

**ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ИРКУТСКОЙ ОБЛАСТИ  
«ЧЕРЕМХОВСКИЙ ГОРНОТЕХНИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ  
ИМ. М.И. ЩАДОВА»**

**РАССМОТРЕНО**

на заседании ЦК  
«Горных дисциплин»

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2023г.

Протокол № \_\_\_\_

Председатель: Н.А. Жук

**Утверждаю:**

И.о. зам. директора по УР

О.В. Папанова

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2023 г.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

для выполнения

самостоятельных работ студентов

по учебной дисциплине

***ОП. 02 ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА***

**программы подготовки специалистов среднего звена**

***08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений***

Разработал

Преподаватель:

Н.А.Пилипченко

## 1 ПЕРЕЧЕНЬ САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ РАБОТ

№ п/п	Тема самостоятельной работы	Кол-во часов	Оценка и контроль
1	Самостоятельная работа №1. Определение усилий в стержнях системы сходящихся сил аналитическим и графическим методами	2	Выполнение работы, оценка за работу.
2	Самостоятельная работа №2. Определение опорных реакций однопролетных балок.	2	Выполнение работы, оценка за работу
3	Самостоятельная работа №3. Определение моментов инерции сложных фигур, составленных из стандартных прокатных профилей.	2	Выполнение работы, оценка за работу
4	Самостоятельная работа №4. Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов по длине балки, расчет на прочность.	2	Выполнение работы, оценка за работу
5	Самостоятельная работа №5. Расчет на устойчивость с использованием коэффициента продольного изгиба, подбор сечений.	2	Выполнение работы, оценка за работу
6	Самостоятельная работа № 6. Расчет статически определимых плоских ферм графическим методом, путем построения диаграммы Масквелла-Кремоны	2	Выполнение работы, оценка за работу

# 3 СОДЕРЖАНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ РАБОТ

## САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 1

**Тема:** Определение усилий в стержнях системы сходящихся сил аналитическим и графическим методами.

**Цель:** обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных теоретических знаний;

**Методические указания:**

1. Повторить по учебнику тему «Плоская система сходящихся сил».
2. Выпишите данные для вашего варианта (согласно нумерации в журнале).
  1. Для заданной системы сходящихся сил в соответствии с вариантом построить в масштабе силовой многоугольник. Записать выбранный масштаб сил. Измерить линейкой длину вектора равнодействующей и транспортиром угол между равнодействующей и осью  $x$ . Учитывая масштаб построения, вычислить модуль равнодействующей силы.
  2. Вычислить модуль и направление равнодействующей аналитическим методом проекций.
  3. Определить относительные погрешности вычисления модуля и направления равнодействующей. При расхождении более 10% вычисления и построения следует проверить.
  4. Сделать вывод об уравновешенности заданной системы сил.
  5. Ответить на контрольные вопросы.

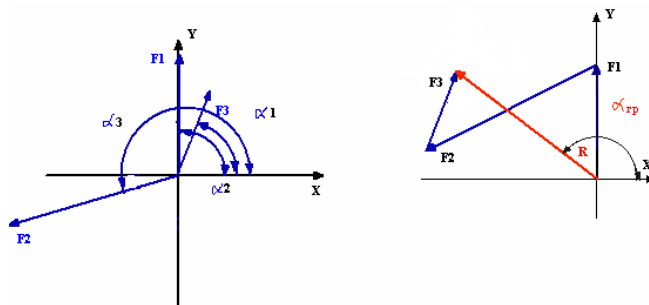
### Пример выполнения

Задание:

$$F_1 = 4 \text{ Н}, \alpha = 90^\circ, F_2 = 6 \text{ Н}, \alpha_2 = 200^\circ, F_3 = 3 \text{ Н}, \alpha_3 = 70^\circ$$

1. Графическое определение равнодействующей.

Выбираем масштаб сил –  $\mu_F = 0.1 \text{ Н/мм}$



Модуль равнодействующей -  $F_{\ddot{a}} = \mu_F * 1 = 0.1 * 68 = 6.8$ ,

Направление равнодействующей -  $\alpha_{\ddot{a}} = 134^\circ$

2. Аналитическое определение равнодействующей проекции заданных сил на оси x и y:

$$F_{1x} = F_1 * \cos \alpha_1 = 4 * \cos 90^\circ = 0;$$

$$F_{1y} = F_1 * \sin \alpha_1 = 4 * \sin 90^\circ = 4 \text{ Н}$$

$$F_{2x} = F_2 * \cos \alpha_2 = 6 * \cos 200^\circ = -5.638 \text{ Н};$$

$$F_{2y} = F_2 * \sin \alpha_2 = 6 * \sin 200^\circ = -1.368 \text{ Н}$$

Н

$$F_{3x} = F_3 * \cos \alpha_3 = 3 * \cos 70^\circ = 1.026 \text{ Н};$$

$$F_{3y} = F_3 * \sin \alpha_3 = 3 * \sin 70^\circ = 2.819 \text{ Н}$$

Проекция равнодействующей:

$$F_{\Sigma x} = \sum F_{ix} = 0 - 5.638 + 1.026 = -4.612 \text{ Н},$$

$$F_{\Sigma y} = \sum F_{iy} = 4 - 1.368 + 2.819 = 5.451 \text{ Н},$$

Модуль равнодействующей:  $F_{\Sigma \ddot{a}} = \sqrt{F_{\Sigma x}^2 + F_{\Sigma y}^2} = \sqrt{4.612^2 + 5.451^2} = 7.140 \text{ Н}$

Направление равнодействующей:  $\alpha_{\ddot{a}} = \arctg \frac{F_{\Sigma x}}{F_{\Sigma y}} = \arctg \frac{5.451}{-4.612} = 130.23^\circ$

3. Относительные погрешности

Погрешность вычисления модуля равнодействующей.

$$\Delta F_{\Sigma} = \left| \frac{F_{\Sigma_{\text{шт}}} F_{\Sigma_{\text{ф}}}}{F_{\Sigma_{\text{шт}}}} \right| * 100\% = \left| \frac{6.8 - 7.140}{7.140} \right| * 100\% = 5,00\%$$

Погрешность вычисления направления равнодействующей

$$\Delta \alpha = \left| \frac{\alpha^{zp} - \alpha^{an}}{\alpha^{zp}} \right| * 100\% = \left| \frac{134 - 130,23}{134} \right| * 100\% = 2,81\%$$

Вывод: система является неуравновешенной.

Модуль равнодействующей -  $F_{\Sigma \text{ан}} = 7.140 \text{ Н}$ , направление -  $\alpha^{\text{ан}} = 130,23^\circ$ .

Относительные погрешности не превышают 5%.

**Форма отчета:** Студент сдает самостоятельную работу преподавателю в установленный срок, отвечая на контрольные вопросы к заданию, поясняя ход выполнения работы.

## САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 2

**Тема:** Определение опорных реакций однопролетных балок.

**Цель:** обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных теоретических знаний;

**Методические указания:**

Существуют два метода определения реакций опор однопролетной и многопролетной балок: аналитический и графический. Первый из них является основным и позволяет вычислить значения реакций опор с высокой степенью точности. Он основан на использовании условий равновесия плоской системы сил. Если при этом рационально выбрать направления осей проекций и положения моментных точек, то полученные уравнения равновесия окажутся с разделенными неизвестными, т.е. каждое из уравнений будет содержать только одну неизвестную.

Графический способ основан на использовании теории силового и веревочного многоугольников, которые являются замкнутыми для систем, находящихся в равновесии. Этот метод требует строгого соблюдения масштаба сил и параллельности линий при построении силового и веревочного многоугольников. Он широко используется в статике сооружений при расчете ферм. В остальных случаях применяется аналитический метод.

Рассмотрим несколько примеров определения реакций опор однопролетной балки на двух опорах и составной балки.

**Пример.** Балка на двух шарнирных опорах загружена равномерно распределенной нагрузкой интенсивностью  $q = 20$  кН/м и сосредоточенной силой  $F = 60$  кН (рис.2.1). Требуется найти величины и направления реакций опор.

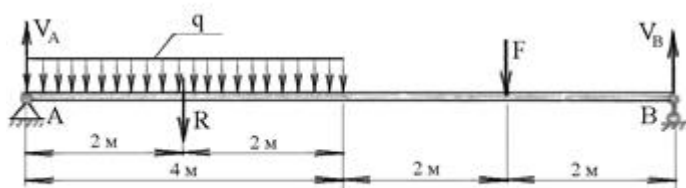


Рис.2.1

**Решение.** Для определения реакций опор заменим равномерно распределенную нагрузку  $q$  её равнодействующей  $\bar{R}$ , приложенной в центре тяжести участка, на котором приложена эта нагрузка. Модуль равнодействующей равен произведению интенсивности нагрузки  $q$  на длину участка её распределения, т.е.  $R = q \cdot 4 = 20 \cdot 4 = 80$  кН.

В результате балка будет загружена двумя параллельными силами  $\bar{F}$  и  $\bar{R}$ , направленными вертикально вниз. Кроме них на балку действуют реакции опор, направления которых устанавливаются в зависимости от характера этих опор. Реакция подвижной опоры  $\bar{F}_B$  всегда направлена перпендикулярно

направлению её подвижности, в данном случае вертикально вверх. Реакция неподвижной шарнирной опоры А проходит через её центр, но неизвестна по величине и направлению. В общем случае нагружения балки произвольными силами, её следует разложить на две составляющие: горизонтальную  $\overline{H_A}$  и вертикальную  $\overline{V_A}$ , модули которых неизвестны. Однако, в данном примере заданные силы и реакция опоры В параллельны между собой и направлены вертикально, следовательно, реакция опоры А будет иметь только вертикальную составляющую  $\overline{V_A}$ .

Для равновесия балки под действием сил, представленных на рис.2.1 необходимо выполнить следующие условия равновесия:

$$\sum m_A(\overline{F_i}) = 0 \quad \text{и} \quad \sum m_B(\overline{F_i}) = 0$$

Суммируя моменты всех сил относительно опорных точек А и В, получаем следующие уравнения:

$$1) \quad V_B \cdot 8 - F \cdot 6 - R \cdot 2 = 0$$

$$2) \quad -V_A \cdot 8 + F \cdot 2 - R \cdot 6 = 0$$

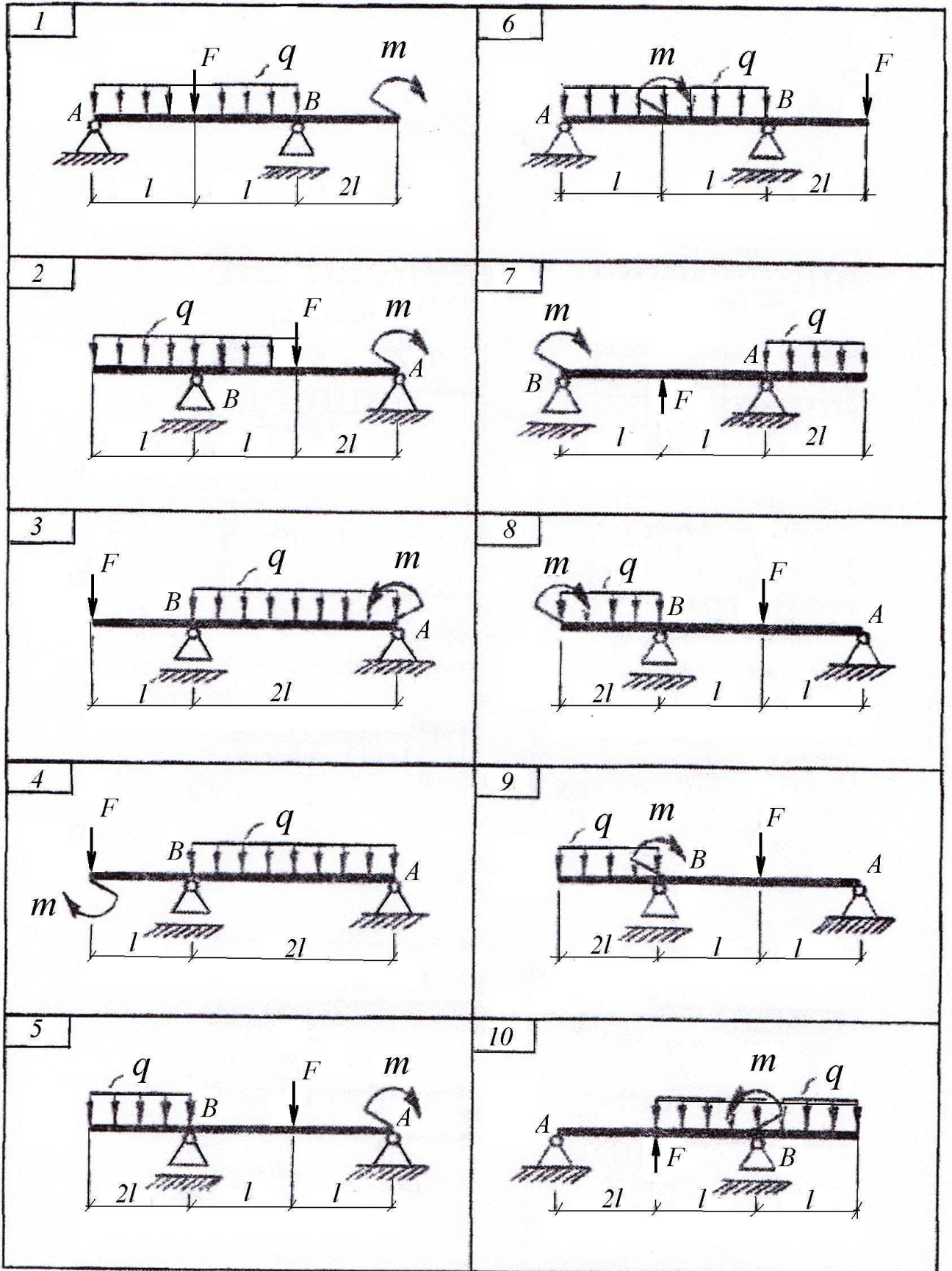
Решение этих уравнений при  $F = 60$  кН и  $R = 80$  кН приводит к следующему результату:  $V_A = 75$  кН,  $V_B = 65$  кН.

Положительные значения реакций  $\overline{V_A}$  и  $\overline{V_B}$  подтверждают правильность принятых направлений. Проецируя все силы на вертикальную ось у, и вычисляя их сумму, убеждаемся, что значения реакций опор вычислены правильно.

$$\sum F_y = 0 - V_A + V_B - F - R = 0, 75 + 65 - 60 - 80 = 0, \text{ т.е. } 0 = 0$$

**Задание:** Определить опорные реакции однопролетной балки.

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$q$ , кН/м	20	10	15	8	15	25	9	10	8	7
$m$ , кН×м	12	11	13	14	15	16	17	18	19	20
$F$ , кН	10	12	14	15	17	18	19	20	21	11
$L$ , м	2	3	1,5	2	3	1	4	2	3	4



**Форма отчета:** Студент сдает самостоятельную работу преподавателю в установленный срок, отвечая на контрольные вопросы к заданию, поясняя ход выполнения работы.

### САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 3

**Тема:** Определение моментов инерции сложных фигур, составленных из стандартных прокатных профилей.

**Цель:** обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных теоретических знаний;

**Методические указания:**

Часто при расчете элементов строительных конструкций приходится определять геометрические характеристики профилей, составленных из элементарных геометрических фигур (прямоугольник, круг и т.п.) и прокатных профилей. Рассмотрим подробно пример расчета.

Необходимо определить геометрические характеристики составного сечения (рис.3.1), который состоит из уголка 20/12,5/1,2, уголка 14/1 и прямоугольника 20х2см.

Определение собственных характеристик отдельных профилей – составляющих сечения

Собственные характеристики прокатных профилей определяются из сортамента.

Для неравнополочного уголка 20/12,5/1,2:

- высота и ширина уголка  $h = 20$  см,  $b = 12,5$  см;
- площадь  $A_A = 37,9$  см<sup>2</sup>;
- собственные осевые моменты инерции  $I_x I_x = 1570$  см<sup>4</sup>,  $I_y I_y = 482$  см<sup>4</sup>;
- собственный центробежный момент инерции  $I_{xy} I_{xy} = 505$  см<sup>4</sup>;
- координаты центра тяжести  $x_{схс} = 2,83$  см,  $у_{сус} = 6,51$  см.

Для равнополочного уголка 14/1:

- высота и ширина уголка  $h = b = 14$  см;
- площадь  $A_A = 27,3$  см<sup>2</sup>;
- собственные осевые моменты инерции  $I_x I_x = I_y I_y = 512$  см<sup>4</sup>;
- собственный центробежный момент инерции  $I_{xy} I_{xy} = 301$  см<sup>4</sup>;
- координаты центра тяжести  $x_{схс} = у_{сус} = 3,82$  см.





$$I_x = \sum(I_{xi} + A \cdot b^2) = 482 + 8,272 \cdot 37,9 + 512 + 4,762 \cdot 27,3 + 1330 + 4,562 \cdot 40 = 6360 \text{ см}^4;$$

$$I_y = \sum(I_{yi} + A \cdot a^2) = 1570 + 8,012 \cdot 37,9 + 512 + 1,672 \cdot 27,3 + 13,3 + 6,492 \cdot 40 = 6280 \text{ см}^4;$$

$$I_{xy} = \sum(I_{xyi} + A \cdot a \cdot b) = I_{xy} = \sum(I_{xyi} + A \cdot a \cdot b) = 505 + (-8,01) \cdot (-8,27) \cdot 37,9 - 301 + 1,67 \cdot 4,76 \cdot 27,3 + 0 + 6,49 \cdot 4,56 \cdot 40 = 4120 = 505 + (-8,01) \cdot (-8,27) \cdot 37,9 - 301 + 1,67 \cdot 4,76 \cdot 27,3 + 0 + 6,49 \cdot 4,56 \cdot 40 = 4120 \text{ см}^4.$$

При этом обязанности: обязательно учитываем размещения фигур относительно рассматриваемых осей. Так, при определении момента инерции  $I_x$  в формулу подставляем собственный момент инерции неравнополочного уголка относительно оси, которая параллельна оси  $X_c X_c$ , в сортаменте это ось  $Y Y$ , и наоборот.

#### Определение положения главных осей и главных моментов инерции

Угол поворота главных осей относительно осей, для которых известны моменты инерции, определяется по формуле

$$\text{tg} 2\alpha = \frac{2 \cdot I_{xy}}{I_y - I_x} = \frac{2 \cdot 4120}{6280 - 6360} = -97 \quad \alpha = \text{arctg}(-97) = -44,7^\circ$$

Если  $\alpha > 0$ , главные оси откладываются против часовой стрелки, и наоборот.

Главные моменты инерции определяются так

$$I_{x0} = I_x \cdot \cos^2 \alpha + I_y \cdot \sin^2 \alpha - I_{xy} \cdot \sin 2\alpha = 6360 \cdot \cos^2(-44,7^\circ) + 6280 \cdot \sin^2(-44,7^\circ) - 4120 \cdot \sin(-2 \cdot 44,7^\circ) = 10430 \text{ см}^4.$$

$$I_{y0} = I_y \cdot \cos^2 \alpha + I_x \cdot \sin^2 \alpha + I_{xy} \cdot \sin 2\alpha = 6280 \cdot \cos^2(-44,7^\circ) + 6360 \cdot \sin^2(-44,7^\circ) + 4120 \cdot \sin(-2 \cdot 44,7^\circ) = 2210 \text{ см}^4.$$

Центробежный момент инерции относительно главных осей равен нулю.

#### Радиусы инерции. Моменты сопротивления

Радиусы инерции сечения

$$i_x = \sqrt{\frac{I_{x0}}{A}} = \sqrt{\frac{10430}{105}} = 9,96 \text{ см}, \quad i_y = \sqrt{\frac{I_{y0}}{A}} = \sqrt{\frac{2210}{105}} = 4,58 \text{ см}.$$

Моменты сопротивления сечения определяем относительно центральных осей. Для этого необходимо определить расстояния  $x_{max}$  и  $u_{max}$  до

максимально удаленных точек от главных осей. Сначала необходимо по чертежам определить, какие точки являются наиболее удаленными. В нашем случае это точки AA и BB (рис.). Искомые расстояния можно определить, имея координаты этих точек в центральных (не возвращенных осях).

$$x_{\max} = x_A \cdot \cos(\alpha) + y_A \cdot \sin(\alpha) \quad x_{\max} = x_A \cdot \cos(\alpha) + y_A \cdot \sin(\alpha)$$

$$y_{\max} = y_B \cdot \cos(\alpha) - x_B \cdot \sin(\alpha) \quad y_{\max} = y_B \cdot \cos(\alpha) - x_B \cdot \sin(\alpha)$$

$$X_A = -8,53 \text{ см} \quad Y_A = 8,57 \text{ см}$$

$$X_B = -14,5 \text{ см} \quad Y_B = -18 \text{ см}$$

$$x_{\max} = -12,1 \text{ см} \quad y_{\max} = -23 \text{ см}$$

Моменты сопротивления

$$W_x = I_{x_{\max}} = 1043023 = 454 \text{ см}^3 \quad W_x = I_{x_{\max}} = 1043023 = 454 \text{ см}^3;$$

$$W_y = I_{y_{\max}} = 221012.1 = 183 \text{ см}^3 \quad W_y = I_{y_{\max}} = 221012.1 = 183 \text{ см}^3.$$

**Задание.** Для составного поперечного сечения, состоящего из двутавра, швеллера, уголка, заданных в табл.3.1, требуется:

- 1) определить положение центра тяжести;
- 2) найти величину осевых и центробежных моментов инерции относительно центральных осей;
- 3) определить направление главных центральных осей;
- 4) найти величину моментов инерции относительно главных центральных осей;
- 5) вычертить сечений в масштабе 1:2 и указать на нем все размеры в числах и все оси.

При расчете все необходимые данные следует взять из таблицы 3.1 и сортамента.

Таблица 3.1

Номер строки	Схема сечения по рис.2	Швеллер №	Равнобокий уголок №	Двутавр №
01	1	14	8(8)	12
02	2	16	8(6)	14
03	3	18	9(8)	16
04	4	20	9(7)	18
05	5	22	9(6)	20а
06	6	24	10(8)	20
07	7	27	10(10)	22а
08	8	30	10(12)	22
09	9	33	12,5(10)	24а
10	10	36	12,5(12)	24

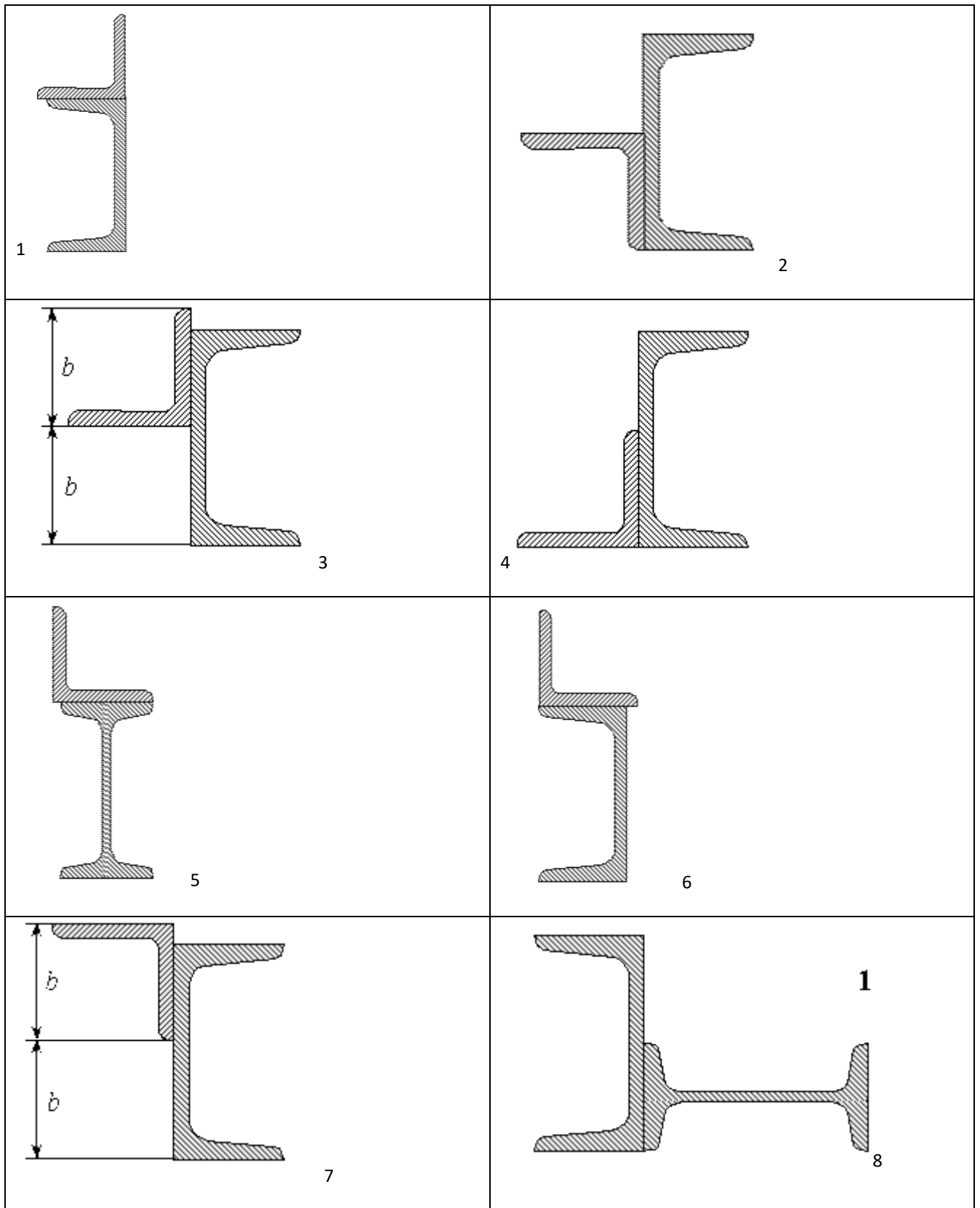


Рисунок 3.2

**Форма отчета:** Студент сдает самостоятельную работу преподавателю в установленный срок, отвечая на контрольные вопросы к заданию, поясняя ход выполнения работы.

## САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 4

**Тема:** Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов по длине балки, расчет на прочность.

**Цель:** обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных теоретических знаний;

**Методические указания:**

Для заданных схем балок требуется:

Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов;

- подобрать поперечные сечения балок по следующим вариантам:

а) для стальной балки (рис.4,а) - двутавровое; прямоугольное высотой  $h$  и основанием  $b$  при соотношении сторон  $h/b=2$ ; круглое - диаметром  $d$ ;

б) для чугунной балки (рис.4,б) - форму сечения выбрать по рис.14, определить размеры сечения из условия прочности по допускаемым напряжениям;

в) для стальной балки (рис.4,в) - сечение, состоящее из двух швеллеров.

Для стальной двутавровой балки (вариант а) и чугунной балки (вариант б) построить эпюры распределения нормальных напряжений по высоте сечения.

Числовые данные берутся из табл. 4.1, расчетные схемы - по рис.4.1

Таблица 4.1

Номер строки	Номер расч. схемы (рис. 13,14)	Сила		Момент		Длина участка	Интенсивность распределенной нагрузки $q$ , кН/м	Допускаемое напряжение, $[\sigma]$ , МПа			
		P1 кН	P2 кН	m1 кН·м	m2 кН·м			а, м	Сталь	Чугун	
										$[\sigma]_c$	$[\sigma]_p$
1	1	40	90	10	10	1	10	200	600	120	
2	2	45	80	12	10	1,5	15	160	700	150	
3	3	50	85	15	14	2	20	180	500	100	
4	4	35	70	12	12	1	10	250	800	150	
5	5	50	80	10	15	2	10	160	600	120	
6	6	60	70	10	12	1	15	180	700	150	
7	7	45	60	12	10	1,5	20	180	500	100	
8	8	35	65	10	10	1	10	160	800	150	
9	9	40	75	13	10	1	10	160	650	130	
0	10	30	90	18	12	2	15	220	750	200	
	з	ж	а	б	в	г	ж	е	з	з	

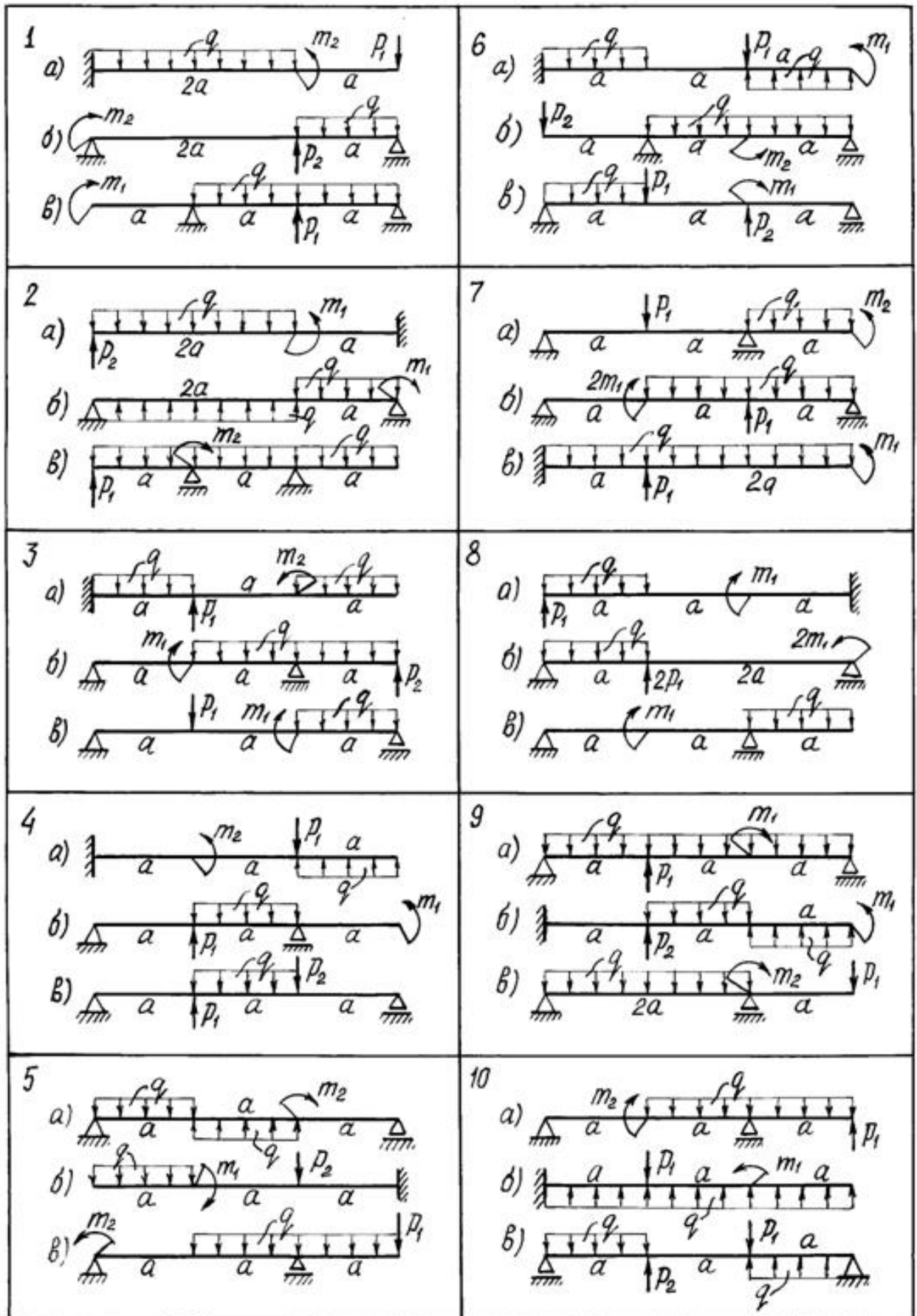


Рисунок 4.1

**Форма отчета:** Студент сдает самостоятельную работу преподавателю в установленный срок, отвечая на контрольные вопросы к заданию, поясняя ход выполнения работы.

### САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 5

**Тема:** Расчет на устойчивость с использованием коэффициента продольного изгиба, подбор сечений.

**Цель:** обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных теоретических знаний;

**Методические указания:**

Для стального стержня (рис.15.1) длиной  $l$ , сжимаемого силой  $F$ , требуется:

1. подобрать размеры поперечного сечения стержня из условия его устойчивости при допуссаемом напряжении на сжатие  $[\sigma] = 160$  МПа (расчет проводить методом последовательных приближений по коэффициенту снижения допускаемых напряжений на сжатие);
2. найти величину критической силы и коэффициент запаса устойчивости  $n_y$ .

Числовые данные для расчета следует взять из табл. 15.1 расчетные схемы – на рис. 15.1

Таблица 15.1

Номер строки	Схема по рис. 15	Сила $F$ , кН	Длина стержня $l$ , м
01	1	500	2,5
02	2	480	3,9
03	3	450	2,8
04	4	300	3,2
05	5	350	2,7
06	6	370	3,5
07	7	360	3,0
08	8	460	2,7
09	9	370	2,6
10	10	400	3,1

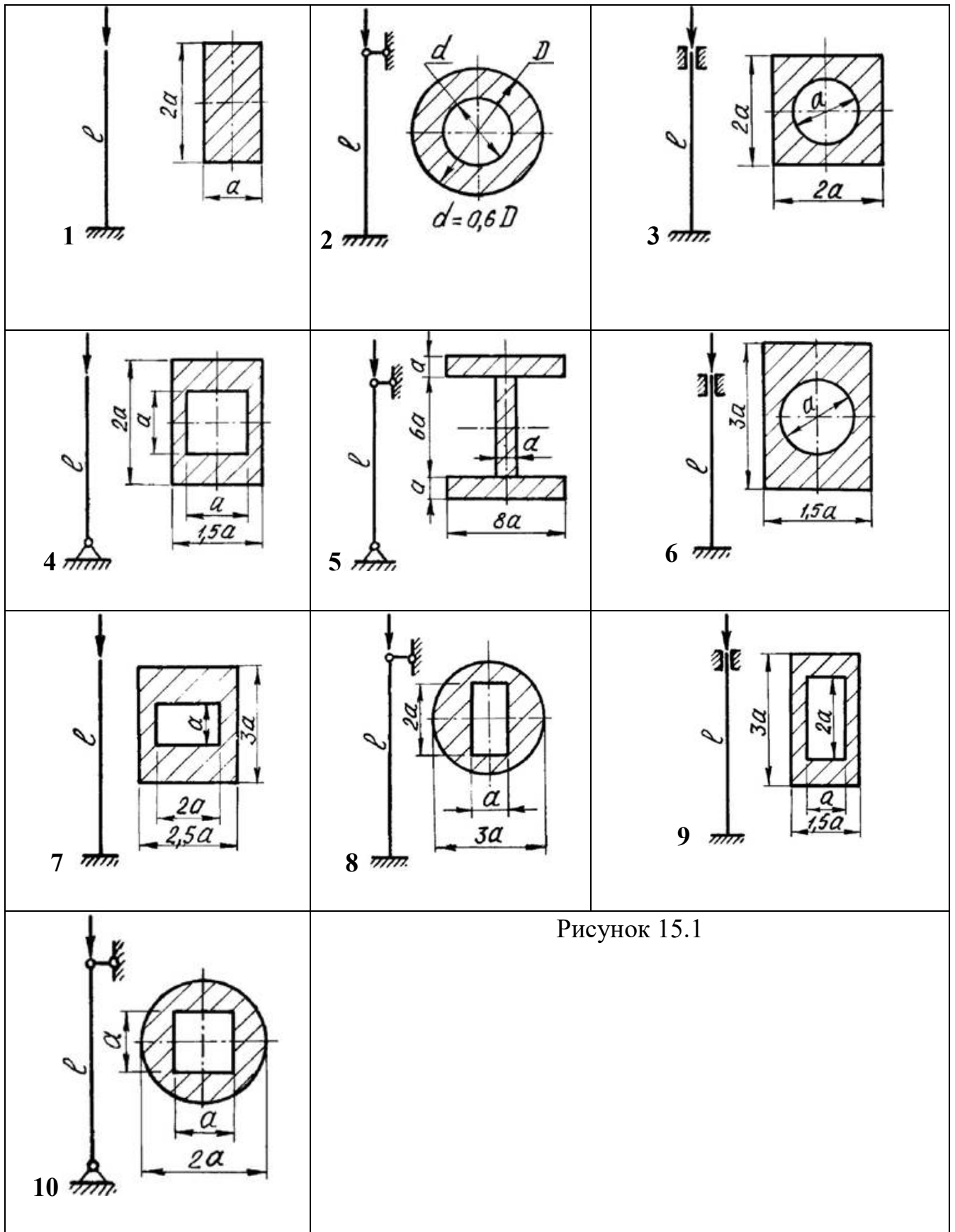


Рисунок 15.1

**Форма отчета:** Студент сдает самостоятельную работу преподавателю в установленный срок, отвечая на контрольные вопросы к заданию, поясняя ход выполнения работы.



## САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 6

**Тема:** Расчет статически определимых плоских ферм графическим методом, путем построения диаграммы Максвелла-Кремоны

**Цель:** обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных теоретических знаний;

**Методические указания:**

Сущность графического метода определения усилий в стержнях фермы – построение диаграммы Максвелла-Кремоны состоит в построении силового многоугольника для каждого из узлов фермы.

При этом силовых многоугольников будет столько, сколько узлов в ферме. Этот метод довольно трудоемок, т.к. требует большое количество графических построений. Целесообразно строить все многоугольники сил не отдельно для каждого узла, а вместе, что позволяет диаграмма Максвелла-Кремоны.

**Порядок определения усилий в ферме графическим способом с помощью построения диаграммы Максвелла-Кремоны:**

1. Вычерчиваем ферму в строгом соответствии с масштабом длин.
2. Определяем величину и направление опорных реакций аналитическим или графическим способом.
3. Нумеруем поля расчетной схемы: - внешние поля - заглавными буквами латинского алфавита; внутренние поля - арабскими цифрами.
4. Строим в масштабе сил многоугольник внешних сил, действующих на ферму, обходя ферму по часовой стрелке. Силы обозначаем соответствующими полями, примыкающими к данной силе.
5. Строим диаграмму усилий для стержней фермы, для чего:
  - а) обходим по часовой стрелке узел, в котором сходится два стержня и строим силовой многоугольник для этого узла. Усилия в стержнях нумеруем соответствующими полями. Построение следует начинать с известных сил и наносить все силы в том порядке, в каком они встречаются при обходе данного узла по ходу части стрелки.
  - б) переходим к следующему узлу, в котором сходится не более 2-х стержней с неизвестными усилиями и повторяем предыдущее построение, и т.д.
6. Контролем правильности построения является параллельность последнего стержня на ферме последнему соответствующему отрезку на диаграмме.

7. Определяем усилие в стержнях фермы. Для этого измеряем отрезки, соответствующие стержням фермы на диаграмме и в соответствии с масштабом сил вычисляем величину усилия.
8. Определяем знаки усилий в стержнях фермы. При определении знака усилия читаем наименование стержня, обходя узел по часовой стрелке (1-2).  
В такой же последовательности (допустим 1-2) читаем наименование усилия на диаграмме усилий. Направление чтения определит направление действующего усилия: к узлу (-), от узла (+).
9. Все полученные данные о величине и знаке усилия в стержнях сводятся в таблицу.
10. Производим сравнение результатов аналитического и графического расчетов и вычисляем погрешность производимых расчетов.

### Пример расчета

Определить усилия в отмеченных стержнях фермы аналитическим и графическим способом.

Для определения усилий необходимо вычертить схему фермы с указанием конкретных геометрических размеров и нагрузок.

Дано:  $l=24$  м  $b=4$  м  $F=10$  кН  $d=4$  м

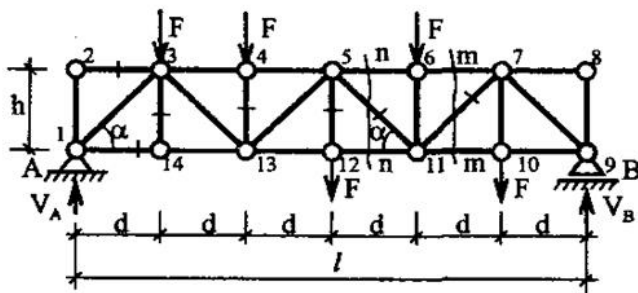


Рисунок 6.1-Расчетная схема фермы

### Аналитический расчет фермы

#### 1. Определение опорных реакций

На рис. 6.1. представлена ферма, условия опирания которой такие же, как у простой балки. Такая ферма называется балочной. Как и у простых балок, в балочных фермах при действии вертикальных нагрузок возникают только вертикальные опорные реакции. Их определение производится так же, как и в простых балках.

Вертикальные опорные реакции можно определить, пользуясь только 2-мя уравнениями статики:

$$1) \sum M_A = 0; 2) \sum M_B = 0,$$

где  $\sum M_A$  - сумма моментов всех сил относительно точки А;

$\sum M_B$  - сумма моментов всех сил относительно точки В.

Раскрыв значение  $\sum M_A$  и  $\sum M_B$ , получим:

$$V_B \cdot 1 - F \cdot 5d - F \cdot 4d - F \cdot 3d - F \cdot 2d - F \cdot d = 0$$

$$V_A \cdot 1 - F \cdot 5d - F \cdot 4d - F \cdot 3d - F \cdot 2d - F \cdot d = 0$$

Из первого уравнения определим величину опорной реакции  $V_B$ :

$$V_B = 25 \text{ кН}$$

Из второго уравнения определим величину вертикальной реакции  $V_A$ :

$$V_A = 25 \text{ кН.}$$

После вычисления опорных реакций следует убедиться в правильности их определений, т.к. ошибка в определении их приведет к ошибкам и в определении внутренних усилий в стержнях фермы.

Для проверки правильности полученных результатов рекомендуется составить третье уравнение равновесия, которое не использовалось при определении опорных реакций.

Если вертикальные опорные реакции определены верно, то сумма проекций всех сил на вертикальную ось должна быть тождественно равна нулю, т.е.

$$\sum F_y = 0; \quad V_A + V_B - 5F = 25 + 25 - 5 \cdot 10 = 0.$$

Результаты проверки свидетельствуют о том, что вертикальные опорные реакции определены верно.

2. Определение усилий в стержнях фермы методом вырезания узлов.

В рассматриваемом примере (рис. 6.1.) нулевыми стержнями фермы являются стержни 2-3 (из рассмотрения узла 2) и 8-7 (из рассмотрения узла 8) по первому признаку нулевых стержней.

Стержень 3-14 также нулевой по второму признаку нулевых стержней (из рассмотрения узла 14 рис. 6.2.).

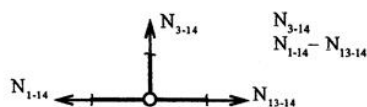


Рисунок 6.2.-. Равновесие узла 14

Пользуясь частным случаем второго признака нулевых стержней, можно определить без вычисления усилия в стержнях 4—13, 5—12. Усилия в стержне

4-13 равно  $-F$ , т.е.  $N_{4-13} = -F$ ; знак ( $-$ ) указывает на то, что стержень сжат. И действительно, рассматривая узел 4, мы можем убедиться в том (рис. 6.3.).

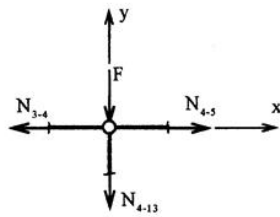


Рисунок 6.3-Равновесие узла 4

Вырезав узел, показываем направление усилий от узла, т.е. предполагаем, что все стержни растянуты.

Выбираем оси координат таким образом, чтобы одна из осей (ось  $x$ ) совпала с направлением усилий  $N_{4-13}$  и  $N_{4-13}$

Составляем уравнение равновесия всех сил, сходящихся в одной точке.

Это уравнение должно включить в себя только одно неизвестное усилие  $N_{4-13}$ .

Для этого спроектируем все силы на вертикальную ось  $y$ :

$$-F - N_{4-13} = 0; N_{4-13} = -F = -10 \text{ кН.}$$

Рассуждая таким же образом, определяем усилие в стержне 5—12.

$$N_{5-12} = F.$$

Усилие в стержне 1-14 определяем способом вырезания узла. Вырезаем узел 1 и рассматриваем его равновесие. В данном узле сходятся 3 стержня, но неизвестных усилий только два ( $N_{1-3}$  и  $N_{1-14}$ ). Усилие  $N_{1-2} = 0$  (по первому признаку нулевых стержней, рассматривая узел 2).

Выбираем оси координат так, чтобы одна из осей (ось  $x$ ) совпала с направлением «ненужного» нам усилия ( $N_{1-3}$ ).

Проектируем все силы на ось  $Y$  и составляем уравнение:

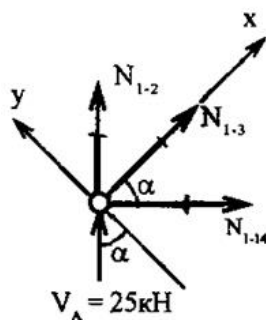


Рисунок 6.4- Равновесие узла 1

$$\sum F_y = 0;$$

$$V_A \cdot \cos\alpha - N_{1-14} \cdot \sin\alpha = 0 \quad N_{1-14} = V_A \cdot \cos\alpha / \sin\alpha = V_A \cdot \text{ctg}\alpha$$

$\text{ctg}\alpha = 4 / 4 = 1$  из геометрических размеров фермы.

$$N_{1-14} = 25 \text{ кН.}$$

### 3. Метод сечений.

Усилия в стержнях 5-6, 5-11, 7-11, 10-11 определяем способом расщепления (метод Риттера). Для определения усилий в стержнях 5-6 и 5-11 расщепляем ферму сечением n-n (рис. 6.5.).

Рассматриваем равновесие одной отсеченной части фермы. Лучше рассматривать правую от сечения часть, так как на нее действует меньше сил.

Действие левой отброшенной части фермы на правую заменим усилиями в расщепленных стержнях. Усилия направляем от узлов, предполагая стержни растянутыми. Усилие в стержне 5-6 определяем способом моментной точки. Этой точкой является узел 11.

Составляем уравнение моментов всех сил, действующих на данную часть фермы относительно точки 11.

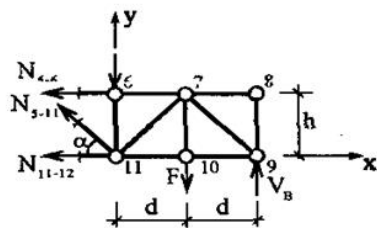


Рисунок 6.5-Равновесие правой части фермы (сечение n-n)

$$\sum M_{11} = 0$$

$$N_{5-6} \cdot h - F \cdot d + V_B \cdot 2d = 0$$

$$N_{5-6} = (F \cdot d - V_B \cdot 2d) / h = (10 \cdot 4 - 25 \cdot 2 \cdot 4) = -40 \text{ кН.}$$

Знак минус указывает на то, что стержень 5-6 - сжат.

Усилие в стержне 5-11 способом моментной точки определить нельзя, т.к. положение ее неизвестно (точка пересечения стержней 5-6 и 11-12 находится в бесконечности). Поэтому для определения усилия  $N_{5-11}$  используем способ проекций.

Спроектируем все силы, действующие на правую часть фермы, на вертикальную ось. Составим уравнение равновесия:

$$\sum F_y = 0;$$

$$N_{5-11} \cdot \sin \alpha - F - F + V_B = 0$$

$$N_{5-11} = (2F - V_B) / \sin \alpha_1$$

$$\sin \alpha_1 = \text{tg } \alpha_1 / (\sqrt{1 + \text{tg}^2 \alpha_1}) = 1 / 1,41$$

$$N_{5-11} = -7,05 \text{ кН (стержень 5-11 сжат).}$$

Для определения усилий в стержнях 7-11 и 10-11 рассечем ферму сечением m-m и рассмотрим равновесие правой отсеченной части (рис.6.6.).

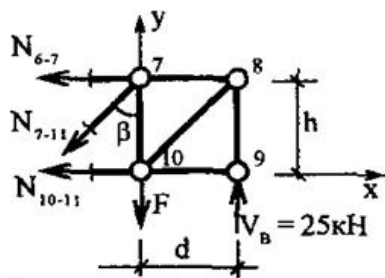


Рисунок 6.6- Равновесие правой части фермы (сечение m- m).

Для определения усилия в стержне 10-11 используем способ моментной точки. Такой точкой является узел 7. Составляем уравнение моментов относительно точки 7.

$$\sum M_7 = 0$$

$$N_{10-11} \cdot h - V_B \cdot d = 0$$

$$N_{10-11} = V_B \cdot d / h = 25 \cdot 4 / 4 = 25 \text{ кН (растянут)}$$

Для определения усилий в стержне 7-11 используем способ проекций. Спроектируем все силы на вертикальную ось и составим уравнение:

$$\sum F_y = 0;$$

Проектируя на вертикальную ось все силы, тем самым исключаем из уравнения проекций два усилия  $N_{6-7}$  и  $N_{10-11}$ , и в уравнение входит только одно неизвестное усилие:

$$N_{7-11} \cdot \cos\beta - F + V_B = 0$$

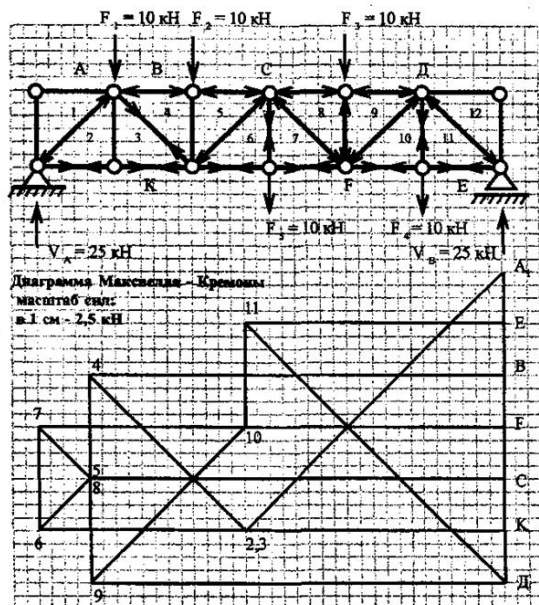
$$N_{7-11} = (F - V_B) / \cos\beta$$

$$\cos\beta = 0,707$$

$$N_{7-11} = (25 - 10) / 0,707 = 21,15 \text{ кН (стержень 7-11 растянут).}$$

### Графическим способом

Схема фермы М 1:100



3. Все полученные данные о величине и знаке усилия в стержнях фермы сводим в таблицу 2.

Таблица 2

Номер стержня	Усилия в стержне (кН)		
Аналитический расчет	Графический расчет	Аналитический расчет	Графический расчет
1-2 2-3 1-3 1-14 3-4 3-13	A-1 A-1 1-2 2-K B-4 3-4 2-	- 35,5 + 25 - 40 + 21,25	+25 -10 +10 -40
3-14 13-14 4-13 4-5 5-13	3 3-K 4-5 C-5 5-6 6-K 6-7	+25 -10 -40 -7 +45 +10	-7,05 +21,15 +25
12-13 5-12 5-8 6-11 11-12	C-8 8-9 7-F 7-8 Д-7 10-11	- 40 -10 +45 -7,05 -40	
5-11 6-7 7-10 7-11 10-11	9-10 10- F Д-12 Д-12 11-12	+10 +21,15 +25 - 35,5	
7-8 8-9 7-9 9-10	11-E	+25	

**Форма отчета:** Студент сдает самостоятельную работу преподавателю в установленный срок, отвечая на контрольные вопросы к заданию, поясняя ход выполнения работы.

### 3. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ВЫПОЛНЕНИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ РАБОТ

1. Критерии оценки выполнения самостоятельных работ.

**Оценка «отлично»** ставится, если студент выполнил работу в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ ошибок.

**Оценка «хорошо»** ставится, если студент выполнил требования к оценке "5", но допущены 2-3 недочета.

**Оценка «удовлетворительно»** ставится, если студент выполнил работу не полностью, но объем выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

**Оценка «неудовлетворительно»** ставится, если студент выполнил работу не полностью или объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов;

2. Оценивание защиты контрольных вопросов.

**Оценка «отлично»** ставится в том случае, если студент

- правильно понимает сущность вопроса, дает точное определение и истолкование основных понятий;
- строит ответ по собственному плану, сопровождает ответ новыми примерами, умеет применить знания в новой ситуации;
- может установить связь между изучаемым и ранее изученным материалом из курса «Техническая механика», а также с материалом, усвоенным при изучении других дисциплин.

**Оценка «хорошо»** ставится, если

- ответ студента удовлетворяет основным требованиям к ответу на оценку 5, но дан без использования собственного плана, новых примеров, без применения знаний в новой ситуации, без использования связей с ранее изученным материалом и материалом, усвоенным при изучении других дисциплин;



- студент допустил одну ошибку или не более двух недочетов и может их исправить самостоятельно или с небольшой помощью преподавателя.

**Оценка «удовлетворительно»** ставится, если студент

- правильно понимает сущность вопроса, но в ответе имеются отдельные пробелы в усвоении вопросов курса «Техническая механика», не препятствующие дальнейшему усвоению программного материала;
- допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов.

**Оценка «неудовлетворительно»** ставится, если студент

- не овладел основными знаниями и умениями в соответствии с требованиями программы и допустил больше ошибок и недочетов, чем необходимо для оценки 3.
- не может ответить ни на один из поставленных вопросов.

## 4 ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

### 4.1. Печатные издания:

#### Основные:

О-1. Кузьмина, Н. А. Техническая механика: учебное пособие / Н. А. Кузьмина. — Ростов-на-Дону: Феникс, 2020. — 205 с.

О-2. Молотников, В. Я. Техническая механика: учебное пособие / В. Я. Молотников. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 476 с.

#### Дополнительные:

Д-1. Аркуша, А.И. Руководство к решению задач по теоретической механике: учебное пособие / А.И. Аркуша. - М.: Высш.шк., 2000.—336с.

Д-2. Брадис, В.М. Четырехзначные математические таблицы: таблицы / В.М. Брадис. - М.: Просвещение, 2000.- 56с.

Д-3. Олофинская, В.П. Техническая механика.: учебное пособие / В.П. Олофинская. -М.: ИД "ФОРУМ"-ИНФРА-М, 2012.-352с.

Д-4. Сетков, В.И. Сборник задач по технической механике: учебное пособие / В.И. Сетков. -М.: Академия, 2010.-224 с.

Д-5. Эрдеди, А. А. Техническая механика: учебник / А.А. Эрдеди, Н.А.Эрдеди - М.: Академия, 2014.- 528 с.

### 4.2. Электронные издания (электронные ресурсы):

1. Кузьмина, Н. А. Техническая механика: учебное пособие / Н. А. Кузьмина. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2020. — 205 с. – ЭБС ЛАНЬ.

2. Молотников, В. Я. Техническая механика: учебное пособие / В. Я. Молотников. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 476 с. – ЭБС ЛАНЬ.

**ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ, ВНЕСЕННЫХ В  
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

<b>№ изменения, дата внесения, № страницы с изменением</b>	
<b>Было</b>	<b>Стало</b>
<b>Основание:</b> <b>Подпись лица, внесшего изменения</b>	