

**ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ИРКУТСКОЙ ОБЛАСТИ  
«ЧЕРЕМХОВСКИЙ ГОРНОТЕХНИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ  
ИМ. М.И. ЩАДОВА»**

**РАССМОТРЕНО**

на заседании ЦК  
«Информатики и ВТ»  
Протокол №5  
«09» января 2024 г.  
Председатель: Чипиштанова Д.В.

**УТВЕРЖДАЮ**

Зам. директора по УР  
О.В. Папанова  
«22» февраля 2024 г.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

по практическим занятиям студентов  
учебной дисциплины

***ЕН.02 Дискретная математика с элементами математической логики***

***09.02.07 Информационные системы и программирование***

Разработал:  
Литвинцева Е.А.

2024г.

## СОДЕРЖАНИЕ

	<b>СТР.</b>
1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА	3
2. ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ	4
3. СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ	4
4. ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ	18
ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ, ВНЕСЁННЫХ В МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ	19

## 1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические указания по практическим занятиям учебной дисциплины «Дискретная математика с элементами математической логики» составлены в соответствии с учебным планом и рабочей программой дисциплины по специальности **09.02.07 Информационные системы и программирование**.

Цель проведения практических занятий: формирование практических умений, необходимых в последующей профессиональной и учебной деятельности.

Методические указания являются частью учебно-методического комплекса по учебной дисциплине и содержат:

- тему занятия (согласно тематическому плану учебной дисциплины);
- цель;
- оборудование (материалы, программное обеспечение, оснащение, раздаточный материал и др.);
- методические указания (изучить краткий теоретический материал по теме практического занятия);
- ход выполнения;
- форму отчета.

В результате выполнения полного объема практических работ студент должен уметь:

- Применять логические операции, формулы логики, законы алгебры логики;
- Формулировать задачи логического характера и применять средства математической логики для их решения;
- Применять современные пакеты прикладных программ при решении профессиональных задач.

При проведении практических работ применяются следующие технологии и методы обучения:

1. проблемно-поисковых технологий
2. тестовые технологии

### Оценка выполнения заданий практических занятий

**«Отлично»** - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, умения сформированы, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено высоко.

**«Хорошо»** - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые умения сформированы недостаточно, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.

**«Удовлетворительно»** - теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые умения работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий содержат ошибки.

**«Неудовлетворительно»** - теоретическое содержание курса не освоено, необходимые умения не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки.

В соответствии с учебным планом и рабочей программы дисциплины «Дискретная математика и элементы математической логики» на практические (лабораторные) занятия отводится **28 часов**.

## 2. ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

№ п/п	Тема практических занятий	Количество часов
1	Построение таблицы истинности для формулы логики	2
2	Упрощение формул логики с помощью равносильных преобразований	2
3	Представление булевой функции в виде совершенной ДНФ, совершенной КНФ	2
4	Представление булевой функции в виде совершенной ДНФ, совершенной КНФ	2
5	Проверка булевой функции на принадлежность к классам T0, T1, S, L, M; проверка множества булевых функций на полноту	2
6	Выполнение операций над множествами	2
7	Применение аппарата теории множеств для решения задач.	2
8	Исследование бинарных отношений на заданные свойства.	
9	Выполнение операций над предикатами	2
10	Выполнение операций и решение простейших уравнений в алгебре подстановок.	
11	Представление графов. Построение графов.	2
12	Представление графов. Построение графов.	2
13	Представление графов. Построение графов.	2
14	Построение диаграммы автомата по его таблице, запись таблицы автомата по его диаграмме.	2

## 3. СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

### Практическое занятие № 1

**Тема:** построение таблицы истинности для формулы логики

**Цель:** научиться строить таблицы истинности для формулы логики

**Оборудование:** тетрадь, ручка

**Методические указания:** выполните задание

**Ход выполнения:**

**Задание:**

1. Построить таблицу истинности для формулы логики:

- |  |  |
|--|--|
| а) $(x \sim y) \rightarrow \overline{(x \vee z)}y$ ; | д) $(x \sim y)z \vee (x \rightarrow \bar{z})$ ;    |
| б) $\overline{(xz \vee (x \rightarrow y))} \sim z$ ; | е) $(y \sim x) \vee z(x \rightarrow y)$ ;          |
| в) $(x \vee y)(y \rightarrow z) \sim \bar{z}$ ;      | ж) $(x \vee y \rightarrow z) \sim \overline{yz}$ ; |
| г) $((x \rightarrow y) \sim y \vee \bar{x})z$ ;      | з) $(xy \sim z) \rightarrow (\bar{x} \vee z)$ .    |

2. Построить таблицу истинности для ДНФ:

- |   |   |
|---|---|
| а) $x\bar{y} \vee xz \vee \bar{x}y\bar{z}$ ;                    | д) $\bar{x}z \vee \bar{y} \cdot \bar{z} \vee xy\bar{z}$ ; |
| б) $\bar{x}y \vee \bar{y}z \vee \bar{x}\bar{y} \cdot \bar{z}$ ; | е) $\bar{x} \cdot \bar{y} \vee x\bar{z} \vee \bar{x}yz$ ; |
| в) $x\bar{y} \vee xz \vee \bar{x}y\bar{z}$ ;                    | ж) $\bar{x}z \vee \bar{y} \cdot \bar{z} \vee xy\bar{z}$ ; |
| г) $\bar{x}y \vee \bar{y}z \vee \bar{x}\bar{y} \cdot \bar{z}$ ; | з) $x\bar{z} \vee y\bar{z} \vee \bar{x}yz$ .              |

**1.Используя Мастер функций, начните заполнять таблицу:**

	А	В	С	D	Е
<b>1</b>	А	В	Не А	А&В	А или В
<b>2</b>	ложь	ложь			

3	ложь	истина			
4	истина	ложь			
5	истина	истина			

Используя

2. **Мастер функций, продолжите заполнение таблицы.**

- А) В ячейку С2 занесите формулу : =НЕ(A2).  
 В ячейку D2 занесите формулу : =И(A2;B2).  
 В ячейку E2 занесите формулу : =ИЛИ(A2;B2).  
 Б) Выделяйте ячейки С2:E2.  
 В) Скопируйте выделенный блок в ячейки С3:E5.

3. Проверьте полученную таблицу.

4. Перейдите на лист 2.

5. Используя Мастер функций, постройте таблицу истинности функций

$A \vee A \vee A \vee A$ ,  $A \& A \& A \& A$  вида:

A	B	A или A или A или A	A и A и A и A
ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	= ИЛИ(A2;A2;A2;A2)	= И(A2;A2;A2;A2;)
ЛОЖЬ	ИСТИНА		
ИСТИНА	ЛОЖЬ		
ИСТИНА	ИСТИНА		

6 Перейдите на лист 3.

7. Используя Мастер функций, постройте таблицу истинности функций

$A \& \neg A$ ,  $A \vee \neg A$  вида:

A	НЕ A	A И НЕ A	A ИЛИ НЕ A
ЛОЖЬ	= НЕ (A2)	= И(A2; НЕ (A2))	=ИЛИ(A2; НЕ(A2))
ИСТИНА			

8. Перейдите на лист 4.

Используя Мастер функций, постройте таблицу истинности функций

$\neg(A \vee B)$ ,  $\neg(A \& B)$ ,  $\neg A \vee \neg B$ ,  $\neg A \& \neg B$

Подсказка: формулы в ячейках будут таковы:

Ячейка С2: =НЕ(ИЛИ(A2;B2))

Ячейка D2 =НЕ(И(A2;B2))

Ячейка E2: =ИЛИ(НЕ(A2);НЕ(B2))

Ячейка F2: =И(НЕ(A2);НЕ(B2))

Найдите среди этих функций эквивалентные.

9. Перейдите на лист 5. Используя Мастер функций, постройте таблицы истинности функций

$\neg A \vee B$ ,  $A \vee \neg B$ ,  $\neg A \vee \neg B$ .

Подсказка: формулы в ячейках будут таковы:

Ячейка С2: =ИЛИ(НЕ(A2);B2)

Ячейка D2: =ИЛИ(A2;НЕ(B2))

Ячейка E2: =ИЛИ(НЕ(A2);НЕ(B2))

Найдите функции, эквивалентные функциям  $B \rightarrow A$ ,  $A \rightarrow B$ .

Форма отчета: отчетная работа

## Практическое занятие № 2

**Тема:** Упрощение формул логики с помощью равносильных преобразований

**Цель:** научиться упрощать формулы логики с помощью равносильных преобразований.

**Оборудование:** тетрадь, ручка

**Методические указания:** выполните задание

**Ход выполнения:**

**Задание:**

Упростить формулу логики с помощью равносильных преобразований:

а)  $\overline{\overline{xy \vee (x \rightarrow y)x}}$ ;

д)  $xy (x \sim y)$ ;

б)  $(x \rightarrow y)(y \rightarrow \bar{x})$ ;

е)  $(x \rightarrow \bar{y}) (x \sim y)$ ;

в)  $(x \vee y) (x \sim y)$ ;

ж)  $(x \rightarrow \bar{y}) \vee \overline{x \vee y}$ ;

г)  $\overline{xy(x \rightarrow y)}$ ;

з)  $(\overline{\bar{x} \vee y} \rightarrow (x \vee y))y$ .

Форма отчета: отчетная работа

### Практическое занятие № 3

**Тема:** представление булевой функции в виде совершенной ДНФ, совершенной КНФ

**Цель:** научиться представлять булеву функцию в виде совершенной ДНФ, совершенной КНФ

**Оборудование:** тетрадь, ручка

**Методические указания:** выполните задание

**Ход выполнения:**

**Задание:**

1. Представить булеву функцию в виде совершенной ДНФ:

- |  |  |
|--|--|
| а) $(x \sim y)(y \sim z)(z \sim x)$ ;                                      | д) $(x \vee y \vee z)(x \rightarrow y)$ ;                    |
| б) $\overline{(x \rightarrow y)}(x \sim \overline{yz})$ ;                  | е) $\overline{xy} \vee (x \rightarrow y) \sim z$ ;           |
| в) $\overline{(x \rightarrow (y \rightarrow z))} \sim (x \rightarrow y)$ ; | ж) $(x \rightarrow (y \rightarrow z)) \sim \overline{yz}$ ;  |
| г) $(x \vee y)(y \vee z) \rightarrow (x \vee z)$ ;                         | з) $(x \rightarrow y \overline{z}) \rightarrow (x \sim y)$ . |

2. Представить булеву функцию в виде совершенной КНФ:

- |  |  |
|--|--|
| а) $(x \rightarrow z) \rightarrow (x \vee \overline{y})$ ; | д) $((x \rightarrow y) \sim (y \rightarrow \overline{x}))z$ ;                  |
| б) $(x \vee y) \rightarrow (x \rightarrow z)$ ;            | е) $(x \rightarrow y) \sim (\overline{x} \rightarrow (\overline{y} \vee z))$ ; |
| в) $x \vee y \vee z \rightarrow (x \vee y)z$ ;             | ж) $\overline{(x \sim y)}(\overline{z} \vee y)$ ;                              |
| г) $(x \vee y)(y \rightarrow z)(z \sim x)$ ;               | з) $x \vee y \vee z \sim xz$ .   |

**Форма отчета:** отчетная работа

### Практическое занятие № 4

**Тема:** представление булевой функции в виде сокращенной ДНФ.

**Цель:** научиться представлять булеву функцию в виде сокращенной ДНФ.

**Оборудование:** тетрадь, ручка

**Методические указания:** выполните задание

**Ход выполнения:**

**Задание:**

1. Найти сокращенную ДНФ методом Блейка для функции:

- |   |   |
|---|---|
| а) $f = x_1 \overline{x_4} \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} \vee x_2 x_3 x_4$ ; | д) $f = x_2 \overline{x_4} \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \vee \overline{x_1} x_3 x_4$ ; |
| б) $f = x_1 x_2 \vee \overline{x_1} x_3 \overline{x_4} \vee x_2 x_3 \overline{x_4}$ ; | е) $f = x_2 \overline{x_4} \vee x_1 x_2 x_3 \vee \overline{x_1} x_3 x_4$ ;            |
| в) $f = x_3 x_4 \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \vee \overline{x_1} x_2 x_4$ ;            | ж) $f = x_2 x_3 \vee \overline{x_1} x_2 x_4 \vee \overline{x_1} x_3 x_4$ ;            |
| г) $f = x_1 x_3 \vee x_1 x_2 x_4 \vee x_2 x_3 x_4$ ;                                  | з) $f = x_1 x_2 \vee x_2 x_3 x_4 \vee \overline{x_1} x_3 x_4$ .                       |

2. Найти сокращенную ДНФ из КНФ

- |   |  |
|---|--|
| а) $f = (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3)(\overline{x_1} \vee \overline{x_4})(x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4})$ ; | д) $f = (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_4)(x_1 \vee x_3)(x_2 \vee \overline{x_3} \vee x_4)$ ;                                  |
| б) $f = (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_4)(\overline{x_1} \vee x_3 \vee \overline{x_4})(x_2 \vee \overline{x_3})$ ; | е) $f = (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3})(\overline{x_2} \vee x_4)(x_1 \vee \overline{x_3} \vee x_4)$ ;            |
| в) $f = (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3})(\overline{x_3} \vee x_4)(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_4})$ ; | ж) $f = (\overline{x_1} \vee \overline{x_4})(\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3})(x_2 \vee \overline{x_3} \vee x_4)$ ; |
| г) $f = (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_4)(x_3 \vee \overline{x_4})(x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3)$ ; | з) $f = (\overline{x_2} \vee x_3 \vee \overline{x_4})(\overline{x_1} \vee \overline{x_4})(x_1 \vee x_2 \vee x_3)$ .            |

3. Найти сокращенную ДНФ геометрически

- |  |  |
|--|--|
| а) $f = (0001 \ 1111 \ 1100 \ 1111)$ ; | д) $f = (1100 \ 1101 \ 1110 \ 1101)$ ; |
| б) $f = (0111 \ 0011 \ 1011 \ 1011)$ ; | е) $f = (0111 \ 0111 \ 1101 \ 0101)$ ; |
| в) $f = (1110 \ 1011 \ 1010 \ 1011)$ ; | ж) $f = (1000 \ 1111 \ 0011 \ 1111)$ ; |
| г) $f = (1111 \ 1111 \ 0100 \ 0110)$ ; | з) $f = (1111 \ 1000 \ 1111 \ 1001)$ . |

4. Найти сокращенную ДНФ с помощью минимизирующей карты (карты Карно)

- |  |  |
|--|--|
| а) $f = (1100 \ 1100 \ 0100 \ 1100)$ ; | е) $f = (1010 \ 1010 \ 0010 \ 1010)$ ; |
| б) $f = (1111 \ 1100 \ 0100 \ 1100)$ ; | ж) $f = (1111 \ 0000 \ 0000 \ 1011)$ ; |
| в) $f = (1111 \ 1011 \ 0000 \ 0000)$ ; | з) $f = (1000 \ 1000 \ 1011 \ 1011)$ ; |
| г) $f = (1011 \ 1011 \ 1000 \ 1000)$ ; | и) $f = (1001 \ 1011 \ 1001 \ 1001)$ ; |
| д) $f = (1000 \ 1101 \ 1101 \ 1000)$ ; | к) $f = (1101 \ 1101 \ 1000 \ 1000)$ . |

**Форма отчета:** отчетная работа



двое – французский и английский. Один человек знает все три языка. Сколько человек работает в отделе?

б) В ожесточенном бою 70 из 100 пиратов потеряли глаз, 80 – руку, 85 – ногу, 40 – глаз и руку, 50 – глаз и ногу, 55 – руку и ногу. Сколько пиратов потеряли глаз, руку и ногу?

в) Исследователь рынка сообщает следующие данные. Из 1000 опрошенных 811 нравится шоколад, 752 – мармелад, 418 – зефир, 570 – шоколад и мармелад, 356 – шоколад и зефир, 348 – мармелад и зефир, а 297 – все три вида сладости. Показать, что в этой информации есть ошибки.

г) На загородную прогулку поехали 92 человека. Бутерброды с колбасой взяли 48 человек, с сыром – 38 человек, с ветчиной – 42 человека, с сыром и колбасой – 28 человек, с колбасой и ветчиной – 31 человек, с сыром и ветчиной – 26 человек. 25 человек взяли с собой все три вида бутербродов, а несколько человек вместо бутербродов взяли пирожки. Сколько человек взяли с собой пирожки?

д) На вступительном экзамене по математике были предложены три задачи: по алгебре, планиметрии и стереометрии. Из 1000 абитуриентов задачу по алгебре решили 800, по планиметрии — 700, а по стереометрии — 600 абитуриентов. При этом задачи по алгебре и планиметрии решили 600 абитуриентов, по алгебре и стереометрии — 500, по планиметрии и стереометрии — 400. Все три задачи решили 300 абитуриентов. Существуют ли абитуриенты, не решившие ни одной задачи, и если да, то сколько их?

**Форма отчета:** отчетная работа

### Практическое занятие № 8

**Тема:** Исследование бинарных отношений на заданные свойства.

**Цель:** научиться исследовать бинарные отношения на заданные свойства.

**Оборудование:** тетрадь, ручка

**Методические указания:** выполните задание

**Ход выполнения:**

**Задание:**

1. Исследовать бинарное отношение на рефлексивность, симметричность и транзитивность:

а)  $R = \{(m, n) \mid m, n \in \mathbb{N} \ \& \ m = n^2\}$ ;

д)  $R = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R} \ \& \ x > y\}$ ;

б)  $R = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R} \ \& \ x \leq y\}$ ;

е)  $R = \{(m, n) \mid m, n \in \mathbb{Z} \ \& \ m = n + 2\}$ ;

в)  $R = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R} \ \& \ x = y\}$ ;

ж)  $R = \{(m, n) \mid m, n \in \mathbb{Z} \ \& \ |m| = |n|\}$ ;

г)  $R = \{(m, n) \mid m, n \in \mathbb{N} \ \& \ m = 2n\}$ ;

з)  $R = \{(m, n) \mid m, n \in \mathbb{N} \ \& \ m^3 = n^3\}$ .

2. Разбить множество  $M = \{x, y, z, t\}$  на классы эквивалентности, если на множестве  $M$  задано отношение эквивалентности  $R$ :

а)  $R = \{(x, z), (x, x), (z, z), (z, x), (y, y), (t, t)\}$  ;

б)  $R = \{(x, z), (z, x), (x, y), (y, x), (y, z), (z, y), (t, t), (x, x), (y, y), (z, z)\}$ ;

в)  $R = \{(y, z), (z, y), (x, x), (y, y), (z, z), (t, t)\}$ ;

г)  $R = \{(x, y), (y, x), (x, x), (y, y), (z, z), (t, t)\}$ ;

д)  $R = \{(x, t), (t, x), (x, x), (y, y), (z, z), (t, t)\}$ ;

е)  $R = \{(x, z), (z, x), (y, t), (t, y), (x, x), (y, y), (z, z), (t, t)\}$ ;

ж)  $R = \{(x, y), (y, x), (z, t), (t, z), (x, x), (y, y), (z, z), (t, t)\}$ ;

з)  $R = \{(y, z), (z, t), (t, y), (y, t), (t, z), (z, y), (x, x), (y, y), (z, z), (t, t)\}$ .

**Форма отчета:** отчетная работа

### Практическое занятие № 9

**Тема:** Выполнение операций над предикатами

**Цель:** научиться выполнять операции над предикатами.

**Оборудование:** тетрадь, ручка

**Методические указания:** выполните задание

**Ход выполнения:**

**Задание:**

1. Записать область истинности предиката:



2. Решить уравнение: 1)  $A \cdot X = B$ ; 2)  $X \cdot A = B$ ; 3)  $A \cdot X \cdot B = E$  и найти  $A \cdot B$ ;  $B^{-1}$ , если

а)  $A = \begin{vmatrix} 12345 \\ 14523 \end{vmatrix}$ ;  $B = \begin{vmatrix} 12345 \\ 23514 \end{vmatrix}$ ;

д)  $A = \begin{vmatrix} 12345 \\ 31524 \end{vmatrix}$ ;  $B = \begin{vmatrix} 12345 \\ 23451 \end{vmatrix}$ ;

б)  $A = \begin{vmatrix} 12345 \\ 41253 \end{vmatrix}$ ;  $B = \begin{vmatrix} 12345 \\ 34152 \end{vmatrix}$ ;

е)  $A = \begin{vmatrix} 12345 \\ 43125 \end{vmatrix}$ ;  $B = \begin{vmatrix} 12345 \\ 13521 \end{vmatrix}$ ;

в)  $A = \begin{vmatrix} 12345 \\ 51324 \end{vmatrix}$ ;  $B = \begin{vmatrix} 12345 \\ 25134 \end{vmatrix}$ ;

ж)  $A = \begin{vmatrix} 12345 \\ 25143 \end{vmatrix}$ ;  $B = \begin{vmatrix} 12345 \\ 24351 \end{vmatrix}$ ;

г)  $A = \begin{vmatrix} 12345 \\ 35214 \end{vmatrix}$ ;  $B = \begin{vmatrix} 12345 \\ 52431 \end{vmatrix}$ ;

з)  $A = \begin{vmatrix} 12345 \\ 23514 \end{vmatrix}$ ;  $B = \begin{vmatrix} 12345 \\ 35241 \end{vmatrix}$ .

3. Определить четность подстановки

а)  $A = \begin{vmatrix} 45213 \\ 31524 \end{vmatrix}$ ;

в)  $A = \begin{vmatrix} 35241 \\ 42513 \end{vmatrix}$ ;

д)  $A = \begin{vmatrix} 53241 \\ 42513 \end{vmatrix}$ ;

ж)  $A = \begin{vmatrix} 34512 \\ 21453 \end{vmatrix}$ ;

б)  $A = \begin{vmatrix} 25143 \\ 53421 \end{vmatrix}$ ;

г)  $A = \begin{vmatrix} 52431 \\ 42315 \end{vmatrix}$ ;

е)  $A = \begin{vmatrix} 41352 \\ 35421 \end{vmatrix}$ ;

з)  $A = \begin{vmatrix} 23145 \\ 15324 \end{vmatrix}$ .

**Форма отчета:** отчетная работа

### Практическая работа № 11-13

**Тема:** Представление графов. Построение графов.

**Цель:** научить представлять и строить графы.

**Оборудование:** тетрадь, ручка

**Методические указания:** повторите теоретический материал, выполните задание

**Ход выполнения:**

#### Теоретический материал

#### Метрические характеристики графов

В теории графов применяются:

1. **Матрица инцидентности.** Это матрица  $A$  с  $n$  строками, соответствующими вершинам, и  $m$  столбцами, соответствующими рёбрам. Для ориентированного графа столбец, соответствующий дуге  $(x, y)$  содержит  $(-1)$  в строке, соответствующей вершине  $x$  и  $1$  в строке, соответствующей вершине  $y$ . Во всех остальных  $-0$ .

Петлю, т. е. дугу  $(x, x)$  можно представлять иным значением в строке  $x$ , например,  $2$ .

Если граф неориентированный, то столбец, соответствующий ребру  $(x, y)$  содержит  $1$ , соответствующие  $x$  и  $y$  – нули во всех остальных строках.

2. **Матрица смежности.** Это матрица  $n \times n$  где  $n$  – число вершин, где  $b_{ij} = 1$ , если существует ребро, идущее из вершины  $x$  в вершину  $y$  и  $b_{ij} = 0$  в противном случае.

3. Пусть  $G=(X, U)$  - связный граф, а  $x_i$  и  $x_j$  - две его несовпадающие вершины. Длина кратчайшего маршрута, соединяющего вершины  $x_i$  и  $x_j$  (пути из  $x_i$  и  $x_j$ ) называется **расстоянием** между вершинами  $x_i$  и  $x_j$  и обозначается  $d(x_i, x_j)$ . Положим  $d(x_i, x_j) = \infty$ , если вершины  $x_i$  и  $x_j$  не соединены маршрутом (путем). Расстояние  $d(x_i, x_j)$  удовлетворяет следующим аксиомам:

1)  $d(x_i, x_i) = 0$ ;

2)  $d(x_i, x_j) \geq 0$ ;

3)  $d(x_i, x_j) = 0$  тогда и только тогда, когда  $x_i = x_j$ ;

4)  $d(x_i, x_j) = d(x_j, x_i)$  для симметрических графов;

5)  $d(x_i, x_j) + d(x_j, x_k) \geq d(x_i, x_k)$

Расстояние для графа G удобно задавать матрицей расстояний. **Матрицей расстояний** графа с n вершинами называется квадратная матрица D порядка n, элементы которой определяются следующим образом:

$$d_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{если } x_i = x_j; \\ d(x_i, x_j), & \text{если } x_i \neq x_j. \end{cases}$$

4. Для фиксированной вершины  $x_i$  величина  $e(x_i) = \max_{x_j \in X} d(x_i, x_j)$  называется

**эксцентриситетом** (отклоненностью) вершины  $x_i$ .

5. Максимальный среди эксцентриситетов вершин называется **диаметром** графа G и обозначается  $\text{diam}(G)$ :

$$\text{diam}(G) = \max_{x_i \in X} e(x_i) = \max_{x_i \in X} \max_{x_j \in X} d(x_i, x_j)$$

6. Минимальный из эксцентриситетов вершин связного графа называется его **радиусом** и обозначается через  $r(G)$ :

$$r(G) = \min_{x_i \in X} e(x_i) = \min_{x_i \in X} \max_{x_j \in X} d(x_i, x_j)$$

7. Вершина, имеющая минимальный эксцентриситет, называется **центром** графа.

8. Для вершины  $x_i$  число  $P(x_i) = \sum_{x_j \in X} d(x_i, x_j)$  называется **передаточным числом**.

9. Вершина графа, которой соответствует минимальное передаточное число  $\max_{x_i \in X} P(x_i)$  называется **медианой** графа.

*Центров и медиан в графе может быть несколько.*

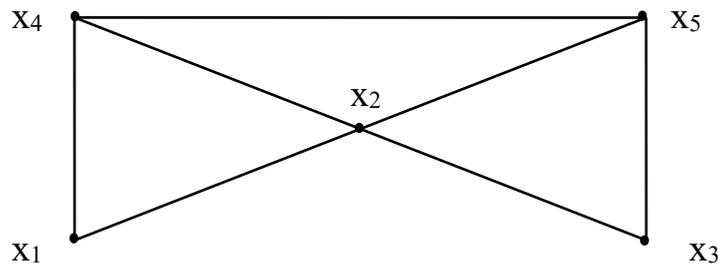


Рис. 1

**Пример.** Для графа, изображенного на рис.1 метрические характеристики определяются следующим образом:

$$D = \begin{matrix} & \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad \begin{matrix} e(x_1) = 2 & P(x_1) = 6 \\ e(x_2) = 1 & P(x_2) = 4 \\ e(x_3) = 2 & P(x_3) = 6 \\ e(x_4) = 2 & P(x_4) = 5 \\ e(x_5) = 2 & P(x_5) = 5 \end{matrix}$$

Радиус графа равен 1, диаметр равен 2. Центр графа - вершина  $x_2$ ; Медиана графа - вершина  $x_2$ .

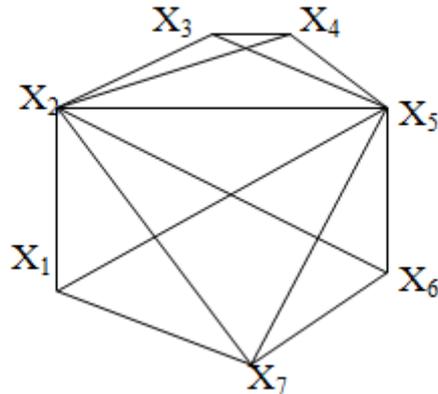
**Задание 1:**

### Вариант 1

1. Дана матрица A. Постройте соответствующий ей граф, имеющий матрицу A своей матрицей смежности. Удалите из графа кратные ребра. Найдите матрицу инцидентности для построенного графа.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Определить метрические характеристики графа:

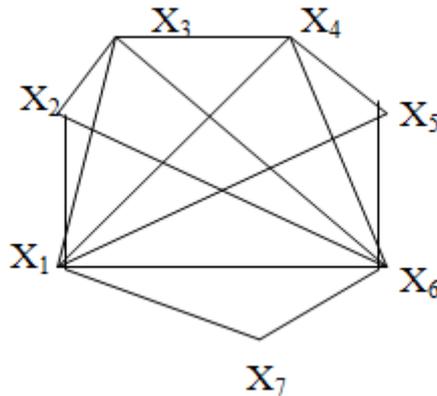


### Вариант 2

1. Дана матрица  $A$ . Постройте соответствующий ей граф, имеющий матрицу  $A$  своей матрицей смежности. Удалите из графа кратные ребра. Найдите матрицу инцидентности для построенного графа.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Определить метрические характеристики графа:

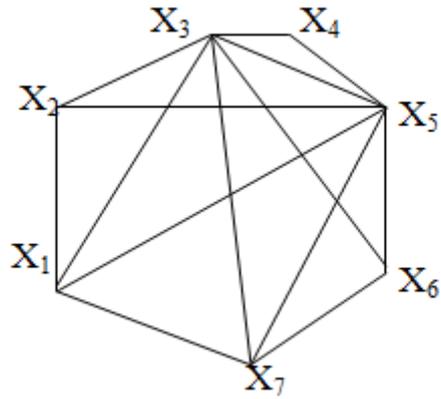


### Вариант 3

1. Дана матрица  $A$ . Постройте соответствующий ей граф, имеющий матрицу  $A$  своей матрицей смежности. Удалите из графа кратные ребра. Найдите матрицу инцидентности для построенного графа.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Определить метрические характеристики графа:

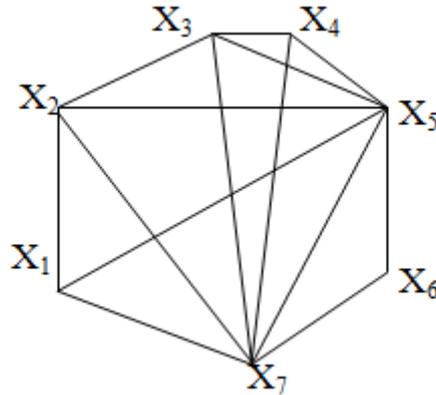


**Вариант 4**

1. Дана матрица A. Постройте соответствующий ей граф, имеющий матрицу A своей матрицей смежности. Удалите из графа кратные ребра. Найдите матрицу инцидентности для построенного графа.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Определить метрические характеристики графа:



**Задание 2:**

*Вариант № 1*

**Задание 1.** Выполните задание по образцу.

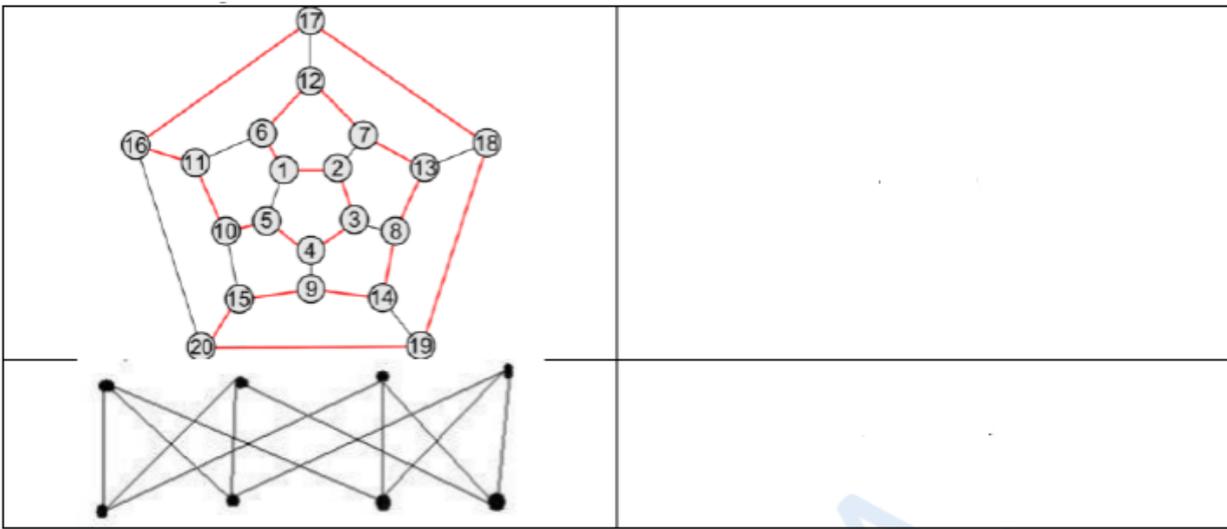
Изобразите графически:

$G(V,E)$  - орграф.

$V = \{1,2,3,4\}$ ,  $E = \{(1, 2), (4, 3), (3, 4), (3, 1), (4, 1)\}$ .

**Задание 2.** Изобразите графы в соответствующих программах. Полученные графы сохранить в свои папки.

Граф	Программа



**Вариант № 2**

**Задание 1.** Выполните задание по образцу.

Изобразите графически:

$G(V,E)$  - оргграф.

$V=\{1,2,3,4,5\}$ ,  $E=\{(1, 2), (4, 3), (3, 5), (5, 1), (4, 1)\}$ .

**Задание 2.** Изобразите графы в соответствующих программах. Полученные графы сохранить в свои папки.

Граф	Программа

**Вариант № 3**

**Задание 1.** Выполните задание по образцу.

Изобразите графически:

$G(V,E)$  - орграф.

$V=\{1,2,3,4,5\}$ ,  $E=\{(1, 3), (2, 3), (1, 5), (2, 4), (1, 2)\}$ .

**Задание 2.** Изобразите графы в соответствующих программах. Полученные графы сохранить в свои папки.

Граф	Программа

**Вариант № 4**

**Задание 1.** Выполните задание по образцу.

Изобразите графически:

$G(V,E)$  - орграф.

**Задание 2.** Изобразите графы в соответствующих программах. Полученные графы сохранить в свои папки.

Граф	Программа

**Форма отчета:** отчетная работа

## Практическая работа № 14

**Тема:** Построение диаграммы автомата по его таблице, запись таблицы автомата по его диаграмме.

**Цель:** научиться по таблице автомата строить его диаграмму, по диаграмме автомата записывать его таблицу

**Оборудование:** тетрадь, ручка

**Методические указания:** выполните задание

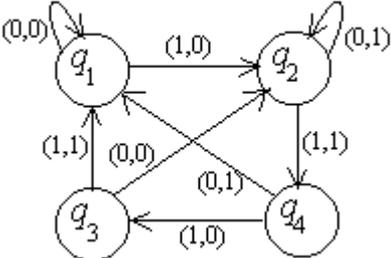
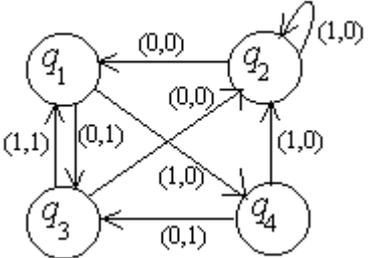
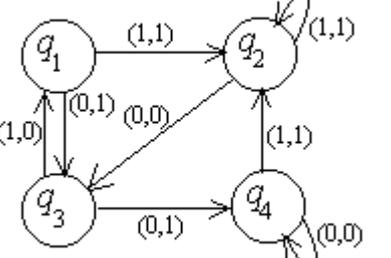
**Ход выполнения:**

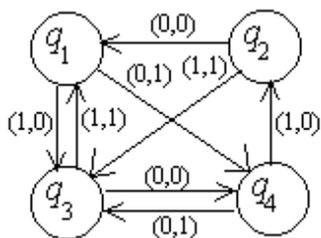
**Задание:**

1. По таблице автомата построить его диаграмму:

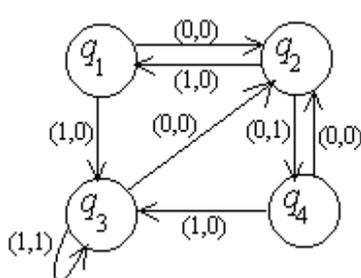
а) <table border="1" style="margin-left: 20px; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>φ</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td><math>q_1</math></td><td><math>q_2</math></td><td><math>q_3</math></td></tr> <tr><td><math>q_2</math></td><td><math>q_1</math></td><td><math>q_4</math></td></tr> <tr><td><math>q_3</math></td><td><math>q_3</math></td><td><math>q_4</math></td></tr> <tr><td><math>q_4</math></td><td><math>q_1</math></td><td><math>q_2</math></td></tr> </table>	φ	0	1	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$q_2$	$q_1$	$q_4$	$q_3$	$q_3$	$q_4$	$q_4$	$q_1$	$q_2$	б) <table border="1" style="margin-left: 20px; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>ψ</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td><math>q_1</math></td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td><math>q_2</math></td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td><math>q_3</math></td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td><math>q_4</math></td><td>1</td><td>0</td></tr> </table>	ψ	0	1	$q_1$	0	1	$q_2$	1	0	$q_3$	0	1	$q_4$	1	0	в) <table border="1" style="margin-left: 20px; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>φ</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td><math>q_1</math></td><td><math>q_1</math></td><td><math>q_4</math></td></tr> <tr><td><math>q_2</math></td><td><math>q_3</math></td><td><math>q_2</math></td></tr> <tr><td><math>q_3</math></td><td><math>q_4</math></td><td><math>q_1</math></td></tr> <tr><td><math>q_4</math></td><td><math>q_2</math></td><td><math>q_3</math></td></tr> </table>	φ	0	1	$q_1$	$q_1$	$q_4$	$q_2$	$q_3$	$q_2$	$q_3$	$q_4$	$q_1$	$q_4$	$q_2$	$q_3$	г) <table border="1" style="margin-left: 20px; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>ψ</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td><math>q_1</math></td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td><math>q_2</math></td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td><math>q_3</math></td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td><math>q_4</math></td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	ψ	0	1	$q_1$	1	1	$q_2$	0	0	$q_3$	0	0	$q_4$	1	1
φ	0	1																																																													
$q_1$	$q_2$	$q_3$																																																													
$q_2$	$q_1$	$q_4$																																																													
$q_3$	$q_3$	$q_4$																																																													
$q_4$	$q_1$	$q_2$																																																													
ψ	0	1																																																													
$q_1$	0	1																																																													
$q_2$	1	0																																																													
$q_3$	0	1																																																													
$q_4$	1	0																																																													
φ	0	1																																																													
$q_1$	$q_1$	$q_4$																																																													
$q_2$	$q_3$	$q_2$																																																													
$q_3$	$q_4$	$q_1$																																																													
$q_4$	$q_2$	$q_3$																																																													
ψ	0	1																																																													
$q_1$	1	1																																																													
$q_2$	0	0																																																													
$q_3$	0	0																																																													
$q_4$	1	1																																																													
д) <table border="1" style="margin-left: 20px; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>φ</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td><math>q_1</math></td><td><math>q_2</math></td><td><math>q_1</math></td></tr> <tr><td><math>q_2</math></td><td><math>q_4</math></td><td><math>q_1</math></td></tr> <tr><td><math>q_3</math></td><td><math>q_4</math></td><td><math>q_3</math></td></tr> <tr><td><math>q_4</math></td><td><math>q_3</math></td><td><math>q_2</math></td></tr> </table>	φ	0	1	$q_1$	$q_2$	$q_1$	$q_2$	$q_4$	$q_1$	$q_3$	$q_4$	$q_3$	$q_4$	$q_3$	$q_2$	е) <table border="1" style="margin-left: 20px; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>ψ</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td><math>q_1</math></td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td><math>q_2</math></td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td><math>q_3</math></td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td><math>q_4</math></td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	ψ	0	1	$q_1$	0	0	$q_2$	0	1	$q_3$	1	0	$q_4$	1	1	ж) <table border="1" style="margin-left: 20px; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>φ</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td><math>q_1</math></td><td><math>q_1</math></td><td><math>q_2</math></td></tr> <tr><td><math>q_2</math></td><td><math>q_4</math></td><td><math>q_3</math></td></tr> <tr><td><math>q_3</math></td><td><math>q_3</math></td><td><math>q_4</math></td></tr> <tr><td><math>q_4</math></td><td><math>q_2</math></td><td><math>q_1</math></td></tr> </table>	φ	0	1	$q_1$	$q_1$	$q_2$	$q_2$	$q_4$	$q_3$	$q_3$	$q_3$	$q_4$	$q_4$	$q_2$	$q_1$	з) <table border="1" style="margin-left: 20px; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>ψ</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td><math>q_1</math></td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td><math>q_2</math></td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td><math>q_3</math></td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td><math>q_4</math></td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	ψ	0	1	$q_1$	1	0	$q_2$	1	1	$q_3$	0	1	$q_4$	1	1
φ	0	1																																																													
$q_1$	$q_2$	$q_1$																																																													
$q_2$	$q_4$	$q_1$																																																													
$q_3$	$q_4$	$q_3$																																																													
$q_4$	$q_3$	$q_2$																																																													
ψ	0	1																																																													
$q_1$	0	0																																																													
$q_2$	0	1																																																													
$q_3$	1	0																																																													
$q_4$	1	1																																																													
φ	0	1																																																													
$q_1$	$q_1$	$q_2$																																																													
$q_2$	$q_4$	$q_3$																																																													
$q_3$	$q_3$	$q_4$																																																													
$q_4$	$q_2$	$q_1$																																																													
ψ	0	1																																																													
$q_1$	1	0																																																													
$q_2$	1	1																																																													
$q_3$	0	1																																																													
$q_4$	1	1																																																													

2. По диаграмме автомата записать его таблицу. По заданному входному слову записать соответствующее выходное слово.

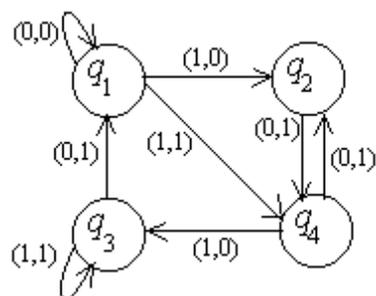
а)  <p>[1 0 1 1 1 0 0 1]</p>	б)  <p>[1 1 0 1 1 0 0 1]</p>	в)  <p>0 0 1 1 0 1 0 ] [0</p>
г)	д)	е)



[1 1 0 1 1 1 0 1]



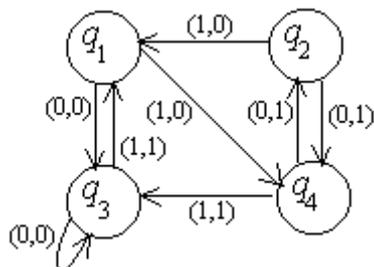
[1 0 1 0 0 1 0 1]



1 0 0 1 1 0 1]

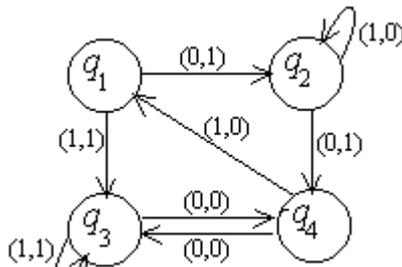
[0

ж)



[0 1 0 1 1 0 0 1]

з)



[0 0 1 1 0 1 0 1]

**Форма отчета:** отчетная работа

## 4. ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

### 4.1 Основные электронные издания:

О-1. Баврин, И. И. Дискретная математика. Учебник и задачник: для среднего профессионального образования / И. И. Баврин. — Москва: Издательство Юрайт, 2024. — 193 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-07917-3. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/536805> (дата обращения: 02.05.2024).

О-2. Гисин, В. Б. Дискретная математика: учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. Б. Гисин. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2024. — 468 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-16754-2. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/542794> (дата обращения: 02.05.2024).

О-3. Шевелев, Ю. П. Дискретная математика: учебное пособие для СПО / Ю. П. Шевелев. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 592 с. — ISBN 978-5-8114-7504-9. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/161638> (дата обращения: 02.05.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

### 4.2 Дополнительные источники:

Д-1. Канцедал, С.А. Дискретная математика: учебное пособие. — М.: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М, 2007 — 224 с. — (Профессиональное образование).

**ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ, ВНЕСЕННЫХ В  
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

<b>№ изменения, дата внесения, № страницы с изменением</b>	
<b>Было</b>	<b>Стало</b>
<b>Основание:</b>	
<b>Подпись лица, внесшего изменения</b>	