

**ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ИРКУТСКОЙ ОБЛАСТИ
«ЧЕРЕМХОВСКИЙ ГОРНОТЕХНИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ
ИМ. М.И. ЩАДОВА»**

РАССМОТРЕНО

на заседании ЦК

«Информатики и ВТ»

«31» июнь 2022 г.

Протокол № 10

Председатель: Окладникова Т.В.

УТВЕРЖДАЮ

И.о. зам. директора по УР

О.В. Папанова

«15» июнь 2022 г.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

для выполнения

практических работ студентов

по учебной дисциплине (профессиональному модулю)

ОП.10 ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

программы подготовки специалистов среднего звена

09.02.07 «Информационные системы и программирование»

Разработал преподаватель:

Окладникова Т.В.

СОДЕРЖАНИЕ

	СТР.
1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА	3
2. ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ	5
3. СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ	6
4. ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ	24
5. ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ, ВНЕСЁННЫХ В МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ	25

1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические указания по выполнению практических (лабораторных) работ по учебной дисциплине «**Численные методы**» предназначены для студентов специальности **09.02.07 «Информационные системы и программирование»**, составлены в соответствии с рабочей программой дисциплины «**Численные методы**» и направлены на достижение следующих целей:

- формирование у студентов представлений о роли численных методов в современном обществе;
- формирование у студентов умений осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития;
- приобретение студентами опыта использования численных методов в индивидуальной и коллективной учебной и познавательной деятельности;

Методические указания являются частью учебно-методического комплекса по дисциплине ОП.10 Численные методы и содержат задания, указания для выполнения практических работ, теоретический минимум и т.п. Перед выполнением практической работы каждый студент обязан показать свою готовность к выполнению работы:

- ответить на теоретические вопросы преподавателя.

По окончании работы студент оформляет отчет в тетради и защищает свою работу. В результате выполнения полного объема практических работ студент должен **уметь:**

использовать основные численные методы решения математических задач;

- выбирать оптимальный численный метод для решения поставленной задачи;
- давать математические характеристики точности исходной информации и оценивать точность полученного численного решения;
- разрабатывать алгоритмы и программы для решения вычислительных задач, учитывая необходимую точность получаемого результата.

При проведении практических работ применяются следующие технологии и методы обучения:

1. проблемно-поисковых технологий
2. тестовые технологии

Правила выполнения практических работ:

1. Запомните порядок проведения практических работ, правила их оформления.
2. Изучите теоретические аспекты практической работы
3. Выполните задания практической работы.
4. Оформите отчет в тетради.

Требования к рабочему месту:

- посадочные места по количеству студентов,
- рабочее место преподавателя,

- дидактическое обеспечение дисциплины:
- сборник заданий для самостоятельной работы студентов
- таблицы, чертежные инструменты.

Технические средства обучения:

- Интерактивная доска, компьютер, диапроектор.
- ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ: Программа MS Office Excel.

Критерии оценки:

Оценки «5» (отлично) заслуживает студент, обнаруживший при выполнении заданий всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно - программного материала, учения свободно выполнять профессиональные задачи с всесторонним творческим подходом, обнаруживший познания с использованием основной и дополнительной литературы, рекомендованной программой, усвоивший взаимосвязь изучаемых и изученных дисциплин в их значении для приобретаемой специальности, проявивший творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно- программного материала, проявивший высокий профессионализм, индивидуальность в решении поставленной перед собой задачи, проявивший неординарность при выполнении практического задания.

Оценки «4» (хорошо) заслуживает студент, обнаруживший при выполнении заданий полное знание учебно- программного материала, успешно выполняющий профессиональную задачу или проблемную ситуацию, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе, показавший систематический характер знаний, умений и навыков при выполнении теоретических и практических заданий по дисциплине «Численные методы».

Оценки «3» (удовлетворительно) заслуживает студент, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий знания основного учебно- программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебной и профессиональной деятельности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, допустивший погрешности в ответе при защите и выполнении теоретических и практических заданий, но обладающий необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя, проявивший какую-то долю творчества и индивидуальность в решении поставленных задач.

Оценки «2» (неудовлетворительно) заслуживает студент, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий проблемы в знаниях основного учебного материала, допустивший основные принципиальные ошибки в выполнении задания или ситуативной задачи, которую он желал бы решить или предложить варианты решения, который не проявил творческого подхода, индивидуальности.

В соответствии с учебным планом программы подготовки специалистов среднего звена по специальности **09.02.07 «Информационные системы и программирование»** и рабочей программой на практические работы по дисциплине «**Численные методы**» отводится 18 часов.

2. ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ (выписка из рабочей программы)

№ п/п	Название практической работы (указать раздел программы, если это необходимо)	Количество часов
1	Практическая работа № 1 Вычисление погрешностей результатов арифметических действий над приближёнными числами.	4
2	Практическая работа № 2 Решение алгебраических и трансцендентных уравнений методом половинного деления и методом итераций.	2
3	Практическая работа № 3 Решение алгебраических и трансцендентных уравнений методами хорд и касательных.	2
4	Практическая работа № 4 Решение систем линейных уравнений приближёнными методами.	4
5	Практическая работа № 5 Составление интерполяционных формул Лагранжа, Ньютона, нахождение интерполяционных многочленов сплайнами.	2
6	Практическая работа № 6 Вычисление интегралов методами численного интегрирования.	2
7	Практическая работа № 7 Применение численных методов для решения дифференциальных уравнений.	2

3. СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

Практическая работа № 1

ЦЕЛЬ: Научиться выполнять арифметические действия с приближенными числами; вычислять погрешности полученных результатов.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ:

Приближенное число заменяет собой число точное, которое чаще всего остается неизвестным.

Верной цифрой называют такую, погрешность которой не превышает половины единицы следующего разряда.

Сомнительная цифра – это цифра, следующая за верной.

Значащими цифрами данного числа называют цифры, начиная с первой слева, отличной от нуля, и кончая последней, за точность которой еще можно поручиться.

Погрешностью Δ_a приближенного значения a числа x называется разность $\Delta_a = x - a$, а модуль этой погрешностью называется *абсолютной погрешностью*.

Если $\Delta_a > 0$, то a взято с недостатком. Если $\Delta_a < 0$, то a взято с избытком.

Границей погрешности приближенного значения a числа x называется всякое неотрицательное число h_a , которое не меньше модуля погрешности: $|\Delta_a| \leq h_a$.

Говорят, что приближение a приближает число x с точностью до h_a , если $|x - a| \leq h_a$, $a - h_a \leq x \leq a + h_a$, $x = a \pm h_a$.

Относительной погрешностью приближенного значения a числа x называется отношение

$$\omega_a = \frac{\Delta_a}{a}, a \neq 0.$$

Квадратный корень из приближенного числа вычисляется по формуле: $\sqrt{x} = \frac{1}{2} \left(a + \frac{x}{a} \right)$,

где $a \approx \sqrt{x}$.

Общая формула для вычисления корня n -ой степени: $\sqrt[n]{x} = \frac{1}{n} \left[(n-1)a + \frac{x}{a^{n-1}} \right]$, где

$a \approx \sqrt[n]{x}$.

Примечание: Выполнить задания согласно своему варианту

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. Изучить материал лекции.
2. Ознакомиться с заданиями практической работы.
3. Выполнить задания.
4. Оформить отчет по проделанной работе.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ:

ЗАДАНИЕ 1 Вычислить сумму с указанным числом верных десятичных и запасных знаков.

Вар.	Сумма	Верн. дес. зн.	Зап. зн.	Вар.	Сумма	Верн. дес. знаков	Зап. знаков
I	$x = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} + \sqrt{29} + \sqrt{43}$	2	1, 2	VI	$x = \frac{4\pi}{3} + e^{-1} + \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{11}$	2	1, 2

II	$x = \frac{\pi}{5} + \frac{e}{2} + \sqrt{55} + \sqrt{49}$	2	2, 3	VII	$x = \sqrt{2\pi} + \operatorname{tg} 1 + \lg e$	2	1, 2
III	$x = \pi + e^2 + \sqrt{53} + \sqrt{10}$	4	1, 2	VIII	$x = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2}} + \frac{2}{\pi} + \sqrt{\frac{1}{3}}$	3	1, 2
IV	$x = \frac{\pi}{2} + \sqrt{e} + \lg e + \sqrt{67}$	4	1, 2	IX	$x = e^{-2} + \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2\pi} + \sqrt{\frac{1}{5}}$	3	2, 3
V	$x = \frac{\pi}{3} + \sin 1 + e^{-1}$	2	3, 4	X	$x = \frac{1}{2\pi} + \frac{e}{\pi} + \sqrt{\frac{3}{7}}$	4	2, 3

ЗАДАНИЕ 2 Вычислить разность с указанным числом значащих цифр.

Вариант	Разность	Значащих цифр	Вариант	Разность	Значащих цифр
I	$x = \frac{22}{7} - \pi$	3	VI	$x = \sqrt{\frac{2}{\pi}} - \frac{\pi}{4}$	3
II	$x = \pi^2 - e$	4	VII	$x = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} - \frac{1}{\sqrt{\pi}}$	3
III	$x = \pi - e^2$	2	VIII	$x = \sqrt{10} - \sqrt{\pi}$	4
IV	$x = 2\pi - 6\operatorname{tg} 1$	3	IX	$x = \frac{1}{2}\sqrt{\pi} - \sin 1$	4
V	$x = \sqrt{\pi} - \sqrt{3}$	2	X	$x = \frac{15}{19} - \frac{\pi}{4}$	5

ЗАДАНИЕ 3 Найти произведение приближенных чисел (2 способами). Определить, сколько значащих цифр имеет произведение, указать верные и сомнительные цифры.

Вариант	a	b	Вариант	a	b
I	1,58 ± 0,005	0,973 ± 0,0005	VI	1,109 ± 0,0005	78,5184 ± 0,00005
II	3,77 ± 0,005	1,107 ± 0,005	VII	4,371 ± 0,0005	97,106 ± 0,0005
III	0,108 ± 0,0005	90,7 ± 0,05	VIII	5,804 ± 0,0005	105,84 ± 0,005
IV	10,1071 ± 0,00005	0,13 ± 0,005	IX	10,382 ± 0,0005	64,42 ± 0,005
V	0,015 ± 0,0005	11,1073 ± 0,00005	X	0,15 ± 0,005	99,908 ± 0,0005

ЗАДАНИЕ 4 Вычислить и указать количество значащих цифр в результате, если исходные данные – приближенные числа, определенные с точностью до половины единицы последнего разряда.

Вариант	Задания			Вариант	Задания		
I	$(0,378)^3$	$\sqrt{0,0428}$	0,7342 : 0,3271	VI	$(2,6019)^4$	$\sqrt{10,586}$	6,78542 : 3,015
II	$(7,542)^2$	$\sqrt{17,5324}$	6,7 : 2,3784	VII	$(10,1013)^2$	$\sqrt{25,607}$	4,50189 : 2,78
III	$(5,689)^4$	$\sqrt{19,1805}$	27,61843 : 8,3	VIII	$(0,419)^3$	$\sqrt{28,1198}$	12,01809 : 6,001
IV	$(0,129)^2$	$\sqrt{21,594}$	25,98595 : 10,57	IX	$(0,5601)^2$	$\sqrt{15,0509}$	25,4207 : 8,704
V	$(3,586)^3$	$\sqrt{16,1018}$	8,92 :	X	$(1,1809)^2$	$\sqrt{18,0011}$	31,560185 :

			4,5401				5,7894
--	--	--	--------	--	--	--	--------

ЗАДАНИЕ 5 Вычислить с указанным числом значащих цифр.

Вар.	Пример	Зн. ц.	Пример	Зн. ц.	Вар.	Пример	Зн. ц.	Пример	Зн. ц.
I	$\sqrt{3,78}$	6	$\sqrt[10]{10}$	5	VI	$\sqrt{19,807}$	8	$\sqrt[5]{15}$	8
II	$\sqrt{5,906}$	5	$\sqrt[6]{10}$	8	VII	$\sqrt{28,908}$	9	$\sqrt[6]{31}$	9
III	$\sqrt{11,685}$	4	$\sqrt[8]{15}$	7	VIII	$\sqrt{27,591}$	7	$\sqrt[10]{53}$	7
IV	$\sqrt{39,349}$	5	$\sqrt[10]{10}$	6	IX	$\sqrt{37,708}$	8	$\sqrt[8]{48}$	8
V	$\sqrt{25,694}$	6	$\sqrt[7]{14}$	8	X	$\sqrt{48,8193}$	7	$\sqrt[9]{91}$	5

ЗАДАНИЕ 6 Решить задачу на определение абсолютной (относительной) погрешности.

- I в. Укажите относительную погрешность, которая получится, если число 6,572 заменить числом 6,57.
- II в. Стороны параллелограмма равны 11 и 12 см, меньшая диагональ – 13 см. В результате измерения линейкой большей диагонали получили 18,9 см. Какова относительная погрешность этого приближения?
- III в. В равнобедренном треугольнике длина основания равна 24 см, а боковой стороны – 15 см. В результате измерения линейкой радиусов, вписанной и описанной окружностей, получили соответственно 4,1 и 12,3 см. Найдите относительные погрешности этих приближений.
- IV в. Скорость света в вакууме ($299792,5 \pm 0,4$) км/с, а скорость звука в воздухе ($331,63 \pm 0,004$) м/с. Что измерено с большей точностью?
- V в. Какая из характеристик самолета «АН-24» дана точнее: размах крыла 29,2 м; взлетная масса 21 т; собственная масса 13,9 т; практический потолок высоты 8,9 км?
- VI в. Округлите число 6,87 до десятых и найдите абсолютную и относительную погрешность.
- VII в. Найдите относительную погрешность приближенного значения $a = 0,143$ величины $x = 1/7$.
- VIII в. Докажите, что относительная погрешность приближенного числа не превосходит 10%, если в его записи две значащие цифры.
- IX в. Докажите, что относительная погрешность приближенного числа не превосходит 1%, если в его записи три значащие цифры.
- X в. Найдите границы значений грузоподъемности автомобиля ГАЗ-51А, если она равна 2,5 ($\pm 15\%$) т.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое погрешность?
2. В чем разница между абсолютной погрешностью и относительной?
3. Каким числом является результат действий с приближенными числами?
4. Почему при приближенных вычислениях погрешность может накапливаться?

СОСТАВЛЕНИЕ ОТЧЕТА

- Номер и наименование практической работы
- Цель работы
- Номер выполняемого задания и подробное оформление

Итог работы: отчет с решением, ответы на контрольные вопросы, защита

Практическая работа № 2

ЦЕЛЬ: Закрепить навыки решения уравнений приближенными методами.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ:

Число $x = x^*$ называется корнем уравнения $f(x) = 0$, если $f(x^*) = 0$.

Если функция $f(x)$ определена и непрерывна на $[a, b]$ и на концах отрезка принимает значения разных знаков, то на $[a, b]$ существует хотя бы один корень.

При определении приближенных значений корней уравнения необходимо решить две задачи:

1. *Отделить корень уравнения* — значит найти такой интервал, внутри которого находится один и только один корень данного уравнения.

2. *Уточнить корень* с наперед заданным числом верных знаков.

Методы уточнения корней

Метод половинного деления

В основе метода лежит деление отрезка пополам, на котором определен корень уравнения. Итерационная формула имеет вид: $x^{(k)} = \frac{a+b}{2}$

Где

x – искомый корень уравнения

k – индекс приближенного значения корня

a и b – отрезок $[a; b]$ на котором определен корень уравнения.

Отрезок $[a; b]$ делится затем на два отрезка: $[a; x^{(k)})$ и $[x^{(k)}; b]$, из которых выбирается тот, на концах которого функция принимает значения разных знаков.

Процесс деления продолжается до тех пор, пока длина последнего отрезка не станет $|a-b| \leq 2\varepsilon$, где ε – точность приближений.

Метод простой итерации.

Исходное уравнение $f(x)=0$ должно быть преобразовано к виду: $x=\varphi(x)$

Итерационная формула имеет вид: $x^{(k)} = \varphi(x^{(k-1)})$

Выполнение итераций повторяют пока не будет выполнено $|x(k) - x(k-1)| \leq \varepsilon$

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ:

1. Получить вариант у преподавателя.
2. Выполнить задания согласно своему варианту.

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. Изучить материал лекции.
2. Ознакомиться с заданиями практической работы.
3. Изучить методические указания.
4. Выполнить задания.
5. Оформить отчет по проделанной работе.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ:

Задание 1. Отделить корни алгебраического уравнения графическим или аналитическим способом и уточнить корни методом половинного деления до 0,01.

Вар.	Задание	Вар.	Задание
I	$x^3 + 3x + 1 = 0$	VI	$x^4 + x - 1 = 0$
II	$x^3 - 3x^2 + 2,5 = 0$	VII	$4x^3 - 3x^2 + 1 = 0$
III	$x^4 - x^3 - 2x^2 + 3x = 0$	VIII	$x^3 + 3x^2 + 1 = 0$
IV	$x^3 + 1,7x^2 + 1,7 = 0$	IX	$x^3 + 3x^2 + 4x + 1 = 0$

V	$x^3 - 2x^2 + 7 = 0$	X	$2x^3 + 2x^2 - x - 3 = 0$
---	----------------------	---	---------------------------

Задание 2. Отделить корни трансцендентного уравнения графическим способом и уточнить минимальный корень уравнения методом касательных до 0,001.

Вариант	Задание	Вариант	Задание
I	$x - \sin x - 1 = 0$	VI	$\operatorname{tg} x = -x$
II	$5^x - 6x - 3 = 0$	VII	$x \operatorname{tg} x = 1$
III	$2x^2 - 0,5^x - 3 = 0$	VIII	$2\sqrt{x} + x^2 = 3$
IV	$\sqrt{x} = 1,5x - 3$	IX	$e^x = (1+x)^2$
V	$x^2 - \sin x = 0$	X	$\operatorname{tg} x = -x^3$

Задание 3. Отделить корни трансцендентного уравнения графическим способом и уточнить максимальный корень уравнения методом хорд до 0,001.

Вариант	Задание	Вариант	Задание
I	$5\sqrt{x} = x^2$	VI	$x^3 + 0,1x^2 + 0,4x - 1,2 = 0$
II	$x \lg(x+1) - 1 = 0$	VII	$\sin(x + \pi) = x^2$
III	$x - 2 \sin x = 0$	VIII	$\sin 3x = x$
IV	$x^2 - \cos x = 0$	IX	$\sqrt{x} + \sin x = 0$
V	$2^x = \sqrt{x + 1}$	X	$(x-1)^2 = \sin x$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое интервал изоляции корней?
2. Для какого типа уравнений применим метод половинного деления?
3. Какому условию должна удовлетворять функция на интервале, если нам известно, что корень уравнения находится на этом интервале?
4. В чем схожесть методов хорд и касательных?

СОСТАВЛЕНИЕ ОТЧЕТА

1. Номер и наименование практической работы
2. Цель работы
3. Номер выполняемого задания и подробное оформление

Итог работы: отчет с решением, ответы на контрольные вопросы, защита

Практическая работа № 3

ЦЕЛЬ: Закрепить навыки решения уравнений приближенными методами.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ:

Метод касательных (метод Ньютона)

Итерационная формула метода Ньютона имеет вид: $x^{(k+1)} = x^{(k)} - \frac{f(x^{(k)})}{f'(x^{(k)})}$

В качестве начального приближения выбирается та из границ отрезка $[a; b]$ на которой выполняется условие: $f(x) \cdot f''(x) > 0$

Выполнение итераций повторяют пока не будет выполнено $|x^{(k)} - x^{(k-1)}| \leq \varepsilon$

Метод хорд

Итерационная формула имеет вид:
$$x^{(k)} = \frac{a * f(b) - b * f(a)}{f(b) - f(a)}$$

Отрезок $[a ; b]$ делится затем на два отрезка: $[a ; x^{(k)}]$ и $[x^{(k)} ; b]$. Выбирается новый отрезок, в зависимости от условия:

- если $f(a) > 0$ и $f(x^{(k)}) > 0$ или $f(a) < 0$ и $f(x^{(k)}) < 0$ то отрезок $[x^{(k)} ; b]$
- если $f(b) > 0$ и $f(x^{(k)}) > 0$ или $f(b) < 0$ и $f(x^{(k)}) < 0$ то отрезок $[a ; x^{(k)}]$

Выполнение итераций повторяют, пока не будет выполнено $|x^{(k)} - x^{(k-1)}| \leq \varepsilon$

Комбинированный метод хорд и касательных

Метод основан на построении схематического графика функции, определении интервалов его пересечения с осью абсцисс и последующим «сжатием» этого интервала при помощи строимых хорд и касательных к графику этой функции.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ:

1. Получить вариант у преподавателя.
2. Выполнить задания согласно своему варианту.

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. Изучить материал лекции.
2. Ознакомиться с заданиями практической работы.
3. Изучить методические указания.
4. Выполнить задания.
5. Оформить отчет по проделанной работе.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ:

Задание 1. Отделить корни алгебраического уравнения $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ графическим или аналитическим способом и уточнить корни комбинированным методом хорд и касательных до 0,001.

Вар.	Коэффициенты			
	a	b	c	d
I	1	-0,2	0,4	-1,6
II	2	-0,1	0,3	-1,4
III	1	-0,3	0,1	-1,3
IV	2	-0,4	0,2	-1,1
V	1	-0,5	0,4	-1,2
VI	2	-0,1	0,2	-1,7
VII	2	-0,2	0,5	-1,9
VIII	1	-0,4	0,2	-1,5
IX	2	-0,5	0,3	-1,8
X	1	-0,1	0,4	-1,1

Задание 2. Отделить корни трансцендентного уравнения графическим способом и уточнить их методом итераций до 0,001.

Вариант	Задание	Вариант	Задание
I	$-0,5x = \cos 2x$	VI	$x = 2\sin 2x$
II	$-x/3 = \sin 3x$	VII	$-x = 5\sin 3x$
III	$-0,3x = \cos x$	VIII	$\cos 3x = 2x$
IV	$0,4x = \cos(0,5x)$	IX	$4\sin(1,5x) - 2,8x = 0$
V	$-x = 4\cos x$	X	$\cos(2,5x) - 4x = 0$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Если итерационный процесс сходится, то какую точку можно брать в качестве нулевого приближения?
2. Можно ли графическим методом найти точку нулевого приближения?
3. В чем преимущество использования комбинированного метода хорд и касательных перед отдельным использованием этих методов?

СОСТАВЛЕНИЕ ОТЧЕТА

1. Номер и наименование практической работы
2. Цель работы
3. Номер выполняемого задания и подробное оформление

Итог работы: отчет с решением, ответы на контрольные вопросы, защита

Практическая работа № 4

ЦЕЛЬ: Закрепить навыки решения систем алгебраических уравнений приближенными методом.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ:

1. Метод Гаусса

Линейное уравнение называется *однородным*, если его свободный член равен нулю. Система линейных уравнений называется *однородной*, если все входящие в нее уравнения являются линейными однородными уравнениями.

Однородная система n линейных уравнений с n неизвестными имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = 0; \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = 0; \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = 0. \end{aligned} \right\}$$

Непосредственной проверкой убеждаемся в том, что однородная система линейных уравнений имеет нулевое решение: $x_1 = 0, x_2 = 0, \dots, x_n = 0$. Таким образом, однородная система линейных уравнений всегда совместна. Поэтому важно выяснить, при каких условиях она является определенной. Однородная система n линейных уравнений с n неизвестными имеет ненулевые решения тогда и только тогда, когда определитель ее равен нулю.

2. Метод итераций

При большом числе уравнений (~ 100 и более) прямые методы решения СЛАУ становятся труднореализуемыми на ЭВМ, прежде всего из-за сложности хранения и обработки матриц большой размерности.

Методы последовательных приближений, в которых при вычислении последующего приближения решения используются предыдущие, уже известные приближенные решения, называются итерационными.

В итерационных методах решение может быть вычислено за бесконечное число итераций (приближений), а поскольку это невозможно, то, останавливая процесс вычислений на какой-либо итерации, необходимо уметь оценивать погрешность метода итераций.

Приближенные методы решения систем линейных уравнений позволяют получать значения корней системы с заданной точностью в виде предела последовательности некоторых векторов. Процесс построения такой последовательности называется итерационным (повторяющимся).

Эффективность применения приближенных методов зависят от выбора начального вектора и быстроты сходимости процесса.

Пусть дана линейная система

3. Сравнение прямых и итерационных методов

Системы линейных алгебраических уравнений можно решать как с помощью прямых, так и итерационных методов. Для систем уравнений средней размерности чаще используют прямые методы.

Итерационные методы применяют главным образом для решения задач большой размерности, когда использование прямых методов невозможно из-за ограничений в доступной оперативной памяти ЭВМ или из-за необходимости выполнения чрезмерно большого числа арифметических операций. Большие системы уравнений, возникающие в основном в приложениях, как правило, являются разреженными. Методы исключения для систем с разреженными матрицами неудобны, например, тем, что при их использовании большое число нулевых элементов превращается в ненулевые и матрица теряет свойство разреженности. В противоположность им при использовании итерационных методов в ходе итерационного процесса матрица не меняется, и она, естественно, остается разреженной. Большая эффективность итерационных методов по сравнению с прямыми методами тесно связана с возможностью существенного использования разреженности матриц.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ:

1. Получить вариант у преподавателя.
2. Выполнить задания согласно своему варианту.

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. Изучить материал лекции.
2. Ознакомиться с заданиями практической работы.
3. Выполнить задания.
4. Ответить на контрольные вопросы.
5. Оформить отчет по проделанной работе.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ:

Задание 1. Решить систему линейных алгебраических уравнений методом Гаусса:

1 вариант	$\begin{cases} 1,8x_1 + 2,7x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 18,5 \\ 0,5x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 6 \\ 3,6x_1 + 4x_2 + 0,9x_3 - 2x_4 = 6,3 \\ x_1 - 3x_2 + 2,5x_3 + 4x_4 = 1,5 \end{cases}$	6 вариант	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 8 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 3 \end{cases}$
2 вариант	$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 5 \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 3 \\ x_1 + 5x_2 - 9x_3 + 8x_4 = 1 \\ 5x_1 + 18x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 12 \end{cases}$	7 вариант	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 2 \\ -3x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_3 + 3x_4 = 3 \\ -x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 3x_4 = -4 \end{cases}$
3 вариант	$\begin{cases} 10x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 2x_4 = 55,1 \\ 3,5x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 21,8 \\ -2x_1 - 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 5,6 \\ 3x_1 + 4,4x_2 + 7,2x_3 + 1x_4 = 25,34 \end{cases}$	8 вариант	$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 - 3 = 0 \\ 6x_1 + 9x_2 - 2x_3 - x_4 + 4 = 0 \\ 10x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 2x_4 - 3 = 0 \\ 8x_1 + 6x_2 + x_3 + 3x_4 + 7 = 0 \end{cases}$

4 вариант	$\begin{cases} 5x_1 - 2,3x_2 + x_3 - x_4 = -19,7 \\ 4x_1 + 1,7x_2 - 2x_3 + 2x_4 = -8,3 \\ 3x_1 + 3,4x_2 + 3x_3 + x_4 = 6 \\ -10x_1 + 5,5x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 19,8 \end{cases}$	9 вариант	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 3 \\ 4x_1 - 2x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 - 6x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 5 \end{cases}$
5 вариант	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4 = 1 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 = -2 \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 - 4x_4 = -3 \end{cases}$	10 вариант	$\begin{cases} x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 7 \\ -x_1 - x_2 + x_3 + 5x_4 = 6 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 + 3x_3 - 2x_4 = 5 \end{cases}$

Задание 2 Вычислить определитель методом Гаусса.

1 вариант	$\begin{vmatrix} 3 & 1 & -2 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & 4 & -3 & 7 \\ 9 & 1 & -2 & 5 & 9 \\ -5 & 3 & -4 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 5 & -2 & 0 \end{vmatrix}$	6 вариант	$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 4 & -1 \\ 2 & 4 & 3 & -1 & 4 \\ 0 & 5 & 0 & 3 & 7 \\ 10 & -2 & 4 & 7 & 6 \\ 3 & 7 & 5 & -2 & 3 \end{vmatrix}$
2 вариант	$\begin{vmatrix} 5 & 3 & 2 & -4 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 10 & -7 \\ 4 & -1 & 2 & 7 & 2 \\ 1 & -1 & 5 & -3 & -2 \\ 1 & 4 & -6 & 1 & 1 \end{vmatrix}$	7 вариант	$\begin{vmatrix} 4 & 4 & -8 & 5 & 3 \\ 1 & 5 & 7 & 8 & -1 \\ 4 & 8 & 3 & 5 & 7 \\ 9 & -3 & 5 & 1 & 0 \\ 8 & 4 & -5 & 2 & 1 \end{vmatrix}$
3 вариант	$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 6 & -5 & 0 \\ 3 & -4 & 8 & 9 & 2 \\ -2 & -1 & 3 & 7 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 3 & 8 \\ -5 & 5 & -6 & 1 & 0 \end{vmatrix}$	8 вариант	$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -5 & 4 & 8 \\ 7 & 8 & 0 & 9 & 9 \\ 10 & 3 & -2 & 1 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & -7 & 4 \\ -2 & 1 & 0 & 4 & -8 \end{vmatrix}$
4 вариант	$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 & -2 & 0 \\ 5 & 6 & -4 & 2 & -3 \\ 0 & 2 & 4 & 7 & -5 \\ 6 & -2 & 3 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 0 & -5 \end{vmatrix}$	9 вариант	$\begin{vmatrix} -3 & 2 & -5 & 6 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & -1 & 0 \\ 7 & 0 & 8 & -8 & 4 \\ -5 & -4 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & -5 & 5 & -6 & 0 \end{vmatrix}$
5 вариант	$\begin{vmatrix} 0 & 5 & -5 & 2 & 4 \\ -4 & 3 & 4 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & -3 & 0 \\ -1 & 5 & 1 & -1 & 0 \\ 7 & -8 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$	10 вариант	$\begin{vmatrix} 2 & -2 & 4 & 5 & 3 \\ 0 & -1 & 3 & 7 & 5 \\ 6 & -4 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 3 & -4 & 5 \\ 0 & 2 & 1 & -1 & 3 \end{vmatrix}$

Задание 3 Найти обратную матрицу методом Гаусса.

1 вариант	$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & -2 \\ 0 & 5 & 4 & 1 \\ -1 & 0 & 3 & -3 \\ 2 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$	1 вариант	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & -5 \\ 2 & 4 & -2 & 1 \\ 5 & 8 & 9 & 3 \\ 3 & 7 & 1 & -1 \end{pmatrix}$
------------------	--	------------------	---

2 вариант	$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 & 4 \\ 0 & -1 & 3 & 4 \\ -2 & 2 & 6 & -4 \\ 1 & 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$	1 вариант	$\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 & 5 \\ 0 & -2 & 4 & -3 \\ 3 & 0 & -4 & 5 \\ 5 & 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$
3 вариант	$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 & -4 \\ 4 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 5 & 6 & -2 \\ 1 & -3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$	1 вариант	$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 7 & -5 \\ 10 & 6 & 4 & 1 \\ 1 & 5 & -3 & 9 \\ 8 & 7 & 5 & 4 \end{pmatrix}$
4 вариант	$\begin{pmatrix} -4 & 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \\ -2 & 3 & 5 & 4 \\ -4 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$	1 вариант	$\begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 & 0 \\ 4 & 2 & 3 & 5 \\ -5 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & -3 & 0 \end{pmatrix}$
5 вариант	$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & 5 \\ -4 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & -3 & 5 & 4 \end{pmatrix}$	1 вариант	$\begin{pmatrix} 3 & -3 & 2 & -4 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 0 & -1 \\ 6 & 4 & -3 & 5 \end{pmatrix}$

Задание 4. Решить систему линейных алгебраических уравнений методами итераций и Зейделя. Сравнить полученные результаты. Проверить результаты любым точным методом:

$$1 \text{ в. } \begin{cases} 15x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 15 \\ x_1 - 15x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 14 \\ x_1 - 4x_2 + 15x_3 + 4x_4 = 16 \\ 2x_1 + 8x_2 + x_3 - 15x_4 = 11 \end{cases}$$

$$2 \text{ в. } \begin{cases} 30x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 5 \\ 2x_1 + 30x_2 + 10x_3 + x_4 = -5 \\ x_1 + 4x_2 + 30x_3 + 3x_4 = -2 \\ 2x_1 + 8x_2 + 6x_3 + 30x_4 = -11 \end{cases}$$

$$3 \text{ в. } \begin{cases} 20x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 = 60 \\ 7x_1 + 20x_2 - 3x_3 + 5x_4 = 25 \\ -3x_1 + x_2 + 20x_3 - x_4 = -6 \\ -x_1 - x_2 + 4x_3 + 20x_4 = 24 \end{cases}$$

$$4 \text{ в. } \begin{cases} 20x_1 - x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 5 \\ 2x_1 + 20x_2 + 10x_3 + x_4 = -5 \\ x_1 + 4x_2 + 20x_3 + 3x_4 = -2 \\ 2x_1 + 8x_2 + 6x_3 + 20x_4 = -11 \end{cases}$$

$$5 \text{ в. } \begin{cases} 15x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 = 60 \\ 7x_1 + 15x_2 - 3x_3 + 5x_4 = 25 \\ -3x_1 + x_2 + 15x_3 - x_4 = -6 \\ -2x_1 + x_2 + 3x_3 + 15x_4 = 11 \end{cases}$$

$$6 \text{ в. } \begin{cases} 15x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 15 \\ x_1 - 15x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 14 \\ x_1 - 4x_2 + 15x_3 + 4x_4 = 16 \\ 2x_1 + 8x_2 + x_3 - 15x_4 = 11 \end{cases}$$

$$7 \text{ в. } \begin{cases} 10x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 18 \\ x_1 + 10x_2 - 2x_3 + x_4 = -14 \\ -x_1 + 4x_2 + 10x_3 + 2x_4 = -24 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 10x_4 = 8 \end{cases}$$

$$8 \text{ в. } \begin{cases} 15x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -3 \\ -2x_1 + 15x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 12 \\ x_1 - 4x_2 + 15x_3 - 7x_4 = -30 \\ -x_1 - 2x_2 + 7x_3 - 15x_4 = 8 \end{cases}$$

$$9 \text{ в. } \begin{cases} 20x_1 - 5x_2 + 6x_3 + x_4 = 0 \\ -3x_1 + 20x_2 - 7x_3 + 5x_4 = -25 \\ x_1 - x_2 + 20x_3 + 3x_4 = -6 \\ -4x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 20x_4 = 25 \end{cases}$$

$$10 \text{ в. } \begin{cases} 30x_1 + 4x_2 + 3x_3 + x_4 = 3 \\ 10x_1 + 30x_2 - 20x_3 + 4x_4 = 6 \\ -12x_1 + x_2 + 30x_3 + 6x_4 = -1 \\ 5x_1 + 7x_2 + 8x_3 + 30x_4 = 19 \end{cases}$$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие действия в методе Гаусса называют прямым ходом, а какие обратным?
2. Как проверить правильность нахождения обратной матрицы?

СОСТАВЛЕНИЕ ОТЧЕТА

1. Номер и наименование практической работы
2. Цель работы
3. Номер выполняемого задания и подробное оформление

Итог работы: отчет с решением, ответы на контрольные вопросы, защита

Практическая работа № 5

ЦЕЛЬ: Закрепить навыки составления интерполяционных многочленов Лагранжа, построения кубического сплайна.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ:

Задача интерполирования состоит в том, чтобы по значениям функции $f(x)$ в некоторых точках отрезка восстановить ее значения в остальных точках отрезка.

Существует несколько подходов к решению задач интерполяции.

1. Метод Лагранжа. Основная идея этого метода состоит в том, чтобы, прежде всего, найти многочлен, который принимает значение 1 в одной узловой точке и 0 во всех других. Легко видеть, что функция

$$L_j(x) = \frac{(x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_{j-1})(x - x_{j+1}) \dots (x - x_{n+1})}{(x_j - x_1)(x_j - x_2) \dots (x_j - x_{j-1})(x_j - x_{j+1}) \dots (x_j - x_{n+1})}$$

является требуемым многочленом степени n ; он равен 1, если $x = x_j$ и 0, когда $x = x_i$, $i \neq j$.

Многочлен $L_j(x) \cdot y_j$ принимает значения y_i в i -й узловой точке и равен 0 во всех других

$$y(x) = \sum_{j=1}^{n+1} L_j(x) y_j$$

узлах. Из этого следует, что есть многочлен степени n , проходящий через $n+1$ точку (x_i, y_i) .

2. Метод Ньютона (метод разделённых разностей). Этот метод позволяет получить аппроксимирующие значения функции без построения в явном виде аппроксимирующего полинома. В результате получаем формулу для полинома P_n , аппроксимирующую функцию $f(x)$:

$$P(x) = P(x_0) + (x - x_0)P(x_0, x_1) + (x - x_0)(x - x_1)P(x_0, x_1, x_2) + \dots + (x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_n)P(x_0, x_1, \dots, x_n);$$

$$1. \quad P(x_0, x_1) = \frac{P(x_0) - P(x_1)}{x_0 - x_1} \text{ — разделённая разность 1-го порядка;}$$

$$P(x_0, x_1, x_2) = \frac{P(x_0, x_1) - P(x_1, x_2)}{x_0 - x_2} \text{ — разделённая разность 2-го порядка и т.д.}$$

Значения $P_n(x)$ в узлах совпадают со значениями $f(x)$

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ:

1. Получить вариант у преподавателя.
2. Выполнить задания согласно своему варианту

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

2. Изучить материал лекции.
3. Ознакомиться с заданиями практической работы.
4. Изучить методические указания.
5. Выполнить задания.
6. Ответить на контрольные вопросы.
7. Оформить отчет по проделанной работе.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ:

1. По данной таблице построить интерполяционный многочлен Лагранжа.

Вариант 1			
x	-1	0	3
y	-3	5	2
Вариант 2			
x	2	3	5
y	4	1	7
Вариант 3			
x	0	2	3
y	-1	-4	2

Вариант 4			
x	7	9	1
y	2	-2	3
Вариант 5			
x	-3	-1	3
y	7	-1	4
Вариант 6			
x	1	2	4
y	-3	-7	2

Вариант 7			
x	-2	-1	2
y	4	9	1
Вариант 8			
X	2	4	5
Y	9	-3	6
Вариант 9			
x	-4	-2	0
y	2	8	5

Вариант 10			
x	-1	1,5	3
y	4	-7	1

2. Найти приближенное значение функции в указанной точке.

Вариант 1						
x	0,43	0,48	0,55	0,62	0,7	0,75
y	1,63597	1,73234	1,87686	2,03345	2,22846	2,35973
arg=0,702						
Вариант 2						
x	0,02	0,08	0,12	0,17	0,23	0,3
y	1,02316	1,0959	1,14725	1,21483	1,3012	1,40976
arg=0,102						
Вариант 3						
x	0,35	0,41	0,47	0,51	0,56	0,64
y	2,73951	2,3008	1,96864	1,78776	1,59502	1,3431
arg=0,526						
Вариант 4						
x	0,41	0,46	0,52	0,6	0,65	0,72
y	2,57418	2,32513	2,09336	1,86203	1,74926	1,62098
arg=0,616						
Вариант 5						
x	0,68	0,73	0,8	0,88	0,93	0,99
y	0,80866	0,89492	1,02964	1,20966	1,34087	1,52368
arg=0,896						
Вариант 6						
x	0,11	0,15	0,21	0,29	0,35	0,4
y	9,05421	6,61659	4,6917	3,35106	2,73951	2,36522
arg=0,314						
Вариант 7						

x	0,43	0,48	0,55	0,62	0,7	0,75
y	1,63597	1,73234	1,87686	2,03345	2,22846	2,35973
arg=0,512						

Вариант 8						
x	0,02	0,08	0,12	0,17	0,23	0,3
y	1,02316	1,0959	1,14725	1,21483	1,3012	1,40976
arg=0,114						
Вариант 9						
x	0,35	0,41	0,47	0,51	0,56	0,64
y	2,73951	2,3008	1,96864	1,78776	1,59502	1,3431
arg=0,453						
Вариант 10						
x	0,41	0,46	0,52	0,6	0,65	0,72
y	2,57418	2,32513	2,09336	1,86203	1,74926	1,62098
arg=0,478						

3. Построить эмпирическую формулу для функции y , заданной таблицей (воспользоваться интерполяционной формулой Ньютона):

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1,1	0,048809	0,065602	0,235622	2,024114	3,024114	- 0,45119	3,124114	2,624114	3,624114	1,
1,2	0,095445	0,129243	0,285172	2,046635	3,046635	- 0,40455	3,146635	2,646635	3,646635	1,
1,3	0,140175	0,191138	0,337167	2,06779	3,06779	- 0,35982	3,16779	2,66779	3,66779	1,
1,4	0,183216	0,251465	0,391022	2,087757	3,087757	- 0,31678	3,187757	2,687757	3,687757	1,
1,5	0,224745	0,310371	0,446254	2,106682	3,106682	- 0,27526	3,206682	2,706682	3,706682	1,
1,6	0,264911	0,367981	0,502475	2,124683	3,124683	- 0,23509	3,224683	2,724683	3,724683	1,

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Понятие интерполяции.
2. Отличие интерполяции от экстраполяции.

СОСТАВЛЕНИЕ ОТЧЕТА

1. Номер и наименование практической работы
2. Цель работы
3. Номер выполняемого задания и подробное оформление

Итог работы: отчет с решением, ответы на контрольные вопросы, защита

Практическая работа № 6

ЦЕЛЬ: Закрепить навыки составления интерполяционных многочленов сплайнами.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ:

Задача интерполирования состоит в том, чтобы по значениям функции $f(x)$ в некоторых точках отрезка восстановить ее значения в остальных точках отрезка.

Сплайн-аппроксимация. Сплайном называется функция, которая вместе с несколькими производными непрерывна на отрезке $[a, b]$, а на каждом частном интервале этого отрезка $[x_i, x_{i+1}]$ в отдельности являются некоторым многочленом невысокой степени. Обычно применяют кубический сплайн, то есть на каждом локальном интервале функция приближается к полиному 3-го порядка.

Кубический сплайн на отрезке $[x_i, x_{i+1}]$ имеет вид:

$$S_3 = \frac{(x_{i+1} - x)^2(2(x - x_i) + h)}{h^3} f_i + \frac{(x - x_i)^2(2(x_{i+1} - x) + h)}{h^3} f_{i+1} + \frac{(x_{i+1} - x)^2(x - x_i)}{h^2} m_i + \frac{(x - x_i)^2(x - x_{i+1})}{h^2} m_{i+1}$$

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ:

1. Получить вариант у преподавателя.
2. Выполнить задания согласно своему варианту

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. Изучить материал лекции.
2. Ознакомиться с заданиями практической работы.
3. Изучить методические указания.
4. Выполнить задания.
5. Оформить отчет по проделанной работе.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ:

1. Построить кубический сплайн для функции:

- 1 в. $y = \cos x$, $n=5$, $[0, 5\pi/2]$
- 2 в. $y = 3^x$, $x_0=-1$, $x_1=0$, $x_2=1$.
- 3 в. $y = \operatorname{tg} x$, $n=4$, $[0, 2\pi]$
- 4 в. $y = \sin 2x$, $n=6$, $[0, 3\pi]$
- 5 в. $y = -\cos x$, $n=5$, $[0, 5\pi/2]$
- 6 в. $y = \cos 2x$, $n=4$, $[0, 2\pi]$
- 7 в. $y = 4^x$, $x_0=-1$, $x_1=0$, $x_2=1$
- 8 в. $y = (1/2)^x$, $x_0=-1$, $x_1=0$, $x_2=1$
- 9 в. $y = 1/2 \sin x$, $n=4$, $[0, 2\pi]$
- 10 в. $y = \operatorname{ctg} x$, $n=6$, $[0, 3\pi]$

2. Построить графики для каждого вида интерполирования функции.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется, сплайном?
2. Как выполняется построение кубического сплайна?

СОСТАВЛЕНИЕ ОТЧЕТА

1. Номер и наименование практической работы
2. Цель работы
3. Номер выполняемого задания и подробное оформление

Итог работы: отчет с решением, ответы на контрольные вопросы, защита

Практическая работа № 7

ЦЕЛЬ: Закрепить навыки решения обыкновенных дифференциальных уравнений различными методами.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ:

Решить дифференциальное уравнение $y' = f(x, y)$ (1) численным методом - значит для заданной последовательности аргументов x_0, x_1, \dots, x_n и числа y_0 , не определяя функцию $y = F(x)$, найти такие значения y_1, y_2, \dots, y_n , что $y_i = F(x_i)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) и $F(x_0) = y_0$.

Величина $h = x_k - x_{k-1}$ называется шагом интегрирования.

Метод Эйлера относится к численным методам, дающим решение в виде таблицы приближенных значений искомой функции $y(x)$.

Рекуррентные формулы метода Эйлера:

$$y_{k+1} = y_k + \alpha_k h$$

$$x_{k+1} = x_k + h$$

$$\alpha_k = f(x_{k+h/2}, y_k + f(x_k, y_k)h/2)$$

$$y_k = y_{k-1} + f(x_{k-1}, y_{k-1})h$$

Сначала вычисляют вспомогательные значения искомой функции $y_{k+1/2}$ в точках $x_{k+1/2}$, затем находят значение правой части уравнения (1) в средней точке $y'_{k+1/2} = f(x_{k+1/2}, y_{k+1/2})$ и определяют y_{k+1} .

Для оценки погрешности в точке x_k проводят вычисления y_k с шагом h , затем с шагом $2h$ и берут $1/3$ разницы этих значений:

$$|y_k^* - y(x_k)| = 1/3(y_k^* - y_k),$$

где $y(x)$ - точное решение дифференциального уравнения.

Метод Рунге–Кутты 2-го порядка. Состоит в последовательных расчетах по формулам

$$k_1 = f(x_m, y_m)$$

$$k_2 = f(x_m + h, y_m + hk_1)$$

$$y_{m+1} = y_m + \frac{h}{2}(k_1 + k_2)$$

начиная с точки (x_0, y_0) .

Метод Рунге–Кутты 2-го порядка имеет погрешность порядка kh^3 .

Метод Рунге–Кутты 4-го порядка. Состоит в последовательных расчетах по формулам:

$$k_1 = f(x_m, y_m)$$

$$k_2 = f\left(x_m + \frac{h}{2}, y_m + \frac{h}{2}k_1\right)$$

$$k_3 = f\left(x_m + \frac{h}{2}, y_m + \frac{h}{2}k_2\right)$$

$$k_4 = f(x_m + h, y_m + hk_3)$$

$$y_{m+1} = y_m + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

начиная с точки (x_0, y_0) .

Метод Рунге–Кутты 4-го порядка имеет погрешность порядка kh^5

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ:

1. Получить варианты заданий у преподавателя.
2. Решить дифференциальное уравнение методом Эйлера и методом Рунге–Кутты 4-го порядка ($n=5$).

3. Определить погрешности вычислений.

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. Изучить материал лекции.
2. Ознакомиться с заданиями практической работы.
3. Изучить методические указания.
4. Выполнить задания.
5. Оформить отчет по проделанной работе.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ:

№ варианта	Уравнение	№ варианта	Уравнение
1	$y' = x + 2y, y(0)=1$	2	$y' = e^{-x}, y(0)=1$
3	$y' = \frac{xy - y^2}{x^2 - 2xy}, y(1)=1$	4	$y' = \frac{x+y}{x-y}, y(1)=0$
5	$y' = \frac{2y}{x}, y(1)=0$	6	$y' = \frac{x-y}{x+y}, y(1)=0$
7	$y' = \left[\frac{x}{y} \right], y(0)=5$	8	$y' = 2y + 3, y(0)=3$
9	$y' = 2y^2 + y, y(0)=3$	10	$y' = e^x + 1, y(0)=0$
11	$y' = x + 2y^2, y(0)=0$	12	$y' = x^2y + x^3, y(1)=0$
13	$y' = x + \frac{xy}{x^2 + 1}, y(0)=1$	14	$y' = \frac{y}{x-1} + \frac{y^2}{x-1}, y(0)=1$
15	$y' = \frac{y}{y^2 + x}, y(1)=1$	16	$y' = \frac{\cos x}{x}, y(1)=1$
17	$y' = x^2 + y^2, y(0)=-1$	18	$y' = x^3 + y^2, y(0)=1$
19	$y' = x^3 - y^2, y(0)=-1$	20	$y' = x^2 + y^3, y(0)=0$
21	$y' = x^3 + y^3, y(0)=0$	22	$y' = x^3 - y^3, y(0)=1$
23	$y' = x + \frac{y}{x}, y(1)=0$	24	$y' = 1 + x^2 + \frac{2xy}{x^2 + 1}, y(0)=1$
25	$y' = \frac{1}{\ln x}, y(2)=1$	26	$y' = \frac{1}{x+y}, y(0)=-1$
27	$y' = e^{-x}, y(0)=1$	28	$y' = y - x^4, y(0)=1$
29	$y' = 3x^2 - y^2, y(1)=1$	30	$y' = x^3 + 2y^2, y(0)=1$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какое решение дифференциального уравнения называют общим решением? Какое – частным?
2. В чем принципиальное отличие методов Эйлера и Рунге-Кутты?

3. Как вычислить погрешности вычислений при применении методом Эйлера и Рунге-Кутты?

СОСТАВЛЕНИЕ ОТЧЕТА

1. Номер и наименование практической работы
2. Цель работы
3. Номер выполняемого задания и подробное оформление

Итог работы: отчет с решением, ответы на контрольные вопросы, защита

4. ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

4.1 Печатные издания:

Основные:

О-1. Советов Б.Я. Методы и средства проектирования информационных систем и технологий: учебное пособие / ИЦ Академия, 2019.

Дополнительные:

О-1. Колдаев В.Д. Численные методы и программирование: учебное пособие / Под ред. Л. Г. Гагариной. - М.: "ФОРУМ": ИНФРА-М, 2009. - 328с.

4.2 Электронные издания (электронные ресурсы)

1 Единое окно доступа к общеобразовательным ресурсам – Электронная библиотека [Электронный ресурс]. Режим доступа:

<http://window.edu.ru/window>

2. Советов Б.Я. Методы и средства проектирования информационных систем и технологий: учебное пособие / ИЦ Академия, 2019., 25 подключений

5. ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ, ВНЕСЕННЫХ В МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

№ изменения, дата внесения, № страницы с изменением	
Было	Стало
Основание:	
Подпись лица, внесшего изменения	