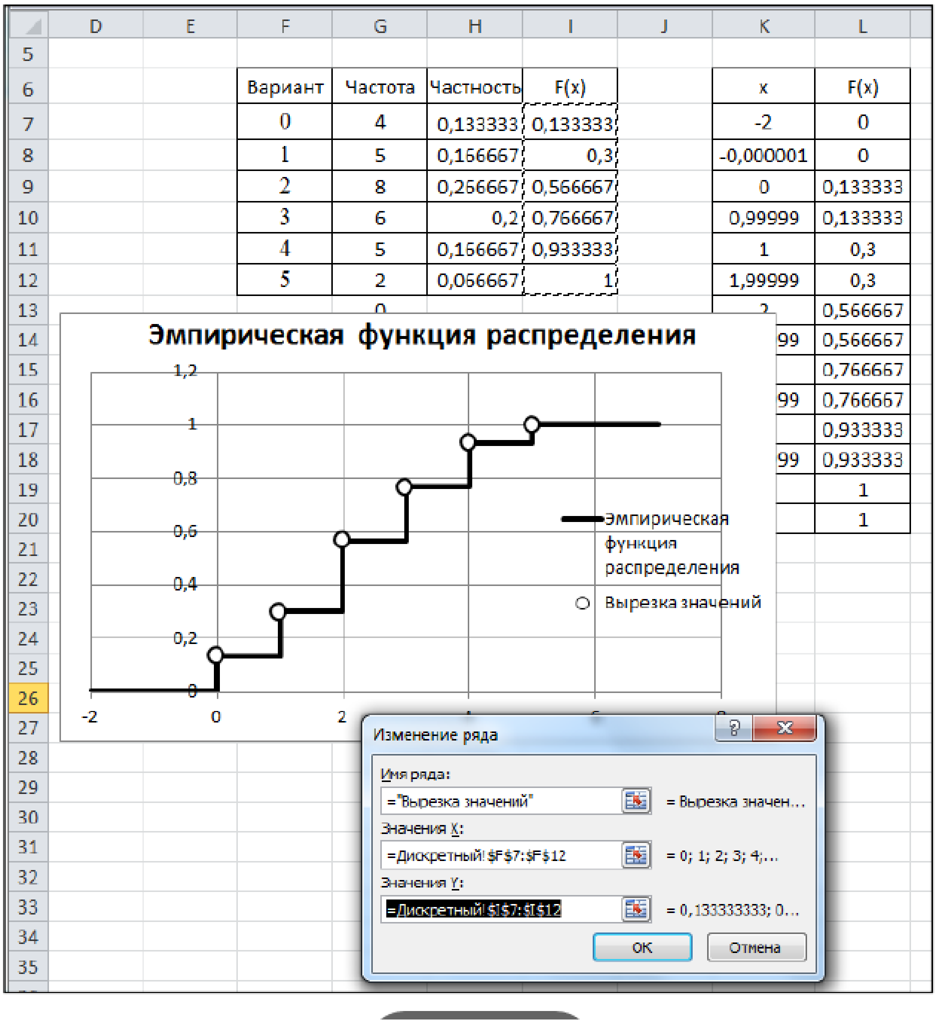
Случай б)

Два первых значения функции *F(x)* в ячейках L7 и L8 примем равным нулю, т.к. $F_n^*(x)=0$ при $x \le x^{(1)}$. В оставшиеся пустые ячейки скопируем значения функции, расположенные выше (см. случай б) выше).

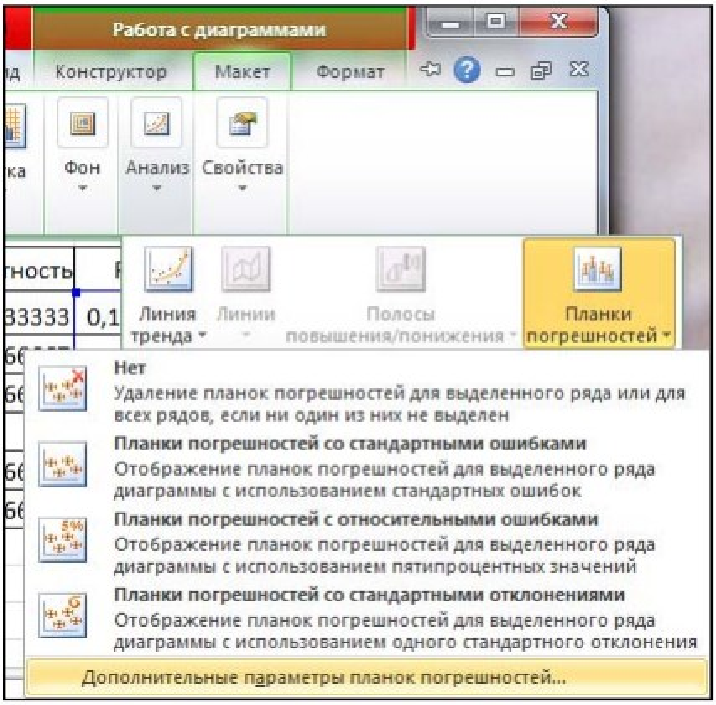
7.3. По данным, находящимся в диапазоне ячеек K7:L20, с помощью Мастера диаграмм, построим диаграмму типа Точечная без маркеров. Отформатируем диаграмму, убрав маркеры и задав линию, соединяющую табличные значения.



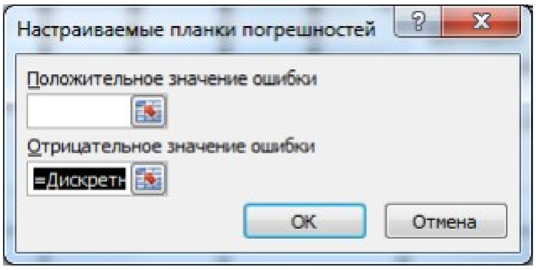
Т.к. функция $F(x)$ – непрерывна слева в любой точке x, т. е. $F(x-0)=F(x)$, то устраним неоднозначность в точках разрыва, “вырезав” соответствующие значения. Для этого построим точечный график по данным первого и последнего столбца полученного дискретного вариационного ряда.

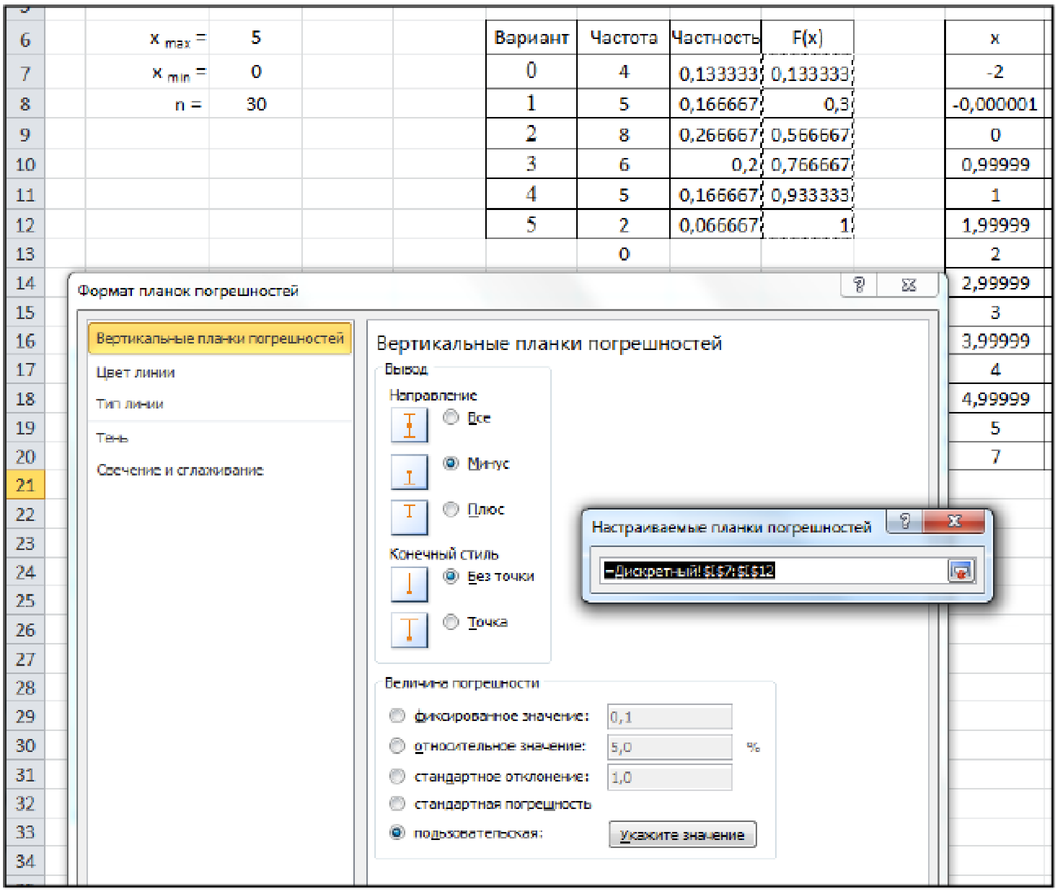


8. Постройте пунктирные линии в вырезанных точках графика. Для этого выделим точки графика и на вкладке Макет в группе Анализ нажмём кнопку Планки погрешностей, а затем выберем строку Дополнительные параметры планок погрешностей … .



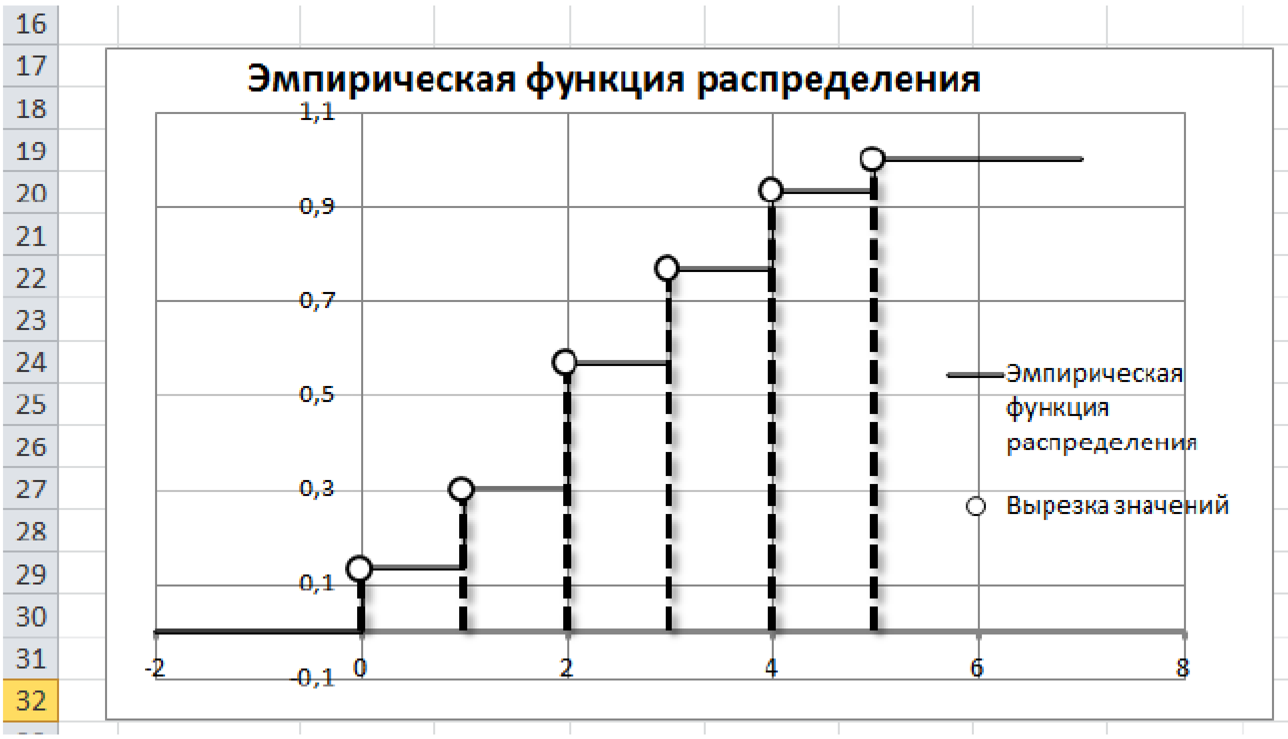
В диалоговом окне Формат планок погрешностей выполните установки, представленные ниже. Установите радиокнопку – пользовательская и в появившемся окне, в поле ввода Отрицательное значение ошибки введите значения столбца *F(x)*.





Получили график функции распределения с пунктирными линиями.

Получили график функции распределения с пунктирными линиями.



Форма отчета: отчет, защита работы.

4. ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

4.1 Печатные издания:
Основные:

О-1 Ганичева, А. В. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для спо / А. В. Ганичева. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 92 с.

О-2 Гладков, Л. Л. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для спо / Л. Л. Гладков, Г. А. Гладкова. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 196 с.

О-3 Гладков, Л. Л. Теория вероятностей и математическая статистика / Л. Л. Гладков, Г. А. Гладкова. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург: Лань, 2020. — 196 с.

Дополнительные:

Д-1 Кочетков,Е.С. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник/Е.С. Кочетков, С.О. Смерчинская, В.В. Соколов. –М.: ИНФРА-М, 2008.

4.2 Электронные издания (электронные ресурсы)

https://www.matburo.ru/tv_book.php

ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ, ВНЕСЕННЫХ В МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

№ изменения, дата внесения, № страницы с изменением	
Было	**Стало**
Основание: **Подпись лица, внесшего изменения**	