ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ИРКУТСКОЙ ОБЛАСТИ «ЧЕРЕМХОВСКИЙ ГОРНОТЕХНИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ ИМ. М.И. ЩАДОВА»

РАССМОТРЕНО
на заседании ЦК
«Информатики и ВТ»
«31» июнь 2022 г.
Протокол № 10
Председатель: Окладникова Т.В.

УТВЕРЖДАЮ
И.о. зам. директора по УР
О.В. Папанова
«15» июнь 2022 г.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

для выполнения
практических работ студентов
по учебной дисциплине

ЕН.02 Дискретная математика с элементами математической логики

09.02.07 Информационные системы и программирование

Разработал:
Литвинцева Е.А. преподаватель спец. дисциплин ГБПОУ «ЧГТК им. М.И. Щадова»

2022г.

СОДЕРЖАНИЕ

1.ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические указания по выполнению практических (лабораторных) работ по учебной дисциплине **«Дискретная математика с элементами математической логики»** предназначены для студентов специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование, составлены в соответствии с рабочей программой дисциплины «**Дискретная математика с элементами математической логики»**» с учетом рекомендаций **требований Мин. обр. (**помещение кабинета Теории вероятности и математической статистики должны удовлетворять требованиям санитарно-эпидемиологических правил и нормативов (СанПиН 2.4.2 № 178-02), и оснащено типовым оборудованием, указанным в настоящих требованиях, в том числе специализированной учебной мебелью и средствами обучения, достаточными для выполнения требований к уровню подготовки обучающихся[1]) и направлены на овладение следующими компетенциями:

ОК 1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам

ОК 2. Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности

ОК 4. Работать в коллективе и команде, эффективно взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами.

ОК 5. Использовать информационно – коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 9. Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности

ОК10. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Методические указания являются частью учебно-методического комплекса по дисциплине «**Дискретная математика с элементами математической логики»**» и содержат задания, указания для выполнения практических (лабораторных) работ, теоретический минимум и т.п. Перед выполнением практической работы каждый студент обязан показать свою готовность к выполнению работы:

- пройти инструктаж по техники безопасности;
- ответить на теоретические вопросы преподавателя.

По окончанию работы студент оформляет отчет в тетради и защищает свою работу.

В результате выполнения полного объема практических работ студент должен у**меть:**

- Применять логические операции, формулы логики, законы алгебры логики;
- Формулировать задачи логического характера;
- Применять современные пакеты прикладных программ при решении профессиональных задач.

При проведении практических работ применяются следующие технологии и методы обучения:

1. проблемно-поисковых технологий
2. тестовые технологии

Порядок выполнения работы:

1. Изучить инструкцию к практической работе.
2. Выполнить задание.
3. Оформить отчет.

---

[1] См. Письмо Минобрнауки РФ от 24 ноября 2011 г. N МД-1552/03 «Об оснащении общеобразовательных учреждений учебным и учебно-лабораторным оборудованием»

Содержание отчета:
1. Тема.
2. Цель.
3. Материальное обеспечение.
4. Практическое задание.

Требования к рабочему месту:
1. Посадочное место по количеству обучающихся
2. В состав кабинета ИВТ должна быть включена одна машина для преподавателя с соответствующим периферийным оборудованием.
3. Кабинет Теории вероятности и математической статистики должен быть оснащен проектором и экраном.

Критерии оценки:

Оценки «5» (отлично) заслуживает студент, обнаруживший при выполнении заданий всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно - программного материала, учения свободно выполнять профессиональные задачи с всесторонним творческим подходом, обнаруживший познания с использованием основной и дополнительной литературы, рекомендованной программой, усвоивший взаимосвязь изучаемых и изученных дисциплин в их значении для приобретаемой специальности, проявивший творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно- программного материала, проявивший высокий профессионализм, индивидуальность в решении поставленной перед собой задачи, проявивший неординарность при выполнении практических заданий.

Оценки «4» (хорошо) заслуживает студент, обнаруживший при выполнении заданий полное знание учебно- программного материала, успешно выполняющий профессиональную задачу или проблемную ситуацию, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе, показавший систематический характер знаний, умений и навыков при выполнении теоретических и практических заданий по дисциплине «Информатика».

Оценки «3» (удовлетворительно) заслуживает студент, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебной и профессиональной деятельности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, допустивший погрешности в ответе при защите и выполнении теоретических и практических заданий, но обладающий необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя, проявивший какую-то долю творчества и индивидуальность в решении поставленных задач.

Оценки «2» (неудовлетворительно) заслуживает студент, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий проблемы в знаниях основного учебного материала, допустивший основные принципиальные ошибки в выполнении задания или ситуативной задачи, которую он желал бы решить или предложить варианты решения, который не проявил творческого подхода, индивидуальности.

В соответствии с учебным планом программы подготовки специалистов среднего звена по специальности **09.02.07 Информационные системы и программирование** и рабочей программой на практические (лабораторные) работы по дисциплине «**Дискретная математика с элементами математической логики**» отводится 28 часов.

2. ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

№ п/п	**Название практической работы** (указать раздел программы, если это необходимо)	**Количество часов**
1	**Практическая работа № 1 Формулы логики. Таблица истинности и ее построение.**	2
2	**Практическая работа №2 Формулы логики. Таблица истинности и ее построение.**	2
3	**Практическая работа №3 Законы алгебры логики. Равносильные преобразования.** Доказательство законов. Применение законов логики. Упрощение логических функций.	2
4	**Практическая работа №4 ДНФ и КНФ функции.**	2
5	**Практическая работа № 5 Упрощение формул.** Операция двоичного сложения и её свойства.	2
6	**Практическая работа № 6 Операции над множествами.**	2
7	**Практическая работа № 7 Операции над множествами.**	2
8	**Практическая работа № 8 Бинарные отношения и их свойства. Решение задач.**	2
9	**Практическая работа № 9 Запись логических выражений с помощью предикатов.** Рассмотрение способов записи логических выражений.	2
10	**Практическая работа № 10 Логические операции над предикатами.** Определение логического значения для высказываний. Области определения и истинности предиката.	2
11	**Практическая работа № 11 Представление графов. Построение графов.**	2
12	**Практическая работа № 12 Представление графов. Построение графов.**	2
13	**Практическая работа № 13 Решение задач по теме Эйлеровы и гамильтоновы графы.**	2
14	**Практическая работа № 14 Конструирование машин Тьюринга**	2

3.СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

Практическая работа № 1

Цель: получение практических навыков работы с таблицей истинности, формулами логики

Задание 1: рассмотрите примеры

Пример 1. Пусть имеются два элементарных высказывания:
A – «Этот треугольник равнобедренный»,
B – «Этот треугольник равносторонний».

Записать высказывания, соответствующие всем логическим операциям.

Решение. Как следует из приведенных выше логических операций, имеем:

$A \vee B$ – «Этот треугольник равнобедренный или равносторонний».
$A \wedge B$ – «Этот треугольник равнобедренный и равносторонний».
$\overline{A}$ – «Этот треугольник не равнобедренный».

$A \rightarrow B$ – «Если этот треугольник равнобедренный, то он равносторонний».

$A \leftrightarrow B$ – «Этот треугольник равнобедренный тогда и только тогда, когда он равносторонний».

Пример 2. Построить истинностную таблицу следующего сложного высказывания S:

$$S=\overline{(A \rightarrow B)} \wedge C \vee (A \leftrightarrow \overline{C}).$$

Решение. Отметим, что завершающей логической операцией в решении примера будет дизъюнкция. Ниже приводим истинностную таблицу высказывания S, которая (без командной) будет состоять из 2^3=8 строк:

A	B	C	$A\rightarrow B$	$\overline{(A \rightarrow B)}$	$\overline{(A \rightarrow B)} \wedge C$	$\overline{C}$	$(A\leftrightarrow\overline{C})$	S
и	и	и	и	л	л	л	л	л
и	и	л	и	л	л	и	и	и
и	л	и	л	и	и	л	л	и
и	л	л	л	и	л	и	и	и
л	и	и	и	л	л	л	и	и
л	и	л	и	л	л	и	л	л
л	л	и	и	л	л	л	и	и
л	л	л	и	л	л	и	л	л

Пример 3. Построить таблицу истинности для формулы

$$S=(A\rightarrow B)\wedge((\overline{B} \rightarrow C) \rightarrow \overline{A}).$$

Решение. Соблюдая приоритеты логических операций и расставленных в формуле скобок, получаем:

A	B	C	$A\rightarrow B$	$\overline{B}$	$\overline{B}\rightarrow C$	$\overline{A}$	$((\overline{B} \rightarrow C) \rightarrow \overline{A})$	S
и	и	и	и	л	и	л	л	л
и	и	л	и	л	и	л	л	л
и	л	и	л	и	и	л	л	л
и	л	л	л	и	л	л	и	л
л	и	и	и	л	и	и	и	и
л	и	л	и	л	и	и	и	и
л	л	и	и	и	и	и	и	и
л	л	л	и	и	л	и	и	и

Из построенной таблицы истинности видно, что формулы $\overline{A}$ и S равносильны.

Задание 2: составьте по аналогии с рассмотренными примерами задачи и решите их (7 шт.)

Итог работы: отчет, защита работы.

Практическая работа № 2

Цель: получение практических навыков работы с таблицей истинности, формулами логики

Задание 1: решите задачи

Задание. Требуется получить высказывания S_1 своего варианта N и S_2 варианта N+3, составить для них таблицы истинности и выяснить, равносильны ли эти высказывания.

Задача 1. Даны следующие элементарные высказывания:

A – Сидоров сдаст экзамен;

B – Сидоров будет посещать лекции;

C – Сидоров будет заниматься самостоятельно.

Требуется записать с помощью логических операций высказывание:

Вариант	Высказывание
1	Сидоров сдаст экзамен, если будет посещать лекции и заниматься самостоятельно.
2	Если Сидоров будет заниматься самостоятельно, но не станет посещать лекции, он не сдаст экзамен.
3	Сидоров сдаст экзамен тогда и только тогда, когда будет посещать лекции и заниматься самостоятельно.
4	Сидоров не сдаст экзамен, если не будет заниматься самостоятельно, даже если он будет посещать лекции.
5	Если Сидоров не сдаст экзамен, значит он не занимался самостоятельно или не посещал лекции.
6	Если Сидоров сдаст экзамен, то он посещал лекции и занимался самостоятельно.

Задача 2. Даны следующие элементарные высказывания:

A – Сидоров правильно ответит на вопрос;

B – Иванов правильно ответит на вопрос;

C – Петров правильно ответит на вопрос.

Требуется записать с помощью логических операций высказывание:

Вариант	Высказывание
7	Сидоров правильно ответит на вопрос, если на него правильно ответят и Иванов, и Петров.
8	Сидоров правильно ответит на вопрос, если на него ответит правильно либо Иванов, либо Петров.
9	Сидоров правильно ответит на вопрос, если на него ответит правильно Иванов, но не ответит Петров.
10	Сидоров правильно ответит на вопрос, если на него ответит правильно Петров, но не ответит Иванов.
11	Если Иванов и Петров неверно ответят на вопрос, то на него ответит правильно Сидоров.
12	Иванов правильно ответит на вопрос тогда и только тогда, когда на него ответят правильно Петров и Сидоров.
13	Сидоров неверно ответит на вопрос, если на него правильно ответит Иванов, но не ответит Петров.
14	Сидоров тогда и только тогда неверно ответит на вопрос, когда на него неверно ответит и Иванов, и Петров.

Задача 3. Даны следующие элементарные высказывания:

А – Илья выполнит норматив;

В – Илья не будет пропускать тренировки;

С – Илья не будет нарушать спортивный режим.

Требуется записать с помощью логических операций высказывание:

Вариант	Высказывание
15	Илья выполнит норматив, если не будет пропускать тренировки и нарушать спортивный режим.
16	Если Илья не будет пропускать тренировки, но будет нарушать спортивный режим, он не выполнит норматив.
17	Илья выполнит норматив тогда и только тогда, когда не будет пропускать тренировки и нарушать спортивный режим.
18	Илья не выполнит норматив, если будет пропускать тренировки, даже не нарушая спортивного режима.
19	Если Илья не выполнит норматив, значит он пропускал тренировки, либо нарушал спортивный режим.

Задача 4. Даны следующие элементарные высказывания:

А – Анне понравится спектакль;

В – Ирине понравится спектакль;

С – Ольге понравится спектакль.

Требуется записать с помощью логических операций высказывание:

Вариант	Высказывание
20	Анне понравится спектакль, если он понравится либо Ирине, либо Ольге.
21	Анне понравится спектакль тогда и только тогда, когда он понравится и Ирине, и Ольге.
22	Анне не понравится спектакль, если он даже понравится Ольге, но не понравится Ирине.
23	Анне не понравится спектакль, если он не понравится ни Ольге, ни Ирине.
24	Анне понравится спектакль, если даже он не понравится Ирине, но понравится Ольге

Задача 5. Даны следующие элементарные высказывания:

А – Семен пойдет в турпоход;

В – Захар пойдет в турпоход;

С – Антон пойдет в турпоход.

Требуется записать с помощью логических операций высказывание:

Вариант	Высказывание
25	Семен пойдет в турпоход, если вместе с ним пойдут и Захар, и Антон.
26	Семен пойдет в турпоход, если даже с ним не пойдет Антон, но пойдет Захар.
27	Семен не пойдет в турпоход, если вместе с ним не пойдут и Захар, и Антон.
28	Семен пойдет в турпоход тогда и только тогда, когда с ним пойдут и Захар, и Антон.

Задание 2: ответьте на вопросы для самоконтроля

1. Что такое высказывание? Приведите примеры истинных и ложных высказываний.
2. Какие логические операции вы знаете? Запишите высказывания, соответствующие всем логическим операциям на примере элементарных высказываний: А – идет дождь; В – светит солнце.
3. Какой вид имеет истинностная таблица дизъюнкции?
4. Запишите таблицу истинности конъюнкции.
5. Какой вид имеет истинностная таблица импликации?
6. Запишите таблицу истинности для двойной импликации.
7. Чему равно число строк истинностной таблицы для n элементарных высказываний?
8. Каков естественный порядок выполнения логических операций?
9. Дайте определение формулы алгебры высказываний.
10. Какие две формулы алгебры высказываний называются равносильными?

Итог работы: отчет, защита работы.

Практическая работа № 3

Цель: получение практических навыков работы с законами алгебры логики, равносильными преобразованиями

Задание 1: выполните задания в практической работе 1 и 2 с помощью равносильных преобразований, сверьте ответы.

Итог работы: отчет, защита работы.

Практическая работа 4

Цель: научить вычислять ДНФ, КНФ функции

Задание 1: рассмотрите примеры

Пример 1. Представить функцию $f = (x \sim y) \cdot z$ в совершенной дизъюнктивной нормальной форме.

Решение. Составим таблицу истинности для данной функции:

x	y	z	$x \sim y$	$(x \sim y) \cdot z$
0	0	0	1	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	1	0	0
1	0	0	0	0
1	0	1	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

Из таблицы истинности видно, что функция принимает значение 1 на двух наборах 001 и 111. Тогда ее аналитическое представление в СДНФ примет вид

$$f = \bar{A}\bar{B}C + ABC$$

Пример 2. Представить функцию $f = x + y\bar{z}$ в совершенной конъюнктивной нормальной форме.

39

Решение. Составим таблицу истинности для данной функции:

x	y	z	$y\bar z$	$x + y\bar z$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1

Из таблицы истинности видно, что функция принимает значение 0 на трех наборах 000, 001 и 011. Тогда аналитическое выражение для $\bar f$ будет:

$$\bar f = \bar x\bar y\bar z + \bar x\bar y z + \bar x y z.$$

Инвертируем по теореме де Моргана:

$$f = \bar{\bar f} = \overline{\bar x\bar y\bar z + \bar x\bar y z + \bar x y z} = (x + y + z)(x + y + \bar z)(x + \bar y + \bar z).$$

Это и есть искомая СКНФ заданной функции f.

Задание 2: составьте по аналогии с рассмотренными примерами задачи и решите их (7 шт.)

Итог работы: отчет, защита работы.

Практическая работа 5

Цель: отработать навыки по упрощению формул.

Задание 1: решите задачи

Задача 1. Представить функцию f в совершенной дизъюнктивной нормальной форме.

Вариант	Функция f	Вариант	Функция f
1	$x\bar y + xz$	8	$\overline{x + y} \sim z$
2	$(x + \bar y) \sim z$	9	$(x \oplus y) \cdot \bar z$
3	$(x \oplus y) z$	10	$x\bar y + x\bar z$
4	$yz + \bar x z$	11	$(x \mid y) \cdot z$
5	$(x \sim y) z$	12	$\bar y z + xz$
6	$(x \mid z) \cdot \bar y$	13	$(x \mid z) \cdot y$
7	$x\bar y + \bar x z$	14	$yz + x\bar z$

40

Задача 2. Представить функцию f в совершенной конъюнктивной нормальной форме.

Вариант	Функция f	Вариант	Функция f
15	$z \to x\bar y$	22	$(x \oplus y) \to z$
16	$(x + \bar y) \sim z$	23	$\bar z + (x \sim y)$
17	$x\bar y + \bar x z$	24	$(x \mid y) \to z$
18	$\overline{x + y} \sim z$	25	$(x + \bar y) \mid z$
19	$\overline{xy} \to z$	26	$xy \to \bar y z$
20	$z \to (x \oplus y)$	27	$\bar z \to (x \oplus y)$
21	$(x \sim y) + z$	28	$(x + \bar y) \to z$

Задача 2: ответьте на вопросы для самоконтроля

1. Какими аксиомами определяется дизъюнкция или логическое сложение?
2. Какими аксиомами определяется конъюнкция или логическое умножение?
3. Какими аксиомами определяется инверсия или логическое отрицание?
4. Назовите основные свойства дизъюнкции.
5. Запишите основные свойства конъюнкции.
6. Перечислите теоремы одной переменной.
7. Что такое дизъюнктивная нормальная форма? Приведите пример.
8. Что такое конъюнктивная нормальная форма? Приведите пример.
9. Запишите теоремы поглощения.
10. Запишите теоремы склеивания.
11. Вспомните теоремы де Моргана.
12. Что такое булевы функции и как их можно задать?
13. Вспомните элементарные булевы функции.
14. Что такое минтерм и как представить функцию в совершенной дизъюнктивной нормальной форме?
15. Что такое макстерм и как представить функцию в совершенной конъюнктивной нормальной форме?

Итог работы: отчет, защита работы.

Практическая работа 6

Цель: отработать навыки по операциям над множествами

Задание 1: рассмотрите примеры

Пример 1.1. Пусть A = {1, 3, 5, 8}, B = {2, 3, 8, 10}, C = {3, 9, 10}. Перечислить все элементы следующих множеств:

a) $A \cap B \cup B \cap C = D$, b) $(A \cup C) \setminus (B \cap A) = E$.

Решение. Из определений операций над множествами и порядка выполнения этих операций имеем:

a) $A \cap B = \{3, 8\}$, $B \cap C = \{3, 10\} \Rightarrow D = \{3, 8, 10\}$;

b) $A \cup C = \{1, 3, 5, 8, 9, 10\}$, $B \cap A = \{3, 8\} \Rightarrow E = \{1, 5, 9, 10\}$.

Пример 1.2. Пусть множество A состоит из точек M(x, y) плоскости, для которых $|x| \le 3$ и $|y| \le 5$, множество B – из точек плоскости, для которых $x^2 + y^2 \le 25$, множество C – из точек плоскости, для которых $x < 0$. Требуется изобразить множество $A \cap B \setminus C$.

Решение. По условию множество A представляет собой прямоугольник с центром симметрии в начале системы координат, множество B – круг радиуса 5 с центром тоже в начале системы координат, множество C – левую полуплоскость

Задание 2: составьте по аналогии с рассмотренными примерами задачи и решите их (7 шт.)

координатной плоскости xOy. Тогда $A\cap B$ – «обрезанный» прямоугольник KLST, $A\cap B\setminus C$ – множество точек, полученное удалением из $A\cap B$ точек полуплоскости $x < 0$. Искомое множество затонировано на рис. 1. 3.

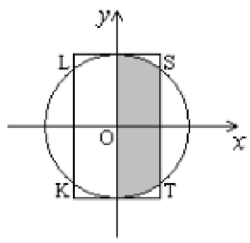


Рис. 1.3.

Пример 1.3. Доказать, что $A\setminus B = A\cap\overline{B}$.

Решение. Произвольный элемент $x\in A\setminus B \Leftrightarrow x\in A$ и $x\notin B \Leftrightarrow x\in A$ и $x\in\overline{B} \Leftrightarrow x\in A\cap\overline{B}$. Доказательство завершено.

Пример 1.4. Упростить выражение $\overline{\overline{A\cap\overline{B}}\cup A\cap B\cap\overline{C}}$.

Решение. $\overline{\overline{A\cap\overline{B}}\cup A\cap B\cap\overline{C}}$ = (по законам де Моргана) = $\overline{\overline{A\cap\overline{B}}}\cap\overline{A\cap B\cap\overline{C}}$ = (снова дважды применяем законы де Моргана, закон двойного отрицания и другие законы) = $A\cap\overline{B}\cap\overline{A\cap B}\cup\overline{\overline{C}} = A\cap\overline{B}\cap(\overline{A}\cup\overline{B}\cup C) =$

$= A\cap\overline{B}\cap\overline{A}\cup A\cap\overline{B}\cap\overline{B}\cup A\cap\overline{B}\cap C = A\cap\overline{A}\cap\overline{B}\cup A\cap\overline{B}\cup A\cap\overline{B}\cap C =$

$= \varnothing\cup A\cap\overline{B} = A\cap\overline{B}$.

Итак, $\overline{\overline{A\cap\overline{B}}\cup A\cap B\cap\overline{C}} = A\cap\overline{B}$.

Пример 1.5. Пусть $A = \{1, 2\}$, $B = \{3, 4\}$. Перечислить все элементы множеств $A\times B$, $B\times A$, A^2.

Решение. $A\times B = \{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)\}$, $B\times A = \{(3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2)\}$, $A^2 = A\times A = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)\}$.

Пример 1.6. Пусть $A = \{x \mid x\in[0, 1]\}$. Требуется изобразить множество A^2.

Решение. $A^2 = \{(x, y) \mid 0\le x\le 1,\ 0\le y\le 1\}$. Этому множеству соответствует множество точек на плоскости, имеющих неотрицательные координаты, не превосходящие единицы (рис. 1. 4).

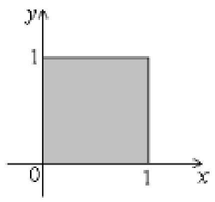


Рис. 1.4.

Пример 1.7. Пусть $X = \{a, b, c, d\}$, $Y = \{1, 4, 8\}$. Рассмотрим отображения $f_1 : X\to Y$, $f_2 : X\to Y$:

$$f_1:\ \begin{array}{l} a\to 1,\\ b\to 4,\\ c\to 8,\\ d\to 8 \end{array} \qquad\qquad f_2:\ \begin{array}{l} 1\to b,\\ 4\to c,\\ 8\to d. \end{array}$$

Определить, являются ли эти отображения инъективными и сюръективными.

Решение. Имеем

$$\begin{array}{llll} f_1(a) = 1, & f_1^{-1}(1) = \{a\}, & f_2(1) = b, & f_2^{-1}(b) = \{1\},\\ f_1(b) = 4, & f_1^{-1}(4) = \{b\}, & f_2(4) = c, & f_2^{-1}(c) = \{4\},\\ f_1(c) = f_1(d) = 8, & f_1^{-1}(8) = \{c, d\}, & f_2(8) = d, & f_2^{-1}(d) = \{8\}, f_2^{-1}(a) = \varnothing. \end{array}$$

Образы $f_1(c)$, $f_1(d)$ элементов c, d совпадают, поэтому отображение $f_1 : X\to Y$ не является инъективным. Для каждого элемента множества Y существует элемент множества X, образом которого при отображении $f_1 : X\to Y$ является этот элемент множества Y, поэтому отображение $f_1 : X\to Y$ является сюръективным. Так как образы любых двух различных элементов множества Y при отображении $f_2 : Y\to X$ различны, то это отображение является инъективным. В множестве Y не существует элемента, образом которого при отображении $f_2 : Y\to X$ является элемент a множества X, поэтому последнее отображение не является сюръективным.

Задание 2: составьте по аналогии с рассмотренными примеры индивидуальные задачи и решите их (7 шт.)

Итог работы: отчет, защита работы.

Практическая работа № 7

Цель: отработать навыки по операциям над множествами

Задание 1:

1. Пусть $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, множества A, B, C, D заданы в табл. 1. Перечислить все элементы множества D.

Таблица 1

Вариант	Множества
1	$A = \{1, 4, 5, 7, 8\}, B = \{2, 3, 4\}, C = \{1, 9\},$ $D = ((A \cup C) \setminus (\overline{A} \cap B)) \times C$
2	$A = \{2, 5, 6\}, B = \{1, 3, 5, 6, 8\}, C = \{1, 4\},$ $D = C \times ((A \cap B) \setminus (C \cup \overline{B}))$
3	$A = \{1, 3, 4, 6, 7\}, B = \{1, 2, 4\}, C = \{1, 8, 10\},$ $D = ((\overline{A} \cap C) \setminus (B \cup A)) \times B$
4	$A = \{2, 3, 4, 5, 6, 9, 10\}, B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}, C = \{1, 2, 3\},$ $D = \overline{A} \times ((\overline{B} \cup C) \setminus (A \cap C))$
5	$A = \{2, 5, 6, 8, 9\}, B = \{3, 4, 5\}, C = \{2, 10\},$ $D = ((A \cup C) \setminus (\overline{A} \cap B)) \times C$
6	$A = \{3, 6, 7\}, B = \{2, 4, 6, 7, 9\}, C = \{2, 5\}.$ $D = C \times ((A \cap B) \setminus (C \cup \overline{B}))$
7	$A = \{2, 4, 5, 7, 8\}, B = \{2, 3, 5\}, C = \{1, 2, 9\},$ $D = ((A \cap C) \setminus (\overline{B \cup A})) \times B$
8	$A = \{1, 3, 4, 5, 6, 7, 10\}, B = \{1, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}, C = \{2, 3, 4\},$ $D = \overline{A} \times ((\overline{B} \cup C) \setminus (A \cap C))$
9	$A = \{3, 6, 7, 9, 10\}, B = \{4, 5, 6\}, C = \{1, 3\},$ $D = ((A \cup C) \setminus (\overline{A} \cap B)) \times C$
10	$A = \{4, 7, 8\}, B = \{3, 5, 7, 8, 10\}, C = \{3, 6\},$ $D = C \times ((A \cap B) \setminus (C \cup \overline{B}))$
11	$A = \{3, 5, 6, 8, 9\}, B = \{3, 4, 6\}, C = \{2, 3, 10\},$ $D = ((A \cap C) \setminus (\overline{B \cup A})) \times B$
12	$A = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8\}, B = \{1, 2, 6, 7, 8, 9, 10\}, C = \{3, 4, 5\},$ $D = \overline{A} \times ((\overline{B} \cup C) \setminus (A \cap C))$
13	$A = \{1, 4, 7, 8, 10\}, B = \{5, 6, 7\}, C = \{2, 4\},$ $D = ((A \cup C) \setminus (\overline{A} \cap B)) \times C$
14	$A = \{5, 8, 9\}, B = \{1, 4, 6, 8, 9\}, C = \{4,7\},$ $D = C \times ((A \cap B) \setminus (C \cup \overline{B}))$
15	$A = \{4, 6, 7, 9, 10\}, B = \{4, 5, 7\}, C = \{1, 3, 4\},$ $D = ((\overline{A} \cap C) \setminus (B \cup A)) \times B$
16	$A = \{2, 3, 5, 6, 7, 8, 9\}, B = \{1, 2, 3, 6, 8, 9, 10\}, C = \{4, 5, 6\},$ $D = \overline{A} \times ((\overline{B} \cup C) \setminus (A \cap C))$
17	$A = \{1, 2, 5, 8, 9\}, B = \{6, 7, 8\}, C = \{3, 5\},$ $D = ((A \cup C) \setminus (\overline{A} \cap B)) \times C$
18	$A = \{6, 9, 10\}, B = \{2, 5, 7, 9, 10\}, C = \{5, 8\},$ $D = C \times ((A \cap B) \setminus (C \cup \overline{B}))$
19	$A = \{1, 5, 7, 8, 10\}, B = \{5, 6, 8\}, C = \{2, 4, 5\},$ $D = ((A \cap C) \setminus (\overline{B \cup A})) \times B$
20	$A = \{3, 4, 6, 7, 8, 9, 10\}, B = \{1, 2, 3, 4, 7, 9, 10\}, C = \{5, 6, 7\},$ $D = \overline{A} \times ((\overline{B} \cup C) \setminus (A \cap C))$
21	$A = \{2, 3, 6, 9, 10\}, B = \{7, 8, 9\}, C = \{4, 6\},$ $D = ((A \cup C) \setminus (\overline{A} \cap B)) \times C$
22	$A = \{1, 7, 10\}, B = \{1, 3, 6, 8, 10\}, C = \{6, 9\},$ $D = C \times ((A \cap B) \setminus (C \cup \overline{B}))$
23	$A = \{1, 2, 6, 8, 9\}, B = \{6, 7, 9\}, C = \{3, 5, 6\},$ $D = ((A \cap C) \setminus (\overline{B \cup A})) \times B$
24	$A = \{1, 4, 5, 7, 8, 9, 10\}, B = \{1, 2, 3, 4, 5, 8, 10\}, C = \{6, 7, 8\},$ $D = \overline{A} \times ((\overline{B} \cup C) \setminus (A \cap C))$
25	$A = \{1, 3, 4, 7, 10\}, B = \{8, 9, 10\}, C = \{5, 7\},$ $D = ((A \cup C) \setminus (\overline{A} \cap B)) \times C$

2. Преобразовать выражение, заданное в табл. 2.

Таблица 2

Вариант	Выражение
1	$(A\setminus B)\cup(A\cap B)$
2	$\overline{(A\cap B)}\setminus(A\setminus B)$
3	$\overline{(A\cup B)}\setminus B$
4	$(B\setminus A)\cup(A\cap B)$
5	$\overline{(A\cup B)}\setminus\overline{B}$
6	$\overline{(A\cup B)}\setminus A$
7	$\overline{(A\cup B)}\setminus\overline{A}$
8	$A\setminus(A\cup B)$
9	$B\setminus(A\cup B)$
10	$\overline{A}\setminus(A\cup B)$
11	$\overline{B}\setminus(A\cup B)$
12	$(A\setminus B)\setminus(A\cup B)$
13	$(A\setminus B)\setminus(A\cap B)$
14	$(A\setminus B)\setminus\overline{(A\cap B)}$
15	$(A\setminus B)\setminus\overline{(A\cup B)}$
16	$(A\setminus B)\cap(B\setminus A)$
17	$(A\setminus B)\cap\overline{(B\setminus A)}$
18	$\overline{(A\setminus B)}\cap(B\setminus A)$
19	$(A\setminus B)\cup(B\setminus\overline{A})$
20	$(A\setminus B)\cup(\overline{B}\setminus A)$
21	$\overline{(A\cap B)}\cap\overline{(B\setminus A)}$
22	$(A\cap B)\cap\overline{(B\setminus A)}$
23	$(A\cup B)\cap\overline{(B\setminus A)}$
24	$\overline{(A\cap B)}\cup\overline{(B\setminus A)}$
25	$\overline{(A\cap B)}\cup(B\setminus A)$

Задание 2: ответьте на вопросы для самоконтроля

1. Дайте определения конечного и счетного множеств.
2. Дайте определения подмножества, равенства множеств, пустого множества, собственного подмножества, несобственного подмножества, универсального множества.
3. Дайте определения объединения, пересечения, разности множеств, дополнения множества, проиллюстрируйте их диаграммами Эйлера – Венна.
4. Укажите основные свойства операций над множествами.

14

5. Дайте определения декартова произведения множеств, декартовой степени множества.
6. Дайте определение симметрической разности множеств, проиллюстрируйте его диаграммой Эйлера – Венна.
7. Дайте определения отображения, образа элемента, прообраза элемента, образа множества, прообраза множества.
8. Дайте определения инъективного, сюръективного, биективного отображений.
9. Даны множества $A = \{2, 3, 4, 8\}$, $B = \{1, 2, 8, 12\}$, $C = \{1, 8, 9\}$, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$. Перечислите все элементы следующих множеств:
   1) $D=(A\cup C)\setminus(B\cap\overline{A})$;
   2) $E=(A\cap B\cup B\cap C)\times D$.
10. Используя свойства операций над множествами, преобразуйте выражения:
   1) $(A\setminus B)\cap B$;
   2) $(A\setminus B)\cap(A\cup B)$;
   3) $\overline{(A\cap B)}\cap\overline{(B\setminus A)}$.
11. Факультативный курс по математике посещают 20 студентов, а по физике – 30 студентов. Найдите число студентов, посещающих факультатив по математике или физике, если:
   1) факультативные занятия проходят в одно и то же время;
   2) факультативные занятия проходят в разные часы и 10 студентов посещают оба факультатива.
12. Пусть $X = \{a, b, c, d\}$. Рассмотрим отображение $f : X \to X \ : \ a \to b$, $b \to c$, $c \to d$, $d \to a$. Определите, является ли оно биективным.

Итог работы: отчет, защита работы.

Практическая работа № 8

Цель: отработать навыки по бинарным отношениям и их свойствам распределения ДСВ

Задание 1:

1. Перечислить все элементы бинарного отношения P на паре множеств A, B:

$$P = \{(a, b) \mid a > b, a \in A, b \in B\}.$$

2. Составить матрицу бинарного отношения F на множестве A. Определить, является ли данное отношение рефлексивным, антирефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным.

Множества A, B и бинарное отношение F заданы в табл. 3.

Таблица 3

Вариант	Множества A, B, бинарное отношение F
1	A = {2, 3, 5, 7}, B = {1, 2, 4, 6, 7, 8}, F = {(3, 5), (3, 7), (5, 3), (7, 3)}
2	A = {1, 2, 4, 5}, B = {1, 3, 4, 6, 8, 9}, F = {(1, 1), (1, 4), (2, 2), (2, 5), (4, 4), (5, 5)}
3	A = {3, 4, 5, 6}, B = {2, 3, 4, 5, 6, 7}, F = {(3, 3), (3, 4), (4, 3), (4, 4), (4, 6), (5, 5), (6, 4), (6, 6)}
4	A = {4, 5, 6, 7}, B = {2, 3, 6, 8, 10, 12}, F = {(4, 4), (4, 6), (5, 5), (5, 7), (6, 4), (6, 6), (7, 5), (7, 7)}
5	A = {1, 2, 5, 6}, B = {2, 4, 6, 8, 9, 10}, F = {(2, 2), (2, 5), (2, 6), (5, 2), (5, 5), (5, 6), (6, 2), (6, 5), (6, 6)}
6	A = {5, 6, 7, 9}, B = {4, 5, 6, 7, 8, 9}, F = {(5, 5), (5, 6), (5, 7), (5, 9), (6, 6), (7, 7), (9, 9)}
7	A = {1, 3, 4, 6}, B = {1, 2, 4, 5, 7, 8}, F = {(1, 3), (1, 4), (3, 6), (4, 3), (4, 6), (6, 1)}
8	A = {1, 2, 3, 4}, B = {2, 3, 5, 7, 8, 9}, F = {(1, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 3), (4, 4)}
9	A = {2, 3, 5, 6}, B = {1, 3, 5, 7, 8, 9}, F = {(2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3), (5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6)}
10	A = {3, 4, 6, 8}, B = {2, 3, 5, 7, 8, 9}, F = {(4, 6), (4, 8), (6, 4), (8, 4)}
11	A = {2, 3, 5, 6}, B = {2, 4, 5, 7, 9, 10}, F = {(2, 2), (2, 5), (3, 3), (3, 6), (5, 5), (6, 6)}
12	A = {4, 5, 6, 7}, B = {3, 4, 5, 6, 7, 8}, F = {(4, 4), (4, 5), (5, 4), (5, 5), (5, 7), (6, 6), (7, 5), (7, 7)}
13	A = {5, 6, 7, 8}, B = {3, 4, 7, 9, 11, 13}, F = {(5, 5), (5, 7), (6, 6), (6, 8), (7, 5), (7, 7), (8, 6), (8, 8)}
14	A = {2, 3, 6, 7}, B = {3, 5, 7, 9, 10, 11}, F = {(3, 3), (3, 6), (3, 7), (6, 3), (6, 6), (6, 7), (7, 3), (7, 6), (7, 7)}
15	A = {6, 7, 8, 10}, B = {5, 6, 7, 8, 9, 10}, F = {(6, 6), (6, 7), (6, 8), (6, 10), (7, 7), (8, 8), (10, 10)}
16	A = {2, 4, 5, 7}, B = {2, 3, 5, 6, 8, 9}, F = {(2, 4), (2, 5), (4, 7), (5, 4), (5, 7), (7, 2)}
17	A = {2, 3, 4, 5}, B = {3, 4, 6, 8, 9, 10}, F = {(2, 3), (4, 4), (4, 5), (5, 4), (5, 5)}

21

Вариант	Множества A, B, бинарное отношение F
18	A = {3, 4, 6, 7}, B = {2, 4, 6, 8, 9, 10}, F = {(3, 3), (3, 4), (4, 3), (4, 4), (6, 6), (6, 7), (7, 6), (7, 7)}
19	A = {4, 5, 7, 9}, B = {3, 4, 6, 8, 9, 10}, F = {(5, 7), (5, 9), (7, 5), (9, 5)}
20	A = {3, 4, 6, 7}, B = {3, 5, 6, 8, 10, 11}, F = {(3, 3), (3, 6), (4, 4), (4, 7), (6, 6), (7, 7)}
21	A = {5, 6, 7, 8}, B = {4, 5, 6, 7, 8, 9}, F = {(5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6), (6, 8), (7, 7), (8, 6), (8, 8)}
22	A = {6, 7, 8, 9}, B = {4, 5, 8, 10, 12, 14}, F = {(6, 6), (6, 8), (7, 7), (7, 9), (8, 6), (8, 8), (9, 7), (9, 9)}
23	A = {3, 4, 7, 8}, B = {4, 6, 8, 10, 11, 12}, F = {(4, 4), (4, 7), (4, 8), (7, 4), (7, 7), (7, 8), (8, 4), (8, 7), (8, 8)}
24	A = {7, 8, 9, 11}, B = {6, 7, 8, 9, 10, 11}, F = {(7, 7), (7, 8), (7, 9), (7, 11), (8, 8), (9, 9), (11, 11)}
25	A = {3, 5, 6, 8}, B = {3, 4, 6, 7, 9, 10}, F = {(3, 5), (3, 6), (5, 8), (6, 5), (6, 8), (8, 3)}

Задание 2: ответьте на вопросы для самоконтроля

1. Дайте определение бинарного отношения между элементами множеств A и B, определение бинарного отношения на множестве A.

2. Дайте определение матрицы бинарного отношения между элементами конечных множеств.

3. Дайте определение произведения (композиции) бинарных отношений.

4. Изложите способ нахождения матрицы композиции $P \circ P$ для бинарного отношения P на конечном множестве A.

5. Дайте определения рефлексивного, антирефлексивного, симметричного, антисимметричного, транзитивного бинарных отношений.

6. Какой вид матрицы бинарного отношения соответствует: рефлексивному, антирефлексивному, симметричному, антисимметричному бинарным отношениям?

7. Изложите способ определения транзитивности бинарного отношения на конечном множестве.

8. Дайте определения диагонали, отношения эквивалентности.

9. Дайте определения отношений частичного порядка, строгого порядка, линейного порядка.

10. Приведите пример бинарного отношения, которое не является рефлексивным и не является антирефлексивным.

11. Приведите пример бинарного отношения, которое не является симметричным и не является антисимметричным.

12. Приведите пример бинарного отношения, которое не является транзитивным.

Итог работы: отчет, защита работы.

Практическая работа № 9

Цель: отработать навыки записи логических выражений с помощью предикатов

Задание 1:

Задание 1. Для следующих предложений выделить предикаты и для каждого из них указать область истинности, если область определения для одноместного M=R, для двухместного $M=R^2$:

1) x+5=1;
2) при x=2 выполняется равенство $x^2 - 1 = 0$;
3) существует такое число x, что $x^2 - 2x + 1 = 0$;
4) $x^2 - 2x + 1 = 0$;
5) $x+2<3x - 4$;
6) однозначное число x кратно 3;
7) (x+2)-(3x-4);
8) $x^2 + y^2>0$.

Задание 2. Какие из предикатов тождественно истинны?

a. $x^2 + y^2 \geq 0$;
b. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$;
c. $x^2 + 1 \geq (x+1)^2$;
d. $x^2 + y^2 > 0$;
e. $(x+1)^2>x-1$.

Задание 3. Найти области истинности предикатов, если $x \in R$:

1) $\sqrt{x-6} = 2$;

2) $\dfrac{x^2+3x+2}{x^2+4x+3}$;

3) $\begin{cases} x^2 - 13x + 40 \geq 0; \\ 2x^2 + x - 30 < 0. \end{cases}$

Задание 4. Изобразить на декартовой плоскости области истинности предикатов:

1) x+y=1;
2) x+3y=3;
3) sinx=siny;
4) $(x-2)^2+(y+3)^2=0$;
5) $(x-2)^2+(y+3)^2 \leq 4$;
6) ((x>2)v(y>1))((x<-1)v(y<-2)).

Задание 5. На множестве M = {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10} заданы предикаты A(x): «x не делится на 5», B(x): «x – четное число», C(x): «x кратно 3». Найти множество истинности предиката: $A(x) \vee B(x) \rightarrow C(x)$.

Задание6: Вопросы для самоконтроля:

1. Определение одноместного предиката.
2. Область истинности одноместного предиката.
3. Определение тождественно истинного (тождественно ложного) предиката.
4. Определение двухместного предиката.
5. Определение n – местного предиката.
6. Какие предикаты являются равносильными? В каком случае предикат P(x) является следствием предиката Q(x)?
7. Перечислить логические операции над предикатами и показать области истинности на диаграммах Эйлера- Венна.

Итог работы: отчет, защита работы.

Практическая работа № 10

Цель: отработать навыки логических операций над предикатами

Задание 1: составьте по аналогии с рассмотренными заданиями выше задачи (15 шт) и решите их

Итог работы: отчет, защита работы.

Практическая работа № 11

Цель: научить представлять и строить графы.

Задание 1: рассмотрите пример

Пример 1. В пунктах $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ (рис. 6.37) могут быть расположены источники излучения. Если источники, помещенные в пунктах x_i и x_j влияют друг на друга, они соединены ребром (x_i, x_j). Какое максимальное количество источников излучения и в каких пунктах можно расположить так, чтобы они не оказывали влияния друг на друга?

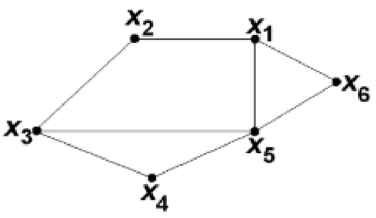


Рис. 6.37

Решение. Рассмотрим последовательность внутренне устойчивых множеств графа G, изображенного на рис. 6.37:

$$S_1 = \{x_2\},$$
$$S_2 = \{x_2, x_4\},$$
$$S_3 = \{x_2, x_4, x_6\}.$$

Нетрудно понять, что в рассматриваемом графе четыре вершины не могут составить внутренне устойчивое множество, поэтому число внутренней устойчивости графа α(G) = 3, т.е. лишь три источника излучения, не влияющие друг на друга, можно расположить в пунктах x_2, x_4, x_6.

Пример 2. Нарисуйте неорграф G с множеством вершин X = {a, в, c, d, e} и множеством ребер U = {(a , в) ; (a , e) ; (в , c) ; (в , d) ; (c , e) ; (d , e)}. Выпишите его матрицу смежности.

Решение. Граф G показан на рис. 6.38.

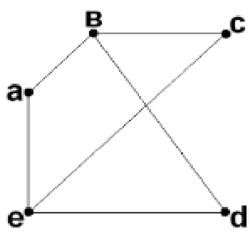


Рис. 6.38

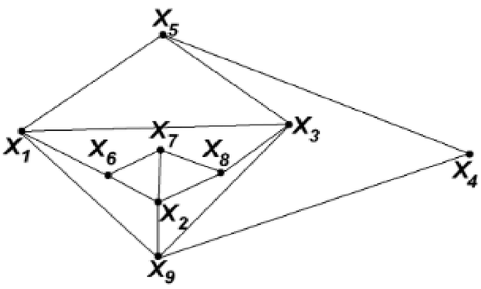
Его матрица смежности имеет вид:

$$A = \begin{array}{c} \\ a \\ в \\ c \\ d \\ e \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} a & в & c & d & e \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}.$$

Пример 3. На рис. 6.39 изображен неорграф с вершинами $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_9$, которые обозначают некоторые объекты. Ребра графа соединяют вершины – объекты, допускающие взаимное наблюдение друг за другом. Требуется оборудовать камерами видеонаблюдения минимальное количество из имеющихся объектов, чтобы это позволило вести наблюдение за всеми оставшимися объектами.

Решение. Для решения задачи достаточно найти в графе внешне устойчивое множество с минимальным количеством вершин и число внешней устойчивости графа. Не трудно убедиться, что таким множеством является $\{x_2, x_5\}$, т.е. $\beta(G) = 2$.

Итак, видеокамеры, помещенные в x_2, x_5 смогут держать под наблюдением объекты $x_1, x_3, x_4, x_6, x_7, x_8, x_9$.



Пример 4. Построить матрицы смежности и инцидентности для графа G, изображенного на рис. 6.40.

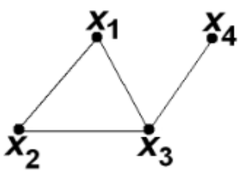
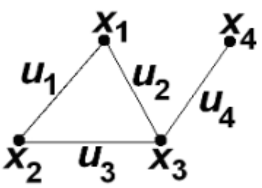


Рис. 6.40

Решение. Матрица смежности имеет вид:

$$A = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}.$$

Для того чтобы построить матрицу инцидентности необходимо пронумеровать ребра графа (рис. 6.41).



Матрица инцидентности имеет вид:

$$\mathrm{B} = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} u_1 & u_2 & u_3 & u_4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}.$$

Пример 5. Построить матрицы смежности и инцидентности для графа G (рис. 6.42).

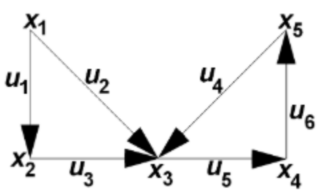


Рис. 6.42

Решение. Составим матрицы смежности и инцидентности для заданного графа G.

Матрица смежности имеет вид:

$$A = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}.$$

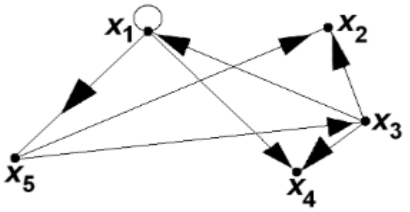
Матрица инцидентности имеет вид:

$$\mathrm{B} = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} u_1 & u_2 & u_3 & u_4 & u_5 & u_6 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \end{array}.$$

Пример 6. Изобразить орграф G, если его матрица смежности имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Орграф G с такой матрицей смежности представлен на рис. 6.43.



Пример 7. Изобразить орграф, для которого матрица

$$
B = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{array}
\begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} u_1 & u_2 & u_3 & u_4 & u_5 \end{array} \\
\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}
$$

является матрицей инцидентности.

Решение. Изобразим четыре вершины (по числу строк матрицы B) и соединим их пятью (по числу столбцов матрицы B) дугами: $u_1 = (x_2, x_3)$, $u_2 = (x_3, x_4)$, $u_3 = (x_4, x_1)$, $u_4 = (x_1, x_3)$, $u_5 = (x_4, x_2)$ (рис. 6.44). Построенный граф будет иметь матрицу инцидентности B.

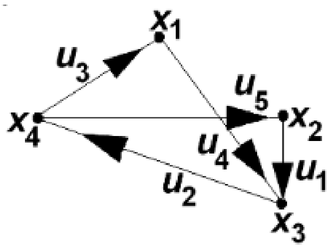


Рис. 6.44

Пример 8. Найти два разных остовных дерева в графе G (рис. 6.45).

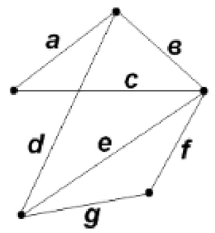


Рис. 6.45

Решение. В этом графе существует несколько остовных деревьев.

Одно из них получается последовательным выбором ребер: a, *в*, *d* и f.
Другое - *в*, *c*, *e* и *g*.

Названные деревья показаны на рис. 6.46.

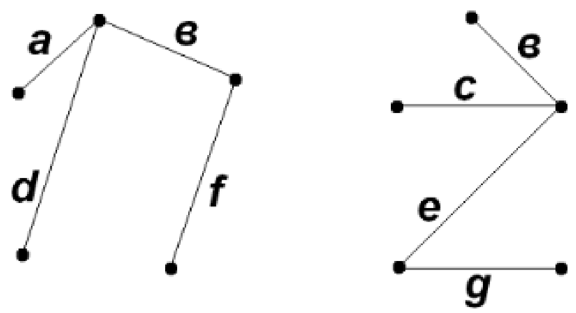


Рис. 6.46

Задание 2: составьте по аналогии с рассмотренными примерами и порешайте (4шт.)

Итог работы: отчет, защита работы.

Практическая работа № 12

Цель: научить представлять и строить графы.

Задание 1: рассмотрите примеры

Пример 9. Построить кратчайший остов графа, представленного на рис. 6.47.

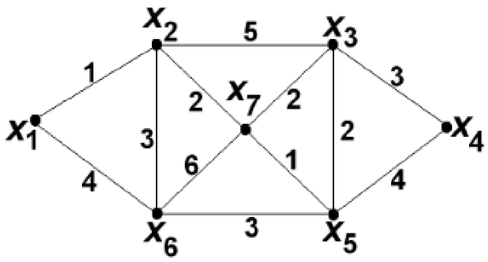


Рис. 6.47

Решение.

1. Изобразим отдельно все семь вершин заданного графа.
2. Перечислим все ребра графа в порядке не убывания их длин (см. табл. 6.2):

Таблица 6.2

Длина ребра	**Ребра**
1	(x_1,x_2), (x_5,x_7)
2	(x_2,x_7), (x_3,x_7), (x_3,x_5)
3	(x_3,x_4), (x_5,x_6), (x_2,x_6)
4	(x_1,x_6), (x_4,x_5)
5	(x_2,x_3)
6	(x_6,x_7)

Заданный граф имеет семь вершин, поэтому кратчайший его остов, согласно алгоритму Краскала, будет состоять из шести ребер, представленных на рис. 6.48.

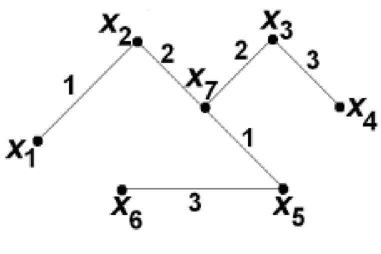


Рис. 6.48

Отметим, что сначала при построении искомого остова графа были последовательно отобраны ребра (x_1,x_2), (x_5,x_7), (x_2,x_7), (x_3,x_7). Затем ребро (x_3,x_5) было пропущено, т.к. оно образовывало цикл с ранее отобранными ребрами (x_3,x_7), (x_5,x_7). Остальными двумя ребрами кратчайшего остова графа стали (x_3,x_4), (x_5,x_6).

Пример 10. Существует ли эйлеров цикл в графах (рис. 6.49)?

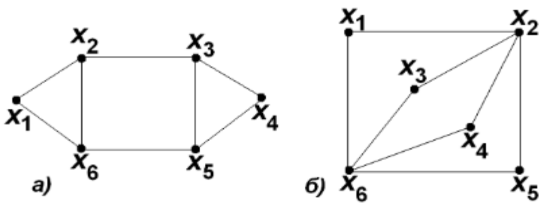


Рис. 6.49

Решение. Граф является эйлеровым, если степени всех его вершин четные.

а) Так как у графа есть вершины с нечетными степенями, например, $d(x_2)=3$, то в нем нет эйлерова цикла.

б) Граф является эйлеровым, так как $d(x_1)=d(x_5)=d(x_3)=d(x_4)=2$, $d(x_2)=d(x_6)=4$.

Одним из эйлеровых циклов будет цикл (рис. 6.50):

(x_1,x_2) - (x_2,x_3) - (x_3,x_6) - (x_6,x_4) - (x_4,x_2) - (x_2,x_5) - (x_5,x_6) - (x_6,x_1).

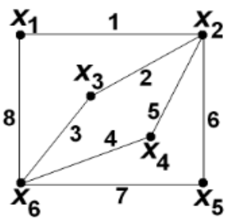


Рис. 6.50

отобранными ребрами (x_3,x_7), (x_5,x_7). Остальными двумя ребрами кратчайшего остова графа стали (x_3,x_4), (x_5,x_6).

Пример 10. Существует ли эйлеров цикл в графах (рис. 6.49)?

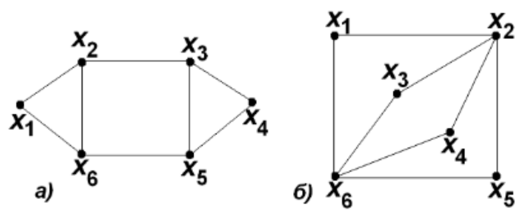


Рис. 6.49

Решение. Граф является эйлеровым, если степени всех его вершин четные.

а) Так как у графа есть вершины с нечетными степенями, например, $d(x_2)=3$, то в нем нет эйлерова цикла.

б) Граф является эйлеровым, так как $d(x_1)=d(x_5)=d(x_3)=d(x_4)=2$, $d(x_2)=d(x_6)=4$.

Одним из эйлеровых циклов будет цикл (рис. 6.50):

(x_1,x_2) - (x_2,x_3) - (x_3,x_6) - (x_6,x_4) - (x_4,x_2) - (x_2,x_5) - (x_5,x_6) - (x_6,x_1).

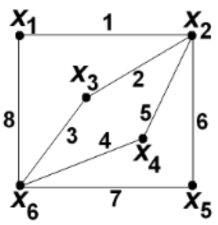


Рис. 6.50

Задание 2: составьте по аналогии с рассмотренными примерами и порешайте (4шт.)

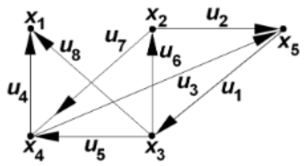
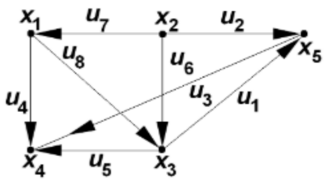
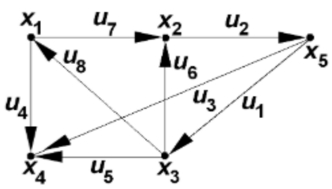
Итог работы: отчет, защита работы.

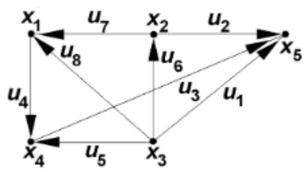
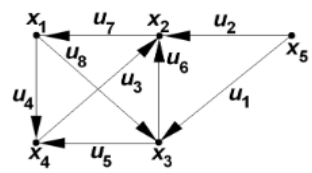
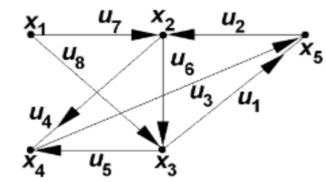
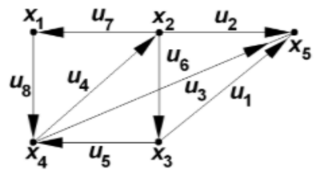
Практическая работа № 13

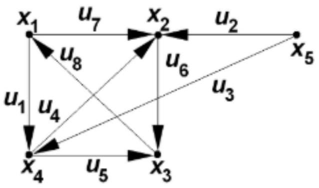
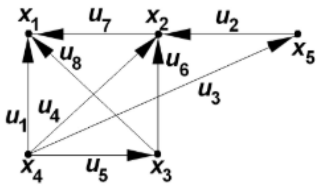
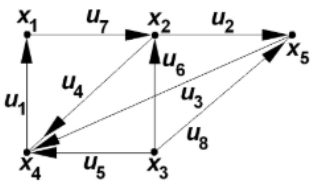
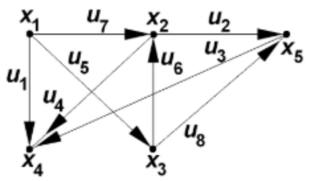
Цель: научить решать задачи

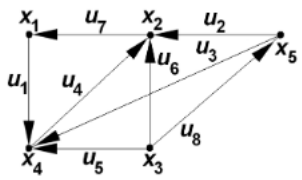
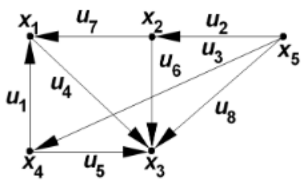
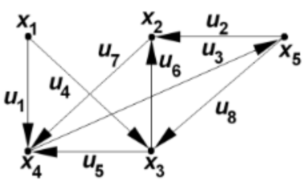
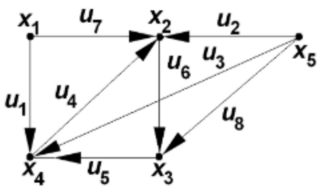
Задание 1: решить задачи

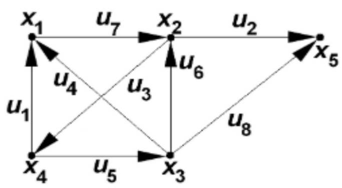
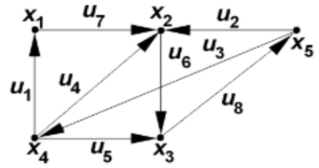
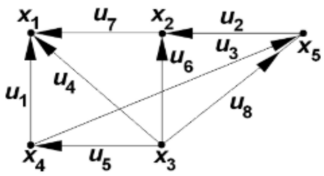
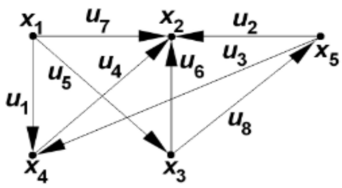
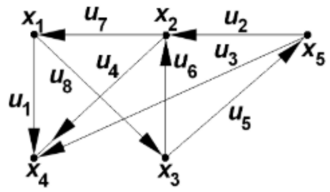
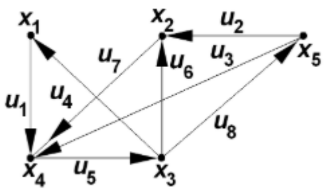
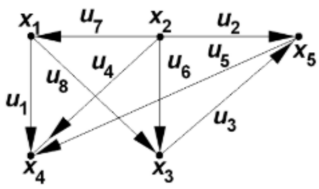
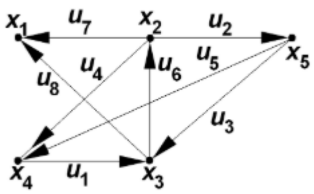
ЗАДАНИЕ № 1. Для заданного орграфа:
1) вычислите степени всех его вершин;
2) приведите по одному примеру пути и контура;
3) постройте матрицы смежности и инцидентности.

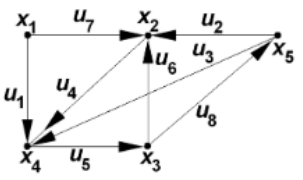
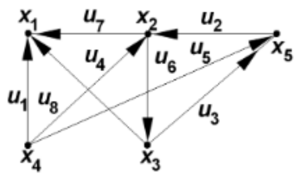
Вариант	Граф
1	
2	
3	

Вариант	Граф
4	
5	
6	
7	

Вариант	Граф
8	
9	
10	
11	

Вариант	Граф
12	
13	
14	
15	

Вариант	Граф
16	
17	
18	
19	
20	
21	
22	
23	

24	
25	

ЗАДАНИЕ № 2. Изобразите орграф по его матрице смежности A.

Вариант	A	**Вариант**	A
1	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	**2**	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
3	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	**4**	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
5	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	**6**	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
7	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	**8**	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
9	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	**10**	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
11	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	**12**	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
13	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	**14**	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
15	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	**16**	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

17	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	**18**	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
19	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	**20**	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
21	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	**22**	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
23	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	**24**	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
25	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$		

Задание 2: ответьте на вопросы для самоконтроля

1. Определение графа. Виды графов.
2. Степень вершины графа.
3. Числа внутренней и внешней устойчивости графа.
4. Понятия пути, цепи, контура, цикла, связности графа.
5. Матричные представления графов.
6. Деревья. Свойства деревьев.
7. Остовное дерево графа. Алгоритм Краскала.
8. Обходы графов. Поиск в глубину и поиск в ширину.
9. Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости.
10. Гамильтоновы графы. Достаточные условия гамильтоновости графа.
11. Плоские и планарные графы.
12. Формула Эйлера.

Итог работы: отчет, защита работы.

Практическая работа № 14

Цель: отработать навыки конструирования машин Тьюринга

Задание 1. Даны x, y. Составить программу вычисления значения выражения:

a) $\dfrac{|x|-|y|}{1+|xy|}$ b) $\dfrac{\sqrt{x^2+y^2}}{xy}$ c) $\dfrac{x-y}{|x|-|y|}$ d) $\dfrac{\sqrt{|x|+|y|}}{\sqrt{x^2+1}}$

Задание 2. Составить программу для решения следующей задачи:

На ленте записано целое число (используется двоичная система счисления, значение может быть как положительным, так и отрицательным, отрицательное значение записывается в прямом коде со знаком минус, перед положительным числом может стоять знак плюс, т.е. используется алфавит $A = \{0, 1, e, +, –\}$). Написать программу машины Тьюринга для вычисления функций***

a. $F(x) = x + 1$ (увеличения на 1 к записанного на ленте числа);
b. $F(x) = x – 1$ (вычитания 1 из записанного на ленте числа).

2. Построить композицию машин Тьюринга для вычисления функций $f(x) = (x+1)\times 4$, $f(x) = (x+2)\times 2$.$F(x) = 2\times x + 1$.

Вопросы для самоконтроля:

1. Какие существуют машины, кроме Тьюринга?
2. Как можно проверить работы машины?

Итог работы: отчет, защита работы.

4. ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

Основная литература:

<u>**Основные:**</u>

0-1 Дискретная математика с элементами математической логики [Электронный ресурс]: учебное пособие/И.В. Сапронов, П.Н. Зюкин., С.С. Веневитина; Мин-во образования и науки РФ, ФГБОУ ВО «ВГЛТУ», Воронеж, 2017г.

0-2 Шевелев, Ю. П. Дискретная математика : учебное пособие / Ю. П. Шевелев. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2019. — 592 с.

<u>**Дополнительные:**</u>

Д-1 Канцедал, С.А. Дискретная математика: учебное пособие /С.А. Канцедал.-М.: ИД «ФОРУМ» - ИНФРА-М, 2007.

<u>**Интернет ресурсы**</u>

biblio-onlain.ru

5. ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ, ВНЕСЕННЫХ В МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

№ изменения, дата внесения, № страницы с изменением	
Было	**Стало**
Основание: **Подпись лица, внесшего изменения**	