ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ИРКУТСКОЙ ОБЛАСТИ «ЧЕРЕМХОВСКИЙ ГОРНОТЕХНИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ ИМ. М.И. ЩАДОВА»

Рассмотрено на
заседании ЦК
«02» 06 2020 г.
Протокол № 10
Председатель
_________ А.К. Кузьмина

УТВЕРЖДАЮ
Зам. директора по УР
_________ Н.А. Шаманова
«23» 06 2020 г.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

для выполнения

практических работ студентов

по учебной дисциплине

ОП.02. ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

программы подготовки специалистов среднего звена

08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений

Разработал преподаватель:
Н.А. Комарова

2020 г.

СОДЕРЖАНИЕ

1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические указания по выполнению практических работ по учебной дисциплине **Техническая механика** предназначены для студентов специальности **08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений,** разработаны на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений.

Методические указания являются частью учебно-методического комплекса по дисциплине **Техническая механика** и содержат задания, указания по выполнению практических графических работ.

Перед выполнением практической работы каждый студент обязан показать свою готовность к выполнению работы: выполнить тестовое задание, упражнение, ответить на вопросы. По окончании работы студент выполняет и оформляет практическую работу в соответствии с требованиями и защищает свою работу.

<u>БАЗОВАЯ ЧАСТЬ</u>

В результате освоения дисциплины студент должен **уметь:**

В результате освоения дисциплины студент должен **уметь:**

-выполнять расчеты на прочность, жесткость, устойчивость элементов сооружений;

-определять аналитическим и графическим способами усилия, опорные реакции балок, ферм, рам;

-определять усилия в стержнях ферм;

-строить эпюры нормальных напряжений, изгибающих моментов и др.;

В результате освоения учебной дисциплины студент должен **знать:**

-законы механики деформируемого твердого тела, виды деформаций, основные расчеты;

-определение направления реакций, связи;

-определение момента силы относительно точки, его свойства;

-типы нагрузок и виды опор балок, ферм, рам;

-напряжения и деформации, возникающие в строительных элементах при работе под нагрузкой;

-моменты инерций простых сечений элементов и др.

ВАРИАТИВНАЯ ЧАСТЬ

В результате освоения дисциплины студент должен **уметь:**

- осуществлять подбор сечений балок , диаметров валов, стержней из условий прочности, используя ГОСТы.

Цель практических работ – обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных теоретических знаний; формирование умений применять полученные знания на практике, развитие общих компетенций, включающих аналитическую, проектировочную, конструктивную деятельность, формирование профессиональных компетенций, направленных на выработку таких профессионально значимых качеств, как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива.

Методические рекомендации содержат такие разделы, как:

1. Теоретическая механика
2. Сопротивление материалов

При проведении практических работ применяются следующие технологии и методы обучения:

ТЕХНОЛОГИИ	МЕТОДЫ
Обучение в сотрудничестве	Словесные
Проблемно-развивающее обучение	Наглядные
Развивающее обучение	Практические
Технология учебно-поисковой деятельности	

ТРЕБОВАНИЯ К МИНИМАЛЬНОМУ МАТЕРИАЛЬНО – ТЕХНИЧЕСКОМУ ОБЕСПЕЧЕНИЮ

Реализация учебной дисциплины осуществляется в учебном кабинете Технической механики

Оборудование кабинета:

-рабочие места по количеству обучающихся;

-рабочее место преподавателя;

-комплект учебно-наглядных пособий по технической механике;
-объемные модели по статике сооружений, сопротивлению материалов и теоретической механике, деталям машин.
-образцы деталей
техническими средствами обучения:
- компьютер;

Общие требования к выполнению и оформлению практических работ

Ход работы:

- изучить теоретический материал;
- выполнить задания;
- описать ход выполнения заданий;
- ответить на контрольные вопросы.

Выполнение практических занятий должно быть оформлено в тетради для практических работ, и включать в себя:

- номер и тему занятия;
- заполненные таблицы;
- схемы и структуры;
- необходимые выводы;
- краткие ответы на контрольные вопросы.

Критерии оценки выполнения практических заданий.

Оценка «отлично» ставится, если студент выполнил работу в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ ошибок.

Оценка «хорошо» ставится, если студент выполнил требования к оценке "5", но допущены 2-3 недочета.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если студент выполнил работу не полностью, но объем выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если студент выполнил работу не полностью или объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов;

2. Оценивание защиты контрольных вопросов.

Оценка «отлично» ставится в том случае, если студент

- правильно понимает сущность вопроса, дает точное определение и истолкование основных понятий;
- строит ответ по собственному плану, сопровождает ответ новыми примерами, умеет применить знания в новой ситуации;
- может установить связь между изучаемым и ранее изученным материалом из курса «Техническая механика», а также с материалом, усвоенным при изучении других дисциплин.

Оценка «хорошо» ставится, если

- ответ студента удовлетворяет основным требованиям к ответу на оценку 5, но дан без использования собственного плана, новых примеров, без применения знаний в новой ситуации, без использования связей с ранее изученным материалом и материалом, усвоенным при изучении других дисциплин;
- студент допустил одну ошибку или не более двух недочетов и может их исправить самостоятельно или с небольшой помощью преподавателя.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если студент

- правильно понимает сущность вопроса, но в ответе имеются отдельные пробелы в усвоении вопросов курса «Техническая механика», не препятствующие дальнейшему усвоению программного материала;
- допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если студент

- не овладел основными знаниями и умениями в соответствии с требованиями программы и допустил больше ошибок и недочетов, чем необходимо для оценки 3.
- не может ответить ни на один из поставленных вопросов.

В соответствии с учебным планом программы подготовки специалистов среднего звена по специальности по специальности 23.02.03 Техническое обслуживание и ремонт автомобильного транспорта и рабочей программой на практические работы по дисциплине **Техническая механика** отводится 50 час.

2 ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

№ п/п	Название практической работы	Кол-во часов
1.	Практическая работа № 1. Решение задач на определение равнодействующей	2
2.	Практическая работа № 2. Решение задач на определение усилий в стержнях	2
3.	Практическая работа № 3. Решение задач на определение опорных реакций в однопролетных балках	2
4.	Практическая работа № 4-5. Решение задач на определение опорных реакций в консольных балках	4
5.	Практическая работа № 6. Решение задач на определение положения центра тяжести в сложных фигурах	2
6.	Практическая работа № 7-8. Решение задач на определение продольной силы и нормального напряжения и построение эпюр	4
7.	Практическая работа № 9.Решение задач на определение удлинения	2
8.	Практическая работа № 10-11. Решение задач на расчет заклепочных, болтовых, сварных соединений	4
9.	Практическая работа № 12-13.Решение задач на определение главных центральных моментов инерции сложных сечений	4
10.	Практическая работа № 14-15 .Решение задач на построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов	4
11.	Практическая работа № 16-17. Решение задач по расчету балок на прочность	4
12.	Практическая работа № 18-19.Решение задач по расчету валов на прочность и жёсткость	4
13.	Практическая работа № 20.Решение задач по расчету на устойчивость	2
14.	Практическая работа № 21-22. Решение задач на построение эпюр продольных сил, поперечных сил и изгибающих моментов для рам	4
15.	Практическая работа №23-24. Решение задач на расчет статически определимых плоских ферм графическим методом, путем построения диаграммы Масквелла-Кремоны	4
16.	Практическая работа № 25. Решение задач на определение перемещений.	2

3 СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

Практическая работа № 1

Решение задач на определение равнодействующей

Цель: обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных теоретических знаний;

Задание: ПЛОСКАЯ СИСТЕМА СХОДЯЩИХСЯ СИЛ

Задача 1. Определить равнодействующую двух сил $\bar{P}_1$и , модули которых соответственно равны Р1 = 40 Н и Р2 = 80 Н; сила $\bar{P}_1$направлена горизонтально вправо, а образует с $\bar{P}_1$угол а = 120° (рис.1).

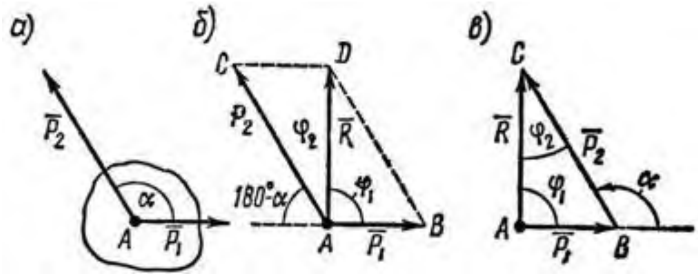


Рисунок 1.1

Задача 2. Сложить два вектора сил F1и F2,если первый из них направлен по горизонтали вправо, а второй образует с первым угол 120°Модули векторов: F1=7Н;F2=5 Н .

Задача 3. Определить модуль и направление суммарного вектора если вектор F1 направлен горизонтально вправо, а F2 составляет образует с F1 угол 120°. F1=20Н F2=40Н

Задача 4. Система трех сил находится в равновесии. Известны проекции двух сил системы на взаимно перпендикулярные оси *Ox* и *)у:*

F_{lx} = 10 кН; F_{2x} = *5* кН;

F_{1y} = - 2 кН; F_{2y} = 6 кН. Определить, чему равна и как направлена третья сила системы.

Задача 5. Определить величины и знаки проекций представленных на рис.1.2 сил.

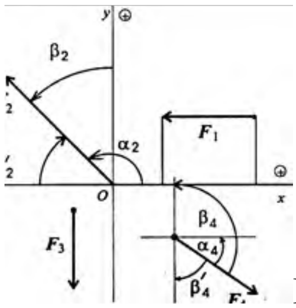
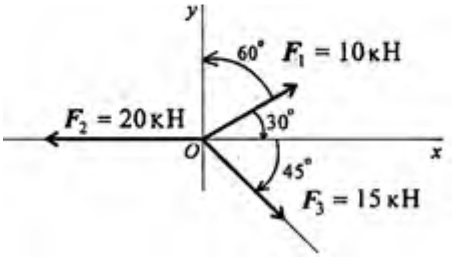


Рисунок 1.2

Задача 6. Определить величину и направление равнодействующей плоской системы сходящихся сил аналитическим способом.



Контрольные вопросы

1.Как производится графическое сложение сил, приложенных к твёрдому телу в одной точке? Влияет ли порядок сложения векторов при построении силового многоугольника на величину равнодействующей?

2.Каково направление равнодействующей силы в силовом многоугольнике?

3.Можно ли построив силовой многоугольник, сделав вывод об уравновешенности заданной системы?

4.Как определяется проекция силы на ось? В каком случае она равна нулю?

5.Каково аналитическое условие равновесия плоской системы сходящихся сил?

6.В каких случаях следует графический способ определения равнодействующей, а в каких – аналитический?

7.Как можно произвести уравновешивание плоской системы сходящихся сил?

Итог работы: Студент сдает практическую работу преподавателю в установленный срок, отвечая на теоретические вопросы, поясняя ход выполнения практической работы.

Практическая работа № 2

Решение задач на определение усилий в стержнях

Цель: обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных теоретических знаний;

Задача 1. Определить усилия в нити и стержне кронштейна, показанного на рис. *а*, если $G = 20$ кН.

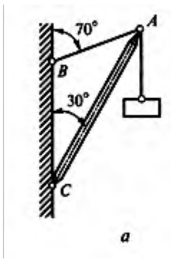
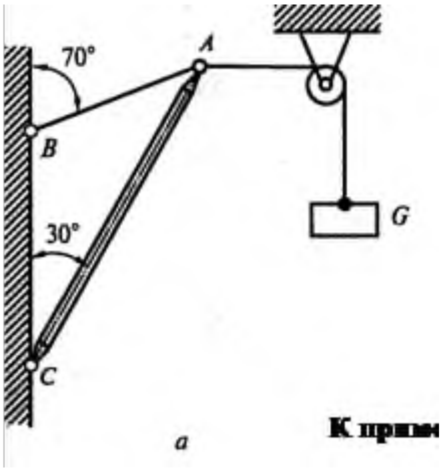


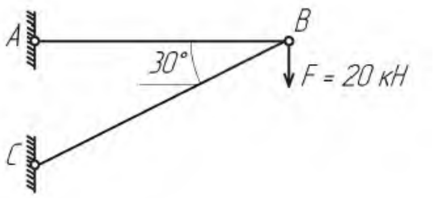
Рисунок 2.1

Задача 2. Как изменятся усилия в стержне и нити, если груз будет перекинут через блок, как показано на рис. *а*?



Пример решения задачи 3:

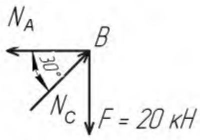
Определить усилия в стержнях.



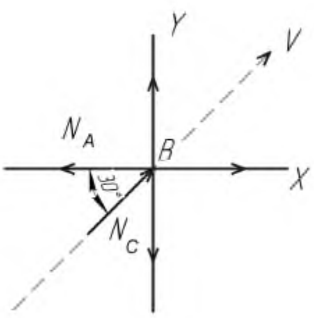
Порядок решения:

1.Выделяем узел (или точку) равновесие которого будем рассматривать. (В данном случае точку В).

2.Заменяем связи, действующие на точку, силами реакции.



3.Выбираем направление координатных осей. В принципе их можно провести как угодно. Но желательно, чтобы как можно больше число неизвестных сил было к этим осям перпендикулярно.



Ось V проводится для проверки, в конце решения задачи

4.Составляем для данной задачи уравнения равновесия и, решая их, находим неизвестные силы.

$$\begin{cases} \sum\limits_{k=1}^{n} X_K = 0 \\ \sum\limits_{k=1}^{n} Y_K = 0 \end{cases} \left| \begin{array}{l} -N_A + N_C \times \cos 30^\circ = 0 \\ -F + N_C \times \sin 30^\circ = 0 \end{array} \right.$$

5.Выражаем Nc из второго уравнения

$$-F + N_C \times \sin 30^\circ = 0$$
$$N_C = \frac{F}{\sin 30^\circ} = \frac{20}{0{,}5} = 40\text{кН}$$

Т.к. стало известно, можно решить первое уравнение.

$$-N_A + N_C \times \cos 30^\circ = 0$$
$$N_A = N_C \times \cos 30^\circ$$
$$N_A = 40 \times \cos 30^\circ$$
$$N_A = 40 \times 0{,}866 = 34{,}6\text{кН}$$

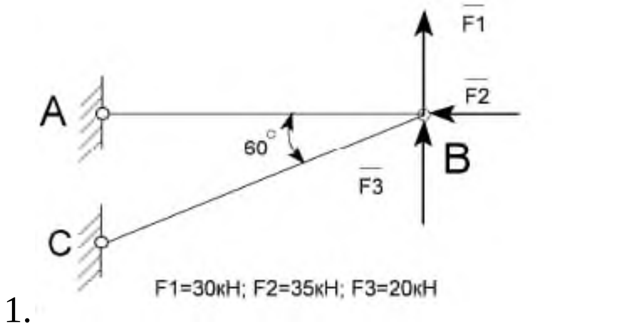
6.Для проверки правильности проведённого решения проводим произвольную ось V, не совпадающую с X и Y и составляем для нее уравнение равновесия.
Если после подставленных найденых величин, уравнение равно нулю, то задача решена верно.

$$\sum_{k=1}^{n} V_K = 0 \quad \left| \begin{array}{l} -N_A \times \cos 30^\circ - F \times \sin 30^\circ + N_C = 0 \\ -34{,}6 \times 0{,}866 - 20 \times 0{,}5 + 40 = -30 - 10 + 40 = 0 \end{array} \right.$$

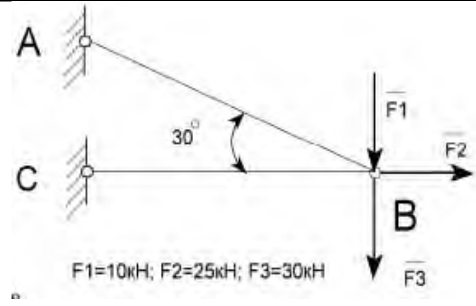
Варианты заданий :

Определить усилия в стержнях , изображенных на рисунке. Номер схемы взять соответственно вашему варианту.

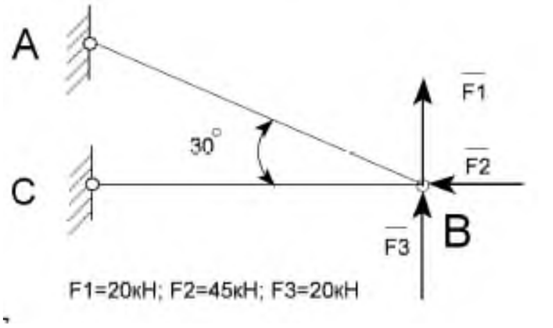
1.



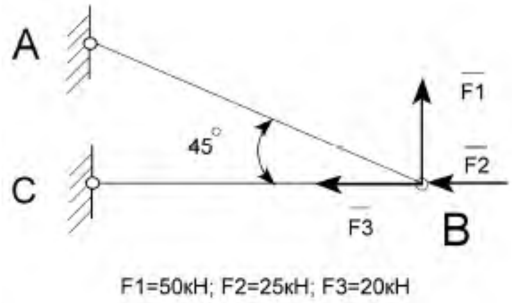
2.



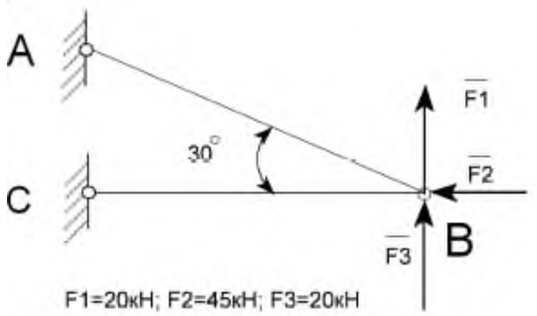
3.



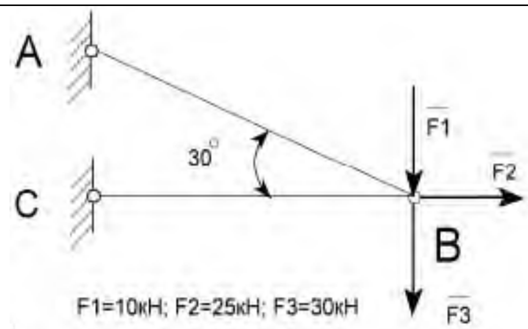
4



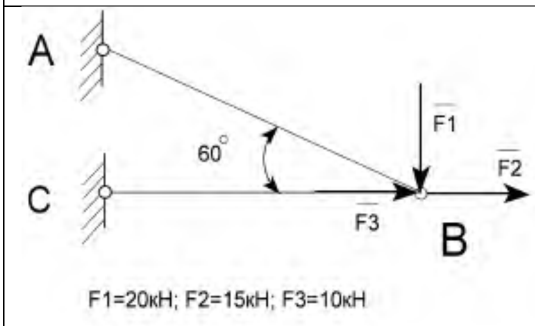
5



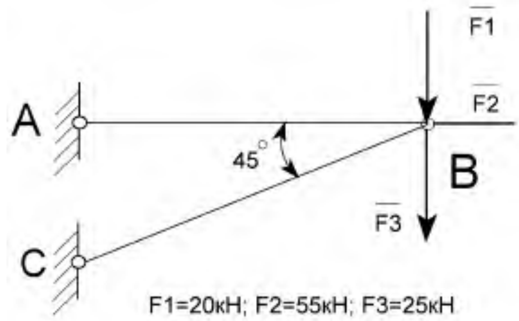
6



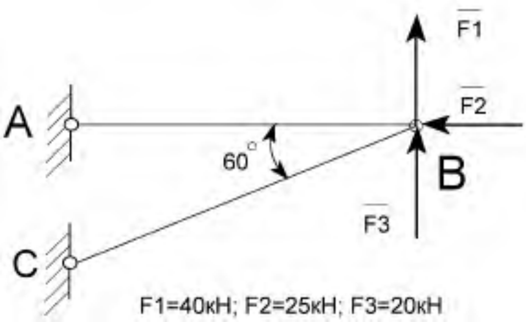
7



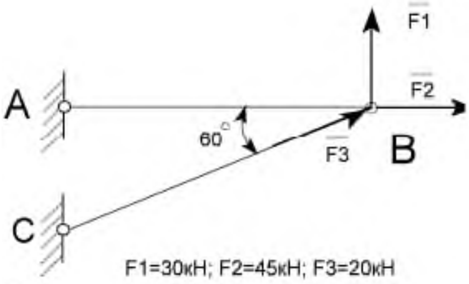
8



9



10



Контрольные вопросы:

1.Что называют главным вектором системы?

2.Чему равен главный момент системы?

3.Чему равна равнодействующая произвольной плоской системы сил?

4.Какая система сил называется пространственной?

Итог работы: Студент сдает практическую работу преподавателю в установленный срок, отвечая на теоретические вопросы, поясняя ход выполнения практической работы.

Практическая работа № 3

Решение задач на определение опорных реакций в однопролетных балках

Цель: обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных теоретических знаний;

Задание:

Задана горизонтальная двух опорная балка. Балка нагружена активными силами: сосредоточенной F, распределенной силой интенсивностью q и парой сил с моментом M (табл.3.1 и рис 3.1).

Порядок выполнения работы

1. В соответствии с заданием изобразить балку и действующие заданные силы. Выбрать расположение координатных осей: совместить ось x с балкой, а ось y направить перпендикулярно оси x.

1. Произвести необходимые преобразования: силу, наклоненную к оси балки под углом a, заменить двумя взаимно перпендикулярными составляющими, а равномерно распределенную нагрузку – её равнодействующей.
2. Освободить балку от опор, заменив их действие реакциями опор, направленными вдоль осей координат.
3. Составить уравнения равновесия балки, чтобы решением каждого из трёх уравнений было определение одной из неизвестных реакций опор.
4. Проверить правильность определения реакций опор по уравнению, которое не было использовано для решения задач.
5. Сделать вывод о наиболее нагруженной опоре.
6. Ответить на контрольные вопросы.

Пример выполнения

Задача : $q = 5$ Н/м, $F = 25$ Н, $M = 2$ Н×м, $\alpha = 60°$

2.Преобразование заданных сил:

$F_x = F \cos \alpha = 25\cos 60° = 12.500$Н, $F_y = F \sin\alpha = 25 \sin60° = 21,625$Н

$Q = q\times L = 5\times6 =30$ Н.

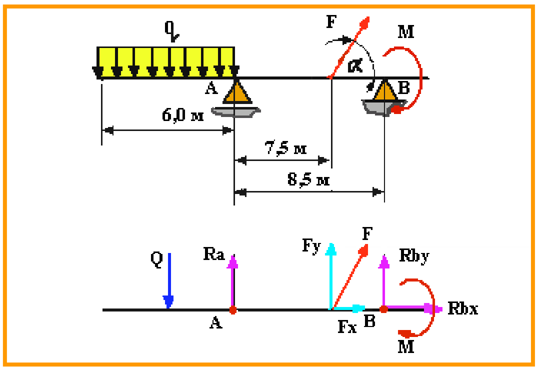


Рисунок 3.1

3.Составим расчётную схему (рис.3.1)

4.Уравнения равновесия и определение реакций опор:

а) $\sum M_{ia} = 0$; $+Q \times 3 + F_{y*}7.5 + R_B \times 8.5 - M = 0$;

$R_B = \dfrac{-Q \times 3 - Fy \times 7.5 + M}{8.5} = \dfrac{-30 \times 3 - 21{,}651 \times 7{,}5 + 2}{8{,}5} = -29{,}927$ Н

б) $\sum M_{iB} = 0$: $- R_{Ay} \times 8.5 + Q \times 5.5 - F_y \times 1 - M = 0$:

$R_{Ay} = \dfrac{-Q \times 5.5 + Fy \times 1 + M}{8{,}5} = \dfrac{-30 \times 5{,}5 + 21{,}651 \times 1 + 2}{8{,}5} = -21{,}724$ Н

в) $\sum F_{ix} = 0$: $R_{Ax} + F_x = 0$: $R_{Ax} = - F_x = - 12.500$Н.

5.Проверка:

$\sum F_{iy} = 0$; $R_{Ay} = -Q + F_y + R_B = 0$; $-21{,}724 + 30 - 21{,}625 - 29{,}927 = 0$; $0 = 0$

Вывод:

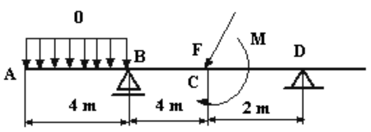
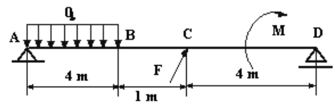
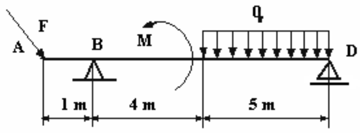
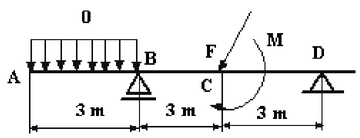
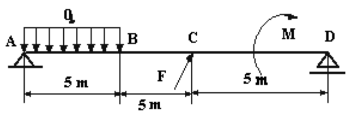
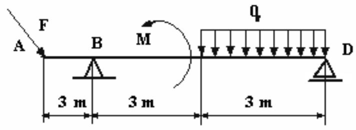
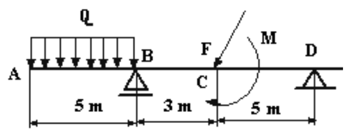
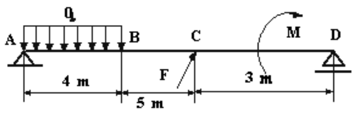
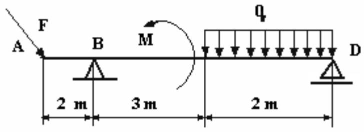
Наиболее нагруженной является опора В – R_B =29,927 Н. Нагрузка на опору А –

$R_A = \sqrt{R_{Ax}{}^2 + R_{Ay}{}^2} = \sqrt{12{,}5^2 + 21{,}724^2} = 25{,}063$ Н

Таблица 3.1

№ варианта	№ схемы на рис. 3.2	q , Н/м	F, Н	М, Н ×м	α, град
1	1	5	40	10	30
2	2	1	60	54	45
3	3	5	80	25	60
4	4	4	10	8	120
5	5	5	50	35	90
6	6	8	12	20	30
7	7	2	50	35	45
8	8	4	18	15	60
9	9	4	15	2	90

10	10	4	50	10	120
11	1	2	25	20	30
12	2	4,5	20	85	45
13	3	2,5	15	10	90
14	4	1	12	10	120
15	5	4,5	35	30	30
16	6	3,5	10	45	45
17	7	4	10	5	60
18	8	6,5	24	20	120
19	9	1,5	40	15	30
20	10	6	65	8	45
21	1	10	16	14	60
22	2	2	25	40	90
23	3	4	30	20	120
24	4	12	16	15	150
25	5	8	25	20	225

1	**2**	**3**
		
4	**5**	**6**
		
7	**8**	**9**
		

10

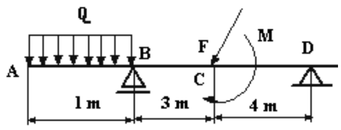


Рисунок -3.2

Контрольные вопросы:

1.Сколько независимых уравнений равновесия можно составить для плоской системы параллельных сил?

2.Какие составляющие реакции опор балок возникают в шарнирно – подвижной, шарнирно – неподвижной опорах и жёсткой заделке?

3.Какую точку целесообразно выбрать в качестве центра момента при определении реакций опор?

4.Какая система является статически неопределимой?

Итог работы: Студент сдает практическую работу преподавателю в установленный срок, отвечая на теоретические вопросы, поясняя ход выполнения практической работы.

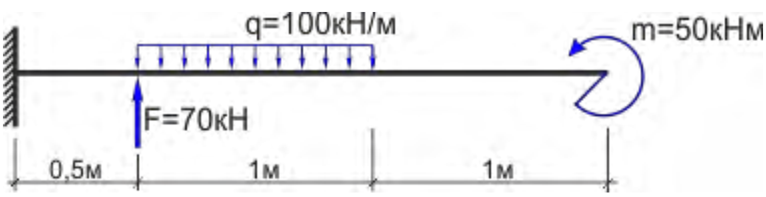
Практическая работа № 4-5

Решение задач на определение опорных реакций в консольных балках

Цель: обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных теоретических знаний;

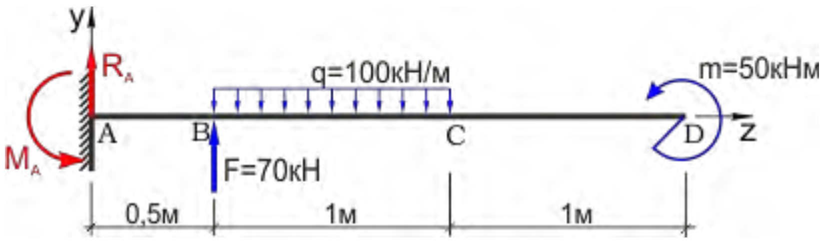
Задание: Задача

Консольная балка, нагружена сосредоточенными силой F имоментом m, а также равномерно распределенной нагрузкойq. Определить величину и направление опорных реакций в жесткой заделке.



Пример решения

В данном случае имеет место случай плоского поперечного изгиба, поэтому реакции, очевидно, также будут располагаться исключительно в плоскости чертежа. Для удобства обозначим характерные сечения балки точками A, B, C и D и установим систему координат с началом в т. A



Как известно заделка препятствует одновременно перемещению и вращению балки, поэтому в защемлении возникнут сила R и момент M.

Не зная истинного направления, направим их произвольно, например: реакцию R направим вверх, а опорный момент M против хода часовой стрелки

Для определения неизвестных усилий запишем уравнения равновесия системы (уравнения статики):

$$\sum F(y) = 0 = R_A + F - q \cdot 1$$

$$\sum m(A) = 0 = M_A + F \cdot 0{,}5 - q \cdot 1 \cdot (\frac{1}{2} + 0{,}5) + m$$

Правила знаков для сил и моментов.

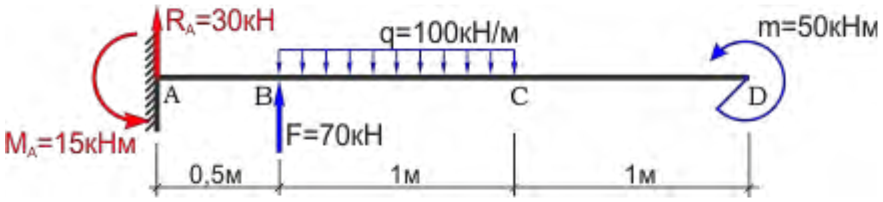
из первого уравнения определяем опорную силу

$$R_A = q \cdot 1 - F = 100 \cdot 1 - 70 = 30кН$$

из второго — момент в заделке

$$M_A = q \cdot 1 \cdot 1 - 0{,}5F - m = 100 - 0{,}5 \cdot 70 - 50 = 15кНм$$

Положительный знак найденных реакций показывает, что произвольно выбранное их направление оказалось правильным.

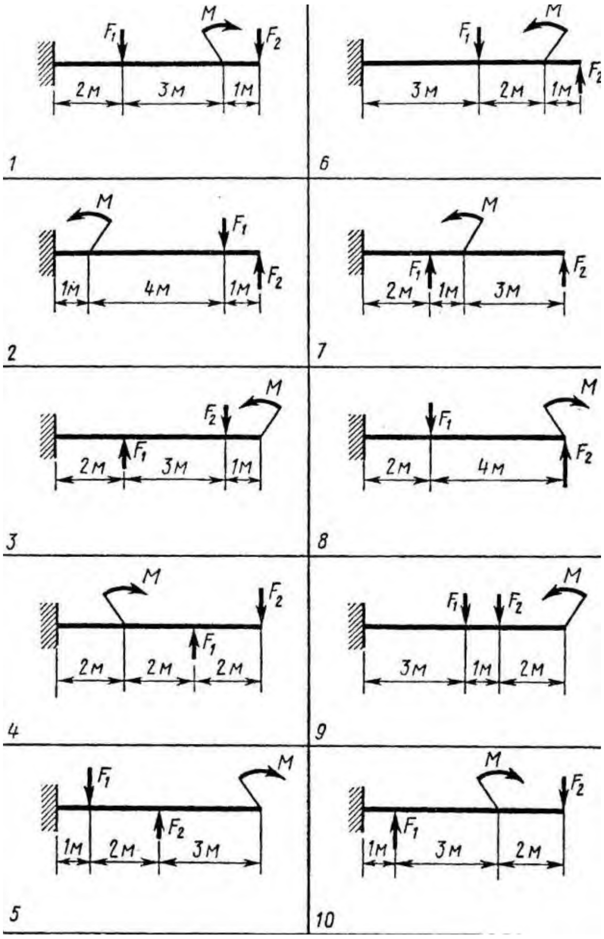


В качестве проверки полученных данных запишем уравнение суммы моментов относительно любой другой точки балки, например точки D:

$$\sum m(D) = M_A - R_A \cdot 2{,}5 - F \cdot 2 + q \cdot 1 \cdot (\frac{1}{2} + 1) + m = 15 - 30 \cdot 2{,}5 - 70 \cdot 2 + 100 \cdot 1{,}5 + 50 = 0$$

Ноль говорит о том, что опорные реакции определены верно.

Варианты заданий



Итог работы: Студент сдает практическую работу преподавателю в установленный срок, отвечая на теоретические вопросы, поясняя ход выполнения практической работы.

Практическая работа № 6

Решение задач на определение положения центра тяжести в сложных фигурах

Цель: обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных теоретических знаний;

Задание:

Пример. Определим положение центра тяжести сечения, состоящего из простых геометрических фигур (рисунок 5.1).

Дано: $a = 2{,}0$ м; $b = 3{,}0$ м; $h_1 = 4{,}0$ м; $h_2 = 3{,}0$ м; $d = 2{,}0$ м. Определить: Хс; Ус.

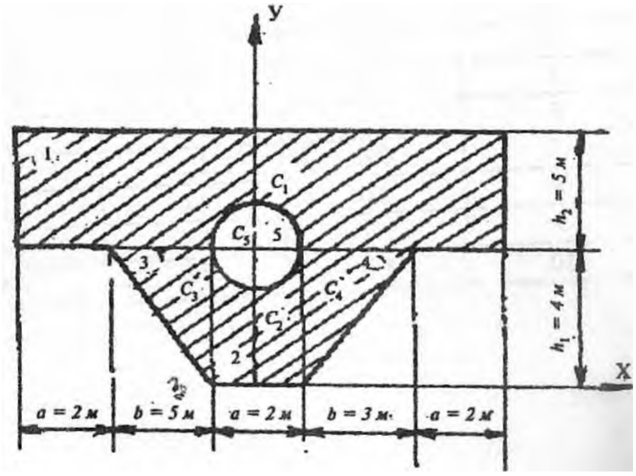


Рисунок 5.1- Сечение для расчета центра тяжести

Решение:

1. Чертим сечение в масштабе 1:200 (рис. 9).

2. Разбиваем сечение на пять фигур: два прямоугольника, два треугольника и круг. Они обозначены цифрами 1, 2, 3, 4, 5.

3. Укажем центры тяжести простых фигур: точки C_1, C_2, C_3, C_4, C_5.

4. Выбираем систему координат. Ось Х проведем через нижнюю грань сечения, а ось У совместим с осью симметрии сечения.

5. Определяем координаты центров тяжестей отдельных фигур:

точка C_1 $X_1 = 0$; $У_1 = h_1 + h_2\backslash 2 = 4 + 3\backslash 2 = 5{,}5$ м;

точка C_2 $X_2 = 0$; $У_2 = h_1 /2 = 2$ м;

точка C_3 $X_3 = -b\backslash 3 = -2{,}0$ м; $У\ 3 = 2\backslash 3 \times h_1 = 2\backslash 3\times 4 = 2{,}67$ м;

точка C_4 $X_4 = b\backslash 3 + a/2 = 2{,}0$ м; $У_4 = 2\backslash 3 \times h_1 = 2\backslash 3\times 4 = 2{,}67$ м;

точка C_5 $X_5 = 0$; $У_5 = h_1 = 4$ м.

6. Вычисляем площадь отдельных фигур:

$A_1 = (3\times a + 2\times b) \times h_2 = 12\times 3 = 36$ м²;

$A_2 = a\times h_1 = 2\times 4 = 8$ м²;

$A_3 = A_4 = 1\backslash 2\times b\times h1 = 1\backslash 2\times 3\times 4 = 6$ м²;

$A_5 = -\pi d^2\backslash 4 = -\ 3{,}14\times 2^2\backslash 4 = -3{,}14$ м².

(Площадь отверстия считаем отрицательной.) Тогда площадь всей фигуры:

$A = \sum A_R = 36 + 8 + 2\times 6 - 3{,}14 = 52{,}86$ м².

7. Вычисляем статические моменты площади относительно координатных осей:

$Sy = \sum X_R\times A_R = 0\times 36 + 0\times 8 - 2\times 6 + 2\times 6 - 0\times 3{,}14 = 0$;

$Sx = \sum У_R\times A_R = 5{,}5\times 36 + 2\times 8 + 2\times 2{,}67\times 6 - 4\times 3{,}14 = 233{,}5$ м³.

8. Вычисляем координаты центра тяжести сечения по формулам:

$$Xc = Sy\backslash A; \qquad Yc = Sx\backslash A$$

Получаем в нашей задаче:

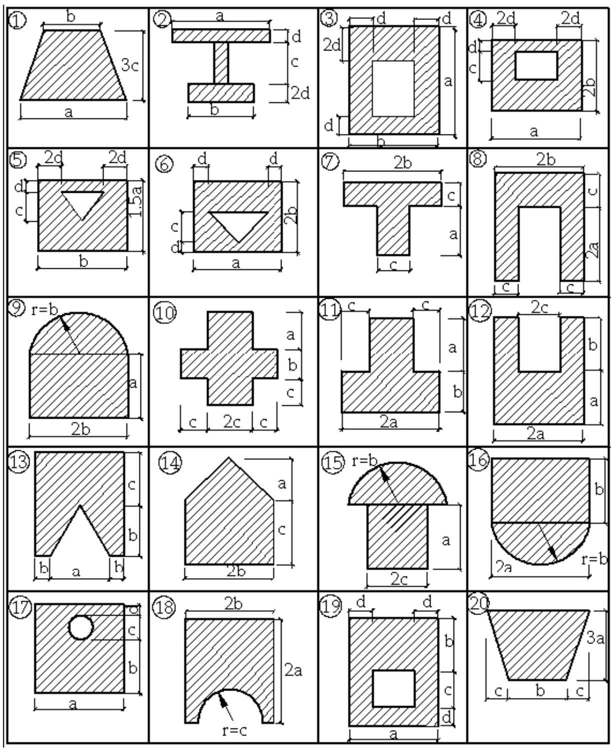
$X_c = 0$; $Y_c = 233{,}5\ м^3 / 52{,}86\ м^2 = 4{,}42$ м

9. Показываем на рис. 9 положение центра тяжести сечения С и проводим центральные оси $X_cУ$. Проверку правильности решения можно осуществить, вычислив статический момент площади относительно центральной оси Хс. Он должен быть равен нулю. Получаем:

$SX_c = 1{,}08 \times 36 - 2{,}42 \times 8 - 2 \times 1{,}75 \times 6 - 0{,}42 \times (-3{,}14) = 40{,}20 - 40{,}26 = -0{,}06 \approx 0.$

Погрешность: $\delta = 0{,}06 \backslash 40{,}26 \times 100\ \% = 0{,}15\%$.

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ:



Итог работы: Студент сдает практическую работу преподавателю в установленный срок, отвечая на теоретические вопросы, поясняя ход выполнения практической работы.

Практическая работа № 7-8

Решение задач на определение продольной силы и нормального напряжения и построение эпюр

Цель: обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных теоретических знаний;

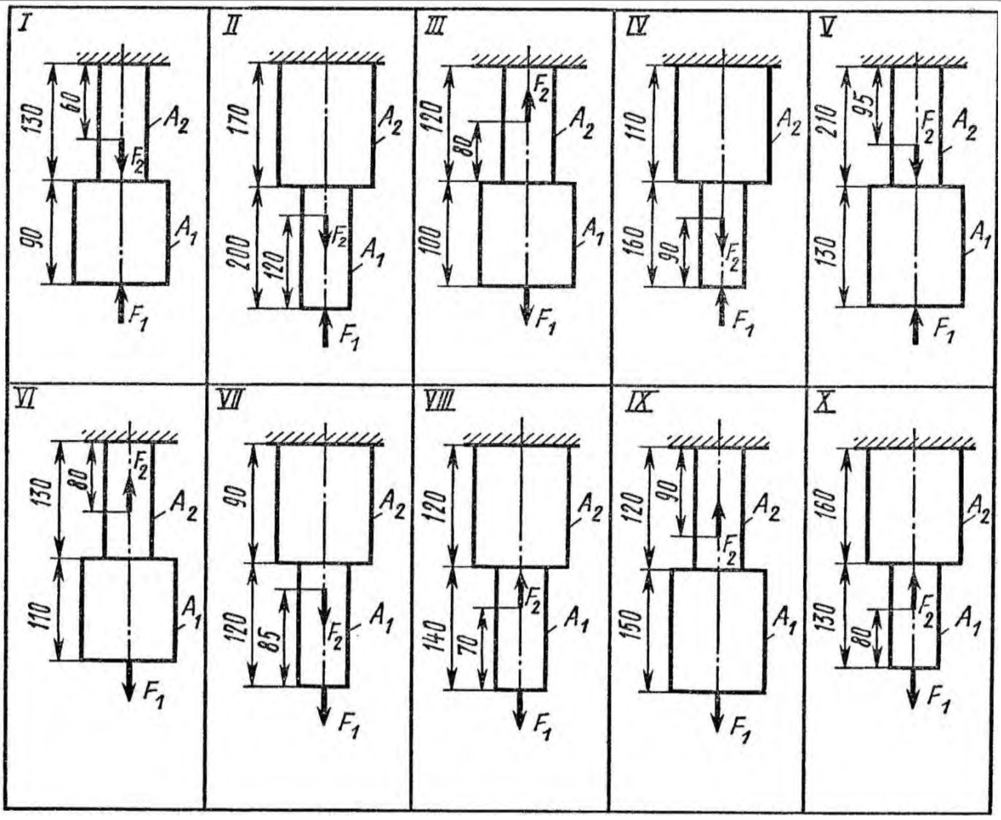
Задание:

Двухступенчатый стальной брус, длина ступеней которого указана на схеме, нагружены силами F_1 и F_2. Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений по длине бруса. Определить удлинение (укорочение) бруса, приняв $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

Задача:

Числовые значения сил F_1 и F_2, а так же площадей поперечных сечений ступеней A_1 и A_2 взять из таблицы.

Вариант	F_1, кН	F_2, кН	A_1, см^2	A_2, см^2
1	22,0	30,6	2,7	2,1
2	16,0	8,0	1,4	0,4
3	3,5	12,0	2,5	1,8
4	15,0	30,0	2,1	1,6
5	10,0	20,0	1,2	0,8
6	12,0	30,0	2,1	2,5
7	14,0	16,0	2,4	2,8
8	6,0	3,0	0,4	0,8
9	10,8	29,0	1,8	2,0
10	3,3	8,0	0,4	0,5



Итог работы: Студент сдает практическую работу преподавателю в установленный срок, отвечая на теоретические вопросы, поясняя ход выполнения практической работы.

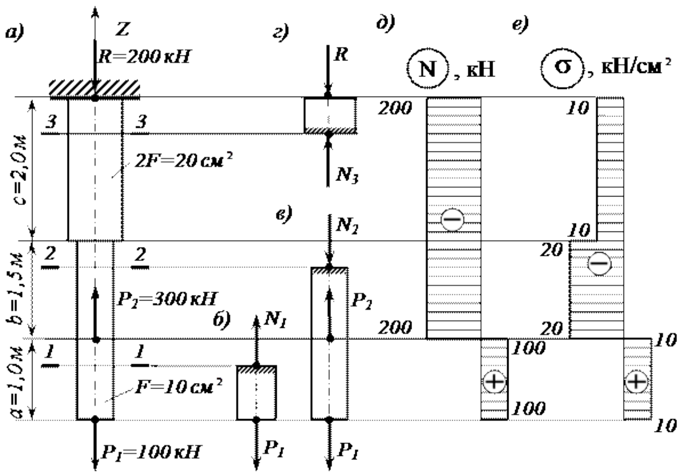
Практическая работа № 9

Решение задач на определение удлинения

Цель: обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных теоретических знаний;

Задание:

Пример задачи на растяжение и сжатие



Стальной стержень (модуль Юнга $E = 2 \cdot 10^4$ кН/см2) с размерами а = 100 см ; b=150 см; c= 200 см.см; см, и площадью поперечного сечения нижнего участка $F_н = F = 10$ см2, а верхнего – $F_в = 2F = 20$ см2 нагружен внешними осевыми силами $P_1 = 100$ кН и $P_2 = 300$ кН. Построить эпюры продольных сил N и нормальных напряжений σ_z. Оценить прочность стержня, если предельное напряжение (предел текучести) $\sigma_т = 24$ кН/см2, а допускаемый коэффициент запаса $[n] = 1,5$. Найти удлинение стержня Δl .

Расчетная схема для задачи на растяжение и сжатие (см.рис.7)

Определяем значение опорной реакции R, возникающей в заделке

Учитывая, что $P_2 > P_1$, направим опорную реакцию R вниз. Тогда из уравнения равновесия $\sum Z = 0$ находим:

$-R + P_2 - P_1 = 0; \quad R = P_2 - P_1 = 300 - 100 = 200$ кН.

Строим эпюру продольных сил N

Разбиваем длину стержня на три участка. Границами участков являются сечения, в которых приложены внешние силы и (или) изменяется размер поперечного сечения стержня.

Воспользуемся методом сечений. Делаем по одному сечению в произвольном месте каждого из трех участков стержня.

Сечение 1 – 1. Отбросим (или закроем листком бумаги) верхнюю часть стержня (рис. 7, б). Само сечение 1 – 1 мысленно считаем неподвижным. Мы видим, что внешняя сила P_1 растягивает рассматриваемую нижнюю часть стержня. Отброшенная нами верхняя часть стержня противодействует этому растяжению. Это противодействие мы заменим внутренней продольной силой N_1, направленной от сечения и соответствующей растяжению. Разрушения стержня не произойдет только в том случае, если возникающая в сечении 1 – 1 внутренняя продольная сила N_1 уравновесит внешнюю силу P_1. Поэтому очевидно, что

$N_1 = P_1 = 100$ кН.

Сечение 2 – 2. Внешняя сила P_1 растягивает рассматриваемую нами нижнюю часть стержня, а сила P_2 ее сжимает (напомним, что 2 – 2 мы мысленно считаем неподвижным). Причем, согласно условию задачи, $P_2 > P_1$. Чтобы уравновесить эти две силы, в сечении 2 – 2 должна возникнуть внутренняя сила N_2, противодействующая сжатию, то есть направленная к сечению. Она равна:

$N_2 = P_2 - P_1 = 300 - 100 = 200$ кН.

Сечение 3 – 3. Отбросим теперь часть стержня, расположенную ниже этого сечения. Внутренняя продольная сила N_3 должна уравновесить внешнюю (реактивную) сжимающую силу R. Поэтому она направлена к сечению и равна:

$N_3 = R = 200$ кН.

Легко убедиться в том, что полученный результат не изменится, если мы отбросим не нижнюю, а верхнюю часть стержня. В этом случае продольная сила N_3 также противодействует сжатию. Она равна:

$N_3 = P_2 - P_1 = 300 - 100 = 200$ кН.

При построении эпюры продольных сил N будем пользоваться следующим правилом знаков: внутренняя продольная сила, возникающая в поперечном сечении стержня, считается положительной, если она противодействует растяжению стержня, и отрицательной, если она противодействует его сжатию. Оно вводится для того, чтобы можно было наглядно видеть, какая часть стержня испытывает деформацию растяжения, а какая часть – деформацию сжатия. Это обстоятельство может оказаться крайне важным, в частности для стержней из хрупкого материала, которые имеют разные допускаемые напряжения на растяжение и на сжатие.

Таким образом, мы установили, что в любом сечении нижнего участка стержня внутренняя продольная сила противодействует растяжению и равна $N_1 = +100$ кН. В любом сечении среднего и верхнего участков стержня имеет место деформация сжатия, поэтому $N_2 = N_3 = -200$ кН.

Для построения эпюры продольных сил N проводим тонкой линией ось, параллельную оси стержня z (рис. 3.2, д). Вычисленные значения продольных сил в выбранном масштабе и с учетом их знака откладываем от этой вертикальной оси. В пределах каждого из участков стержня продольная сила остается постоянной, поэтому мы как бы «заштриховываем» горизонтальными линиями соответствующий участок.

Отметим, что каждая линия «штриховки» (то есть ордината эпюры) в принятом масштабе дает значение продольной силы в соответствующем поперечном сечении стержня.

Полученную эпюру обводим жирной линией.

Анализируя полученную эпюру, мы видим, что в местах приложения внешних сил на эпюре N имеет место скачкообразное изменение продольной силы на величину, равную значению соответствующей внешней силы. Причем изменение поперечного размера стержня, как это видно из рис. 3.2, д, никак не сказывается на характере эпюры N.

Строим эпюру нормальных напряжений σ_z

Нормальное напряжение, возникающее в k–м поперечном сечении стержня при растяжении (сжатии), вычисляется по следующей формуле

$$\sigma_{z_k} = N_k / F_k,$$

где N_k и F_k – продольная сила и площадь k–го поперечного сечения стержня соответственно.

В первом поперечном сечении стержня нормальное напряжение равно

$$\sigma_{z_1} = \frac{N_1}{F_1} = \frac{N_1}{F} = +\frac{100}{10} = +10 \text{ кН/см2,}$$

во втором –

$$\sigma_{z_2} = \frac{N_2}{F_2} = \frac{N_2}{F} = -\frac{200}{10} = -20$$ кН/см2,

в третьем –

$$\sigma_{z_3} = \frac{N_3}{F_3} = \frac{N_3}{2F} = -\frac{200}{20} = -10$$ кН/см2.

Строим по вычисленным значениям эпюру σ_z (рис. 7, е). В пределах каждого из участков стержня напряжения постоянны, то есть эпюра напряжений параллельна оси. Заметим, что в отличие от эпюры N, на эпюре σ_z «скачок» имеет место не только в местах приложения внешних сил, но и там, где происходит изменение размеров поперечного сечения стержня.

Оцениваем прочность стержня

Сопоставляем наибольшее (по модулю) нормальное напряжение σ_{z_2}, которое в нашем примере возникает во втором сечении стержня, с допускаемым напряжением $[\sigma]$. Напомним, что допускаемое напряжение представляет собой долю от предельного напряжения $\sigma_{пр}$, то есть от напряжения, при котором начинается разрушение материала. Разрушение стали, как пластичного материала, начинается при появлении значительных остаточных деформаций. Поэтому для стали предельное напряжение равно пределу текучести: $\sigma_{пр} = \sigma_{т}$. Тогда

$$[\sigma] = \sigma_{т}/[n] = 24/1.5 = 16$$ кН/см2.

Условие прочности имеет вид $\sigma_z^{max} \le [\sigma]$. В нашем случае

$$\sigma_z^{max} = |\sigma_{z_2}| = 20$$ кН/см2 > $[\sigma] = 16$ кН/см2,

следовательно, прочность стержня на втором участке не обеспечена.

Таким образом, площадь поперечного сечения стержня на втором участке, равную $F_2 = F = 10$ см2, нам необходимо увеличить.

Несложный анализ показывает, что на других участках стержня условие прочности выполняется.

Из условия прочности определяем требуемую площадь поперечного сечения стержня на втором участке:

$$F_2^{треб} \ge |N_2|/[\sigma] = 200/16 = 12.5$$ см2.

Принимаем на втором участке $F_2 = 12,5$ см2.

Вычисляем удлинение всего стержня Δl

При переменных по длине стержня значениях продольной силы и площади поперечного сечения удлинение вычисляется по формуле

$$\Delta l = \sum_k \frac{N_k l_k}{EF_k},$$

где Е – модуль Юнга, а l_k – длина соответствующего участка стержня.

Тогда

$$\Delta l = \frac{N_1 l_1}{EF_1} + \frac{N_2 l_2}{EF_2} + \frac{N_3 l_3}{EF_3} = \frac{100 \cdot 100}{2 \cdot 10^4 \cdot 10} - \frac{200 \cdot 150}{2 \cdot 10^4 \cdot 12,5} - \frac{200 \cdot 200}{2 \cdot 10^4 \cdot 20} = -0,17$$ см.

Таким образом, длина стержня уменьшается на $1,7$ мм.

Итог работы: Студент сдает практическую работу преподавателю в установленный срок, отвечая на теоретические вопросы, поясняя ход выполнения практической работы.

Практическая работа № 10-11

Решение задач на расчет заклепочных, болтовых, сварных соединений

Цель: обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных теоретических знаний;

Задание:

1. Повторить по учебнику тему «Срез и смятие».
2. Выпишите данные для вашего варианта (согласно нумерации в журнале).

№ варианта	F, Кн	h, мм	№ варианта	F, Кн	h, мм	№ варианта	F, Кн	h, мм
1	3	3	**11**	3	3	**21**	3	3
2	4	4	**12**	4	4	**22**	4	4
3	5	5	**13**	5	5	**23**	5	5
4	6	6	**14**	6	6	**24**	6	6
5	7	7	**15**	7	7	**25**	7	7
6	3	3	**16**	3	3	**26**	3	3
7	4	4	**17**	4	4	**27**	4	4
8	5	5	**18**	5	5	**28**	5	5
9	6	6	**19**	6	6	**29**	6	6
10	7	7	**20**	7	7	**30**	7	7

3. Рассмотрите пример решения.

Пример. Проверить прочность стержня на растяжение его головки на срез и опорной поверхности под головкой на смятие, если допускаемые напряжения

$[\sigma_p] = 110$ Н/мм^2, $[\tau_{ср}] = 60$ Н/мм^2 и $[\sigma_{см}] = 120$ Н/мм^2 .

Решение

1. Диаметр стержня $d = 5$ мм, следовательно, площадь поперечного сечения стержня

$A = \pi\, d^2/4 = \pi\, 5^2/4 = 19,6$ мм^2, а нормальная сила в этом сечении $N = F = 2$ кН = 2000 Н.

Рабочее напряжение в поперечном сечении $\sigma = N/ A = 2000 / 19,6 = 102$ Н/ мм^2 $< [\sigma_p]$.

2. Головка стержня может быть срезана по цилиндрической поверхности диаметром $d = 5$ мм и высотой $h = 2$ мм, т.е. $A_{ср} = \pi\, dh = \pi\, 5 \cdot 2 = 31,4$ мм ^{2}.

Следовательно, при $Q = F$ рабочее напряжение среза $[\tau_{ср}] = Q / A_{ср} = 2000 / 31,4 = 63,7$ Н/ мм ^{2} $> [\tau_{ср}]$.

Перегрузка составляет $[(63,7 – 60) / 60] \cdot 100\% = 6,33$ %, что не допустимо. Необходимо, либо снизить нагрузку, либо взять стержень с более высокой головкой.

3. Поверхность контакта между головкой стержня и опорой имеет форму плоского кольца, т.е. $A_{см} = [\pi\, (D^2 – d^2)] / 4$.

Рабочее напряжение определяем по формуле

$$\sigma_{см} = (F \cdot 4) / [\pi\, (D^2 – d^2)] = 2000 \cdot 4 / [\pi\, (8^2 – 5^2)] = 65 \text{ Н/ мм}^2 < [\sigma_{см}].$$

4. Решите свой вариант. 5. Ответьте на вопросы. 6. Сделайте вывод.

Контрольные вопросы:

1.Что такое допускаемое напряжение и как оно выбирается в зависимости от свойств материалов?

2.Как можно данную статически определимую систему превратить в статически неопределимую?

3.На каких допущениях основаны расчеты на срез и смятие?

4.Как определяется площадь смятия, если поверхность смятия: *а)* плоская; *б)* цилиндрическая?

Итог работы: Студент сдает практическую работу преподавателю в установленный срок, отвечая на теоретические вопросы, поясняя ход выполнения практической работы.

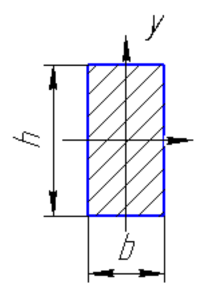
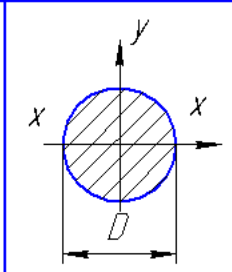
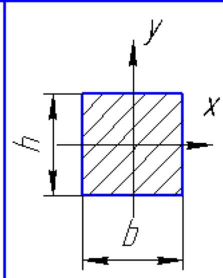
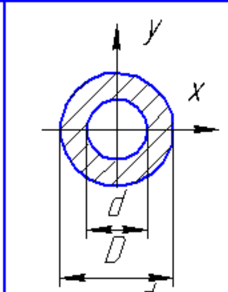
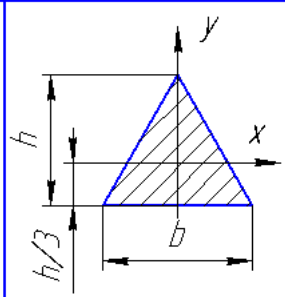
Практическая работа № 12-13

Решение задач на определение главных центральных моментов инерции сложных сечений

Цель: обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных теоретических знаний;

Задание:

Моменты инерции простых сечений

	Прямоугольник	Круг	Квадрат	Кольцо	Равнобедренный треугольник
Вид сечения			 $b = h$	 $c = \frac{d}{D}$	
J_x	$\frac{bh^3}{12}$	$J_x = J_y = \frac{\pi D^4}{64}$	$J_x = J_y = \frac{b^4}{12}$	$J_x = J_y = \frac{\pi D^4}{64}(1-c^4)$	$\frac{bh^3}{36}$
J_y	$\frac{hb^3}{12}$				$\frac{hb^3}{48}$

Положение главных центральных осей и величины главных центральных моментов инерции для симметричных сечений определяются в следующем порядке:

1. Сложное сечение разбивается на простые фигуры (круг, прямоугольник, двутавр, уголок и т.п.) и проводятся их центральные оси Z_i и Y_i (как правило – горизонтально и вертикально).

2. Определяется по формулам положение центра тяжести всего сечения и через эту точку проводятся его центральные оси Z и Y. При наличии двух осей симметрии центр тяжести всего сечения находится в точке их пересечения.

Если сечение обладает только одной осью симметрии, то по формулам определяется только одна координата центра тяжести. Поясним это для фигуры, показанной на рис. 9.1:

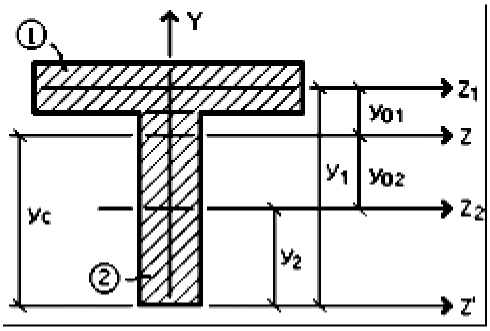


Рисунок 9.1

а) оси Z' и Y' выбираем так, чтобы ось Y' совпала с осью симметрии фигуры, а ось Z' – чтобы было удобно определить расстояние до этой оси от центральных осей простых фигур;

б) определяем статический момент площади сечения относительно произвольной оси Z' по формуле:

$$S_{Z'} = \sum_{i=1}^{i=n} (A_i y_i) = A_1 y_1 + A_2 y_2,$$

где A_i– площади сечений простых фигур; y_i– расстояния от произвольной осиZ' до центральных осей простых фигурZ_i. Расстояния y_iнеобходимо брать с учетом знаков;

в) определяем координату y_C центра тяжести по формуле :

$$y_C = \frac{S_{Z'}}{A} = \frac{\sum (A_i y_i)}{\sum A_i} = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2}{A_1 + A_2};$$

г) на расстоянии y_Cот осиZ′проводим вторую центральную осьZ. Первой центральной осью является ось симметрии Y.

3. Моменты инерции относительно главных центральных осейZиY определяем по формулам (5.9), которые в развернутом виде запишутся так:

$$I_Z = (I_{Z1} + A_1 y_{01}^2) + (I_{Z2} + A_2 y_{02}^2),$$

$$I_Y = (I_{Y1} + A_1 z_{01}^2) + (I_{Y2} + A_2 z_{02}^2),$$

$I_{ZY} = 0,$ так как одна из рассматриваемых осей (ось Y) является осью симметрии.

В этих формулах:

I_{Zi}, I_{Yi} – осевые моменты инерции простых фигур относительно своих центральных осей (собственные моменты инерции), которые определяются по формулам или по таблицам сортаментов для прокатных элементов;

y_{0i}, z_{0i} – расстояния от общих центральных осей сечения Z и Y до центральных осей простых фигур. В рассматриваемом примере $z_{01} = z_{02} = 0$, y_{01} и y_{02} показаны на рис. 9.1;

A_i – площади простых фигур. Если простой фигурой является фигура, вырезанная от общей, т.е. "пустая" фигура, то в соответствующие формулы площади таких фигур A_i и их собственные моменты инерции I_{Zi}, I_{Yi}, $I_{Zi\,Yi}$ подставляются со знаком "минус".

Пример решения задачи

Требуется определить главные центральные моменты инерции сечения, изображенного на рис. 9.2.

РЕШЕНИЕ:

1. Разбиваем сечение на простые фигуры и проводим их горизонтальные и вертикальные центральные оси Z_i и Y_i

2. Проводим центральные оси для всей фигуры, т.е. оси симметрии Z и Y.

3. Определяем расстояния от общих центральных осей Z и Y до центральных осей простых фигур и площади этих фигур:

$$z_{01} = 0;\ z_{02} = 0;\ z_{03} = 0;\ z_{04} = 9 \text{ см};\ z_{05} = -9 \text{ см};$$

$$y_{01} = 0;\ y_{02} = 14 \text{ см};\ y_{03} = -14 \text{ см};\ y_{04} = 0;\ y_{05} = 0;$$

$$A_1 = 24 \times 48 = 1152 \text{ см}^2;\quad A_2 = A_3 = \frac{\pi \times d^2}{4} = \frac{\pi \times 10^2}{4} = 78{,}5 \text{ см}^2;$$

$$A_4 = A_5 = \frac{18 \times 9}{2} = 81 \text{ см}^2.$$

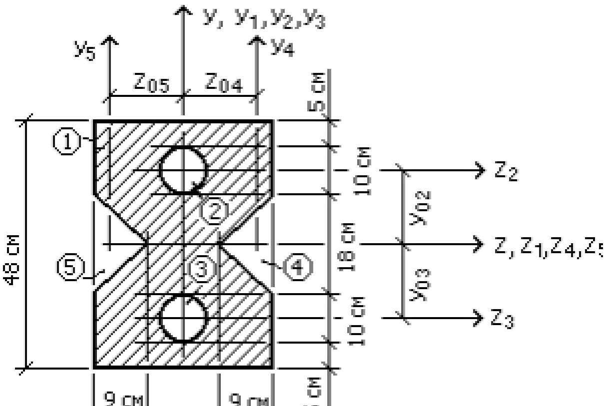


Рисунок 9.2

4. Вычисляем собственные центральные моменты фигур по формулам

$$I_{Z1} = \frac{24 \times 48^3}{12} = 221184 \text{ см}^4;$$

$$I_{Y1} = \frac{48 \times 24^3}{12} = 55296 \text{ см}^4;$$

$$I_{Z2} = I_{Z3} = I_{Y2} = I_{Y3} = \frac{\pi \cdot d^4}{64} = \frac{\pi \cdot 10^4}{64} = 492 \text{ см}^4;$$

$$I_{Z4} = I_{Z5} = \frac{9 \cdot 18^3}{48} = 1092 \text{ см}^4;$$

$$I_{Y4} = I_{Y5} = \frac{18 \cdot 9^3}{36} = 365 \text{ см}^4.$$

5. Определяем осевые моменты инерции всего сечения относительно центральных осей ZиY:

$$I_Z = (I_{Z1} + A_1 \cdot y_{01}^2) - 2 \cdot (I_{Z2} + A_2 \cdot y_{02}^2) - 2 \cdot (I_{Z4} + A_4 \cdot y_{04}^2) =$$
$$= (221184 + 0) - 2 \cdot (492 + 14^2 \cdot 78{,}5) - 2 \cdot (1092 + 0) =$$
$$= 221184 - 2 \cdot (492 + 15370) - 2184 = 187276 \text{ см}^4;$$

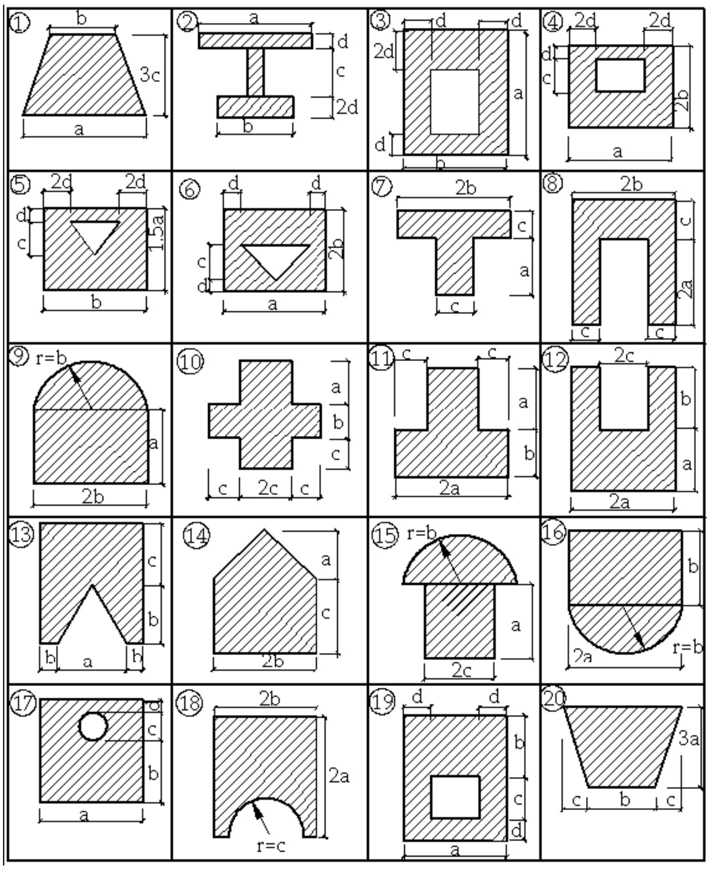
$$I_Y = (I_{Y1} + A_1 \cdot z_{01}^2) - 2 \cdot (I_{Y2} + A_2 \cdot z_{02}^2) - 2 \cdot (I_{Y4} + A_4 \cdot z_{04}^2) =$$
$$= (55296 + 0) - 2 \cdot (492 + 0) - 2 \cdot (365 + 9^2 \cdot 81) =$$
$$= 55296 - 984 - 2 \cdot (365 + 6561) = 40060 \text{ см}^4.$$

Центробежный момент инерции $I_{ZY} = 0,$ так какZиY– оси симметрии. Поэтому вычисленные намиI_ZиI_Y поэтому являются главными центральными осями:

$$I_{max} = I_Z = 187276 \text{ см}^4;$$

$$I_{minY} = I \quad = 40060 \text{ см}^4.$$

Варианты заданий:



Контрольные вопросы:

1. Что называется статическим моментом площади относительно оси?

2. Относительно каких осей статический момент площади равен нулю?
3. Как определяется статический момент площади сложной формы относительно оси?
4. Напишите формулы для определения координат центра тяжести сечения сложной формы.
5. Что называется осевым, центробежным и полярным моментами инерции сечения?
6. Относительно каких осей центробежный момент инерции сечения равен нулю?
7. Какие оси называются главными?
8. Приведите формулы для определения моментов инерции наиболее распространенных простых фигур относительно их центральных осей.
9. По каким формулам определяются моменты инерции площадей при параллельном переносе осей?
10. По каким формулам определяются осевые и центробежный моменты инерции сечения сложной формы?
11. Как определяются величины главных центральных моментов инерции для сечений, не имеющих оси симметрии?
12. Как определяется положение главных центральных осей инерции для сечений, не имеющих осей симметрии?

Итог работы: Студент сдает практическую работу преподавателю в установленный срок, отвечая на теоретические вопросы, поясняя ход выполнения практической работы.

Практическая работа № 14-15

Решение задач на построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов

Цель: обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных теоретических знаний;

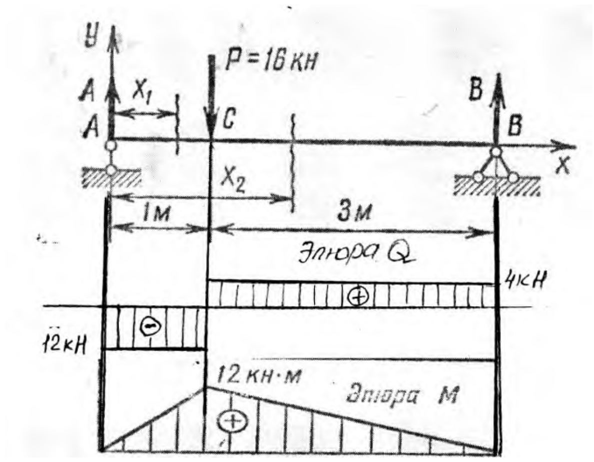
Задание:

Указания к выполнению работы:

1. Повторить по учебнику тему «Прямой изгиб».
2. Выберите схемы для вашего варианта (согласно нумерации в журнале).

Пример решения задачи:

Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов для балки, изображенной на рис. 1



Решение. Определяем опорные реакции:

$\Sigma M_A = 0$; $-P x 1 + R_B\ x 4 = 0$, откуда $R_B = \frac{P x 1}{4} = 4$ кН

$R_B = 4$ кН

$\Sigma M_B = 0$; $-R_A\ x 4 + P x 3 + = 0$, откуда $-R_A = \frac{-P x 3}{4} = -12$ кН (:(-1))

$R_A = 12$ кН

Проверка правильности найденных значений опорных реакций проводится по уравнению суммы проекций всех сил на вертикальную ось Y:

$\Sigma F_{\mathbf{Y}} = 0$; $R_A - P + R_B = 4 - 16 + 12 = 0$.

Отсюда заключаем, что опорные реакции по величине и направлению определены правильно.

Для построения эпюр поперечных сил и изгибающих моментов применяем метод сечений.

Балку условно представим состоящей из 2 участков: первый участок расположен от точки ***A*** до точки С; второй— от точки ***C*** до точки ***B***. Определим значения поперечных сил для каждого участка балки. На первом участке произвольно выберем сечение на расстоянии $\boldsymbol{x_x}$ от опоры ***A***.

Слева от сечения на балку действует одна внешняя сила R_A (опорная реакция), которая стремится повернуть левую часть балки относительно точки, лежащей в проведенном сечении по часовой стрелке. Следовательно, сила R_A вызывает **отрицательную** (по ходу часовой стрелки) поперечную силу:

$Q_{Z1} = R_A = 12$ кН

На втором участке балки произвольно выберем сечение на расстоянии $\boldsymbol{x_г}$ от опоры ***A***. Слева от сечения на балку действуют две внешние силы R_A и ***P***. Сила R_A**,** как и на первом участке, вызывает отрицательную поперечную силу, а сила ***P***, стремящаяся повернуть левую часть балки относительно точки, лежащей в проведенном сечении, против часовой стрелки, вызывает положительную поперечную силу:

$Q_{Z2} = -R_A + P = -12+16 = 4$ кН

Эпюра поперечных сил приведена на рисунке.

Определим значения изгибающих моментов для каждого участка балки.

Мысленно защемим отсеченную левую часть балки в проведенном сечении на первом участке.

Сила R_A изгибает отсеченную часть балки относительно проведенного сечения выпуклостью вниз, следовательно, сила R_A дает положительный изгибающий момент:

$M_{И\,Z1} = R_A \times Z_1 \qquad 0м \le Z_1 \le 1м$

при $Z_1 = 0 \qquad 12x\ 0 = 0$ Кн·м

при $Z_1 = 1 \qquad 12 \times 1 = 12$ Кн·м

(независимо от полученного знака смотрим знаки - +)

Аналогично, мысленно защемим отсеченную левую часть в проведенном сечении на втором участке.

Сила R_A**,** как и на первом участке, дает положительный изгибающий момент.

Сила ***P*** изгибает отсеченную часть балки относительно проведенного сечения выпуклостью вверх, следовательно, сила ***P*** дает отрицательный изгибающий момент

$M_{ИZ2} = -R_A \times Z_2 + P(Z_2 - \mathbf{1}) \qquad 1м \le Z_2 \le 4м$

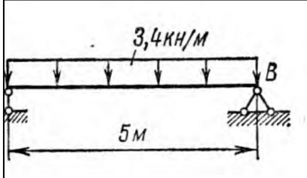
и на этом участке изгибающий момент изменяется по закону прямой линии, для построения которой также достаточно знать два его значения:

при $Z_2 = 1 \qquad -12 + 16\,(1-1) = -12$ кН·м

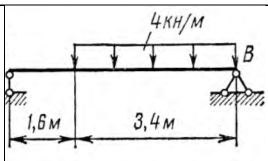
при $Z_2 = 4 \qquad -12 \times 4 + 16\,(4-1) = 0$ кН·м

Эпюра изгибающих моментов приведена на рисунке.

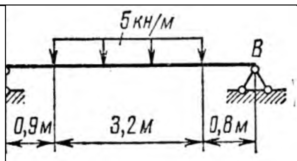
ВАРИАНТЫ схем



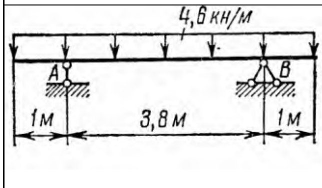
1



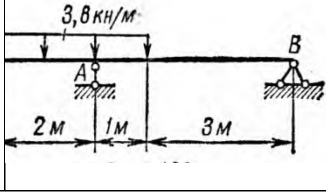
2



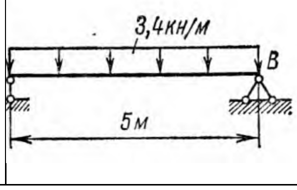
3



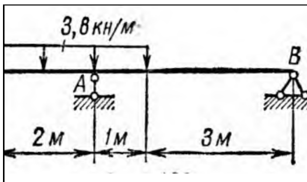
4



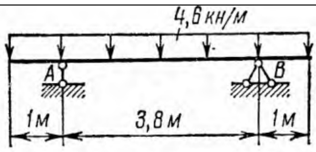
5



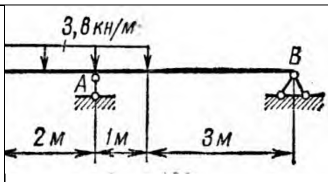
6



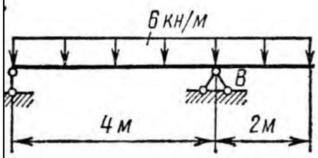
7



8



9



10

Контрольные вопросы:

1.Чему равна поперечная сила поперечная сила в сечении бруса?

2. Чему равен изгибающий момент в любом поперечном сечении бруса?

Итог работы: Студент сдает практическую работу преподавателю в установленный срок, отвечая на теоретические вопросы, поясняя ход выполнения практической работы.

Практическая работа № 16-17

Решение задач по расчету балок на прочность.

Цель: обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных теоретических знаний;

Задание:

Рассчитать на прочность по методу предельных состояний двутавровую прокатную балку. Данные в таблице 11.1.

Материал балки сталь ВСт 3. Предел текучести $\sigma_т$ = 240 МПа, расчетное сопротивление по пределу текучести R= 210 МПа, расчетное сопротивление при сдвиге R_s = 130 МПа. Коэффициент условий работы γ_c = 0,9. В табл. 7 приведены нормативные значения нагрузок. Коэффициент надежности по нагрузке γ_f = 1,2.

1.Определить опорные реакции;

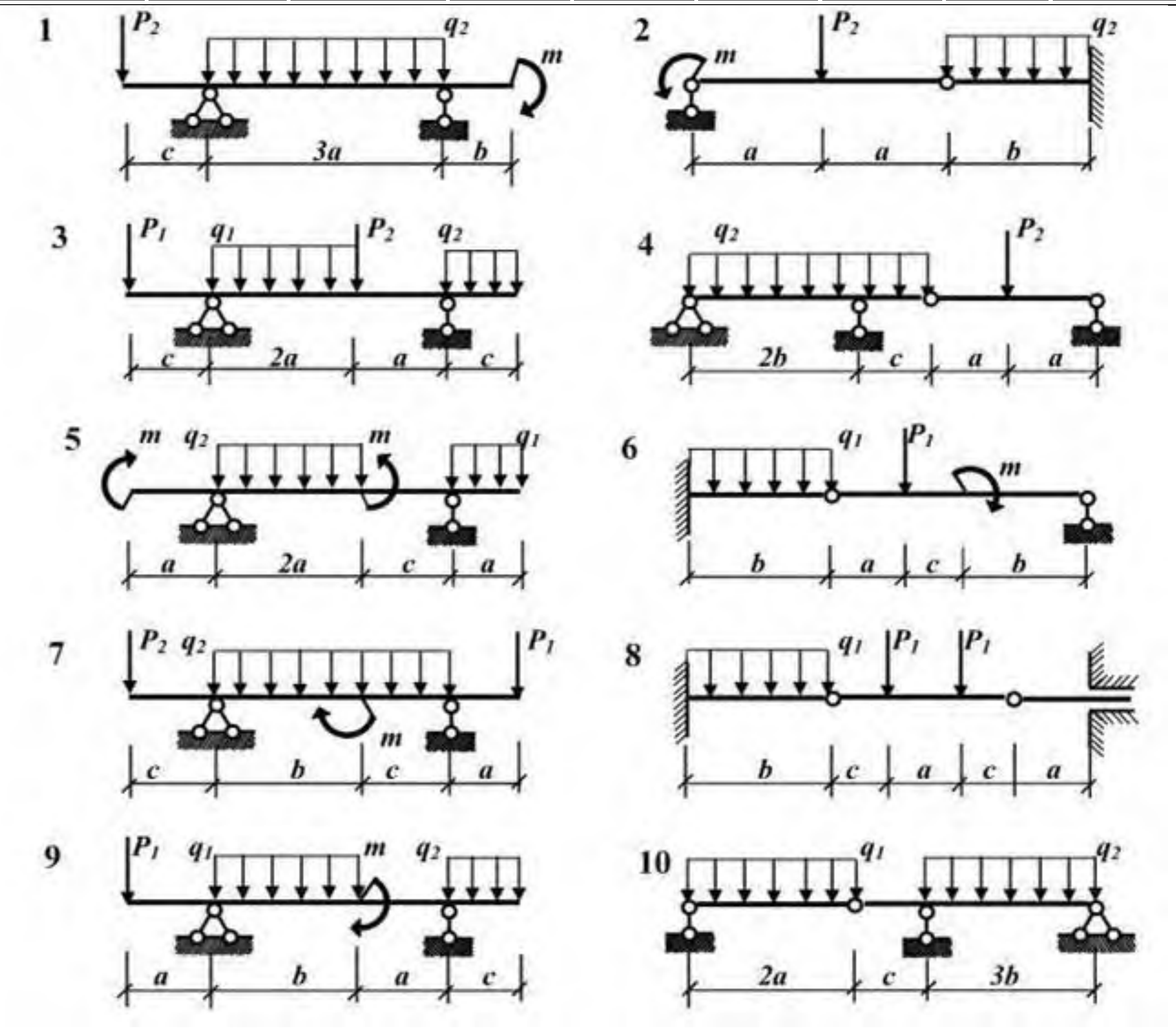
2.Вычислить величины внутренних усилий в характерных сечениях и построить эпюры внутренних усилий.

3.Подобрать сечение балки из двутавра, используя условие прочности по первой группе предельных состояний.

Таблица 11.1

вариант	a, м	b, м	c, м	P_1, кН	P_2, кН	q_1, кН/м	q_2, кН/м	m, кН·м
1	3,0	2,0	1,0	1	6	3	2	7
2	2,0	2,1	1,2	2	8	4	4	6

3	3,0	2,2	2,0	3	5	5	5	7
4	2,8	1,6	0,8	4	7	6	3	5
5	2,0	2,6	1,4	5	9	7	6	9
6	2,6	1,2	1,2	6	3	3	7	8
7	2,4	1,0	1,0	7	4	5	3	6
8	3,0	2,4	1,4	8	5	4	8	4
9	3,0	2,8	1,6	9	8	2	2	5
10	3,2	3,0	1,6	10	2	4	8	5



Итог работы: Студент сдает практическую работу преподавателю в установленный срок, отвечая на теоретические вопросы, поясняя ход выполнения практической работы.

Практическая работа № 18-19

Решение задач по расчету валов на прочность и жёсткость

Цель: обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных теоретических знаний;

Задание:

Задание: Для стального вала (рис. 12) построить эпюру крутящих моментов; определить диаметр вала на каждом участке и полный угол закручивания. Данные для различных вариантов указаны на табл. 12.

Мощности на зубчатых колесах принять $P_2 = 0{,}5P_1; P_3 = 0{,}3P_1; P_4 = 0{,}2P_1$.

Указание. Полученное расчетное значение диаметра (в мм) округлить до ближайшего большего числа, оканчивающегося на 0, 2, 5, 8, или по СТС-В 208-75.

Пример. Для стального вала (рис. 12, а) построить эпюру крутящих моментов, определить из условия прочности требуемые диаметры каждого участка и углы закручивания этих участков.

Угловую скорость вала принять $\omega = 100\,\text{рад/с}$, допускаемое напряжение $[\tau_{кр}] = 30\text{МПа}$, модуль сдвига $G = 0{,}8 \cdot 10^5\,\text{МПа}$.

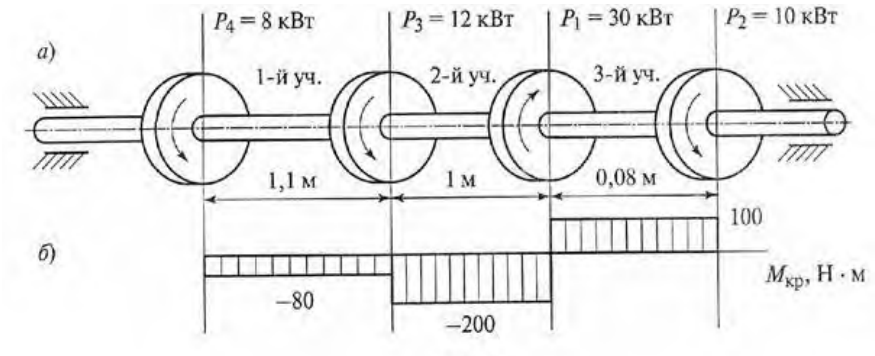


Рис. 3

Рисунок 12.1

Решение. Вал вращается с постоянной угловой скоростью, следовательно, система вращающих моментов уравновешена. Мощность, подводимая к валу без потерь на трение, равен сумме мощностей, снимаемых с вала:

$$P_1 = P_2 + P_3 + P_4 = 10 + 12 + 8 = 30\text{кВт}.$$

2. Определяем вращающие моменты на шкивах:

$$M_1 = \frac{P_1}{\omega} = \frac{30 \cdot 10^3}{100} = 300\text{Н} \cdot \text{м};$$

$$M_2 = \frac{P_2}{\omega} = \frac{10 \cdot 10^3}{100} = 100\text{Н} \cdot \text{м};$$

$$M_3 = \frac{P_3}{\omega} = \frac{12 \cdot 10^3}{100} = 120 Н \cdot м$$;

$$M_4 = \frac{P_4}{\omega} = \frac{8 \cdot 10^3}{100} = 80 Н \cdot м$$.

3. Для построения эпюры крутящих моментов разбиваем брус на три участка, границами которых являются сечения, в которых приложены внешние моменты. В пределах каждого участка значения крутящих моментов таковы:

$$M_{кр1} = -M_4 = -80 Н \cdot м$$;

$$M_{кр1} = -M_4 - M_3 = -80 - 120 = -200 Н \cdot м$$;

$$M_{кр1} = -M_4 - M_3 + M_1 = -80 - 120 + 300 = 100 Н \cdot м$$;

По найденным значениям строим эпюру крутящих моментов (рис.3,б).

4. Из условия прочности на кручение

$$\tau_{кр} = \frac{M_{кр}}{W_p} \le [\tau_{кр}]$$, где $W_p = 0{,}2d^3$,

$$\tau_{кр} = \frac{M_{кр}}{0{,}2d^3} \le [\tau_{кр}]$$ Определяем диаметр вала на каждом участке по формуле

$$d \le \sqrt[3]{\frac{M_{кр}}{0{,}2[\tau_{кр}]}}$$;

$$d \le \sqrt[3]{\frac{M_{кр}}{0{,}2[\tau_{кр}]}} = \sqrt[3]{\frac{80 \cdot 10^3}{0{,}2 \cdot 30}} = 25 мм$$,

$$d \le \sqrt[3]{\frac{M_{кр}}{0{,}2[\tau_{кр}]}} = \sqrt[3]{\frac{200 \cdot 10^3}{0{,}2 \cdot 30}} = 35 мм$$,

$$d \le \sqrt[3]{\frac{M_{кр}}{0{,}2[\tau_{кр}]}} = \sqrt[3]{\frac{100 \cdot 10^3}{0{,}2 \cdot 30}} = 28 мм$$.

5. Определяем угол закручивания вала на каждом участке по формуле

$$\varphi = \frac{M_{кр} l \cdot 180^\circ}{J_p G \pi}$$,

где J_p - полярный момент инерции сечения.

Для круглого сечения $J_p = \frac{\pi d^4}{32} = 0{,}1d^4$, тогда $\varphi = \frac{M_{кр} l \cdot 180^\circ}{0{,}1d^4 G \pi}$.

Угол закручивания

$$\varphi = \frac{M_{кр1} l_1 \cdot 180^\circ}{3{,}14 \cdot 0{,}1 d_1^4 G} = \frac{-80 \cdot 10^3 \cdot 1{,}1 \cdot 10^3 \cdot 180^\circ}{3{,}14 \cdot 0{,}1 \cdot 25^4 \cdot 8 \cdot 10^4} = -0{,}16^\circ;$$

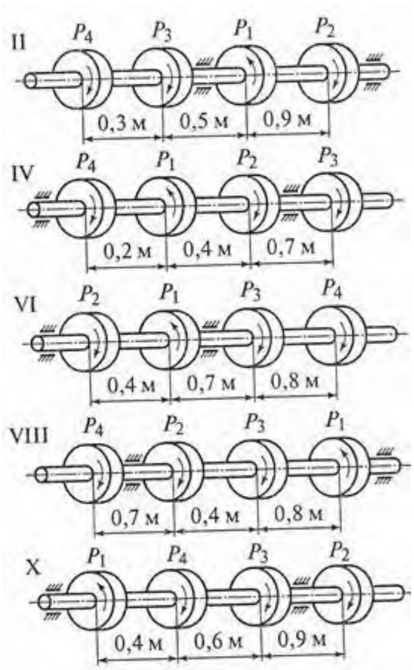
$$\varphi = \frac{M_{кр2} l_2 \cdot 180^\circ}{3{,}14 \cdot 0{,}1 d_2^4 G} = \frac{-200 \cdot 10^3 \cdot 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 180^\circ}{3{,}14 \cdot 0{,}1 \cdot 35^4 \cdot 8 \cdot 10^4} = -0{,}38^\circ;$$

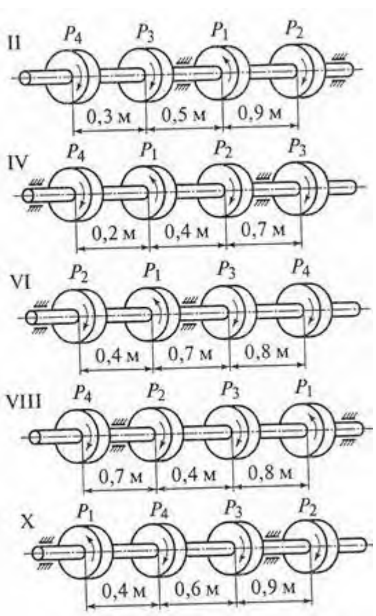
$$\varphi = \frac{M_{кр3} l_3 \cdot 180^\circ}{3{,}14 \cdot 0{,}1 d_3^4 G} = \frac{100 \cdot 10^3 \cdot 0{,}08 \cdot 10^3 \cdot 180^\circ}{3{,}14 \cdot 0{,}1 \cdot 28^4 \cdot 8 \cdot 10^4} = 0{,}29^\circ.$$

Ответ: $d_1 = 25мм; d_2 = 35мм; d_3 = 28мм; \varphi_1 = -0{,}16^\circ; \varphi_2 = -0{,}38^\circ; \varphi_3 = 0{,}29^\circ$.

Варианты заданий:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P_1, кВт	8	6	5	9	10	12	7	9	4	5
P_2, кВт	12	10	11	13	15	14	18	17	19	20
P_3, кВт	25	22	23	25	30	35	26	25	27	24
P_4, кВт	10	9	8	7	11	12	13	8	9	10
ω, рад/с	140	145	120	135	125	140	135	130	120	125
$[\tau_{КР}]$, МПа	30	32	31	30	35	36	38	39	37	33
G, МПа	0,7x 10^5	0,5x 10^5	0,6x 10^5	0,8x 10^5	0,9x 10^5	0,7x 10^5	0,67x 10^5	0,8x 10^5	0,9x 10^5	0,5x 10^5





Контрольные вопросы и задания

1. Какие деформации возникают при кручении?
2. Какие гипотезы выполняются при деформации кручения?

3. Изменяются ли длина и диаметр вала после скручивания?
4. Какие внутренние силовые факторы возникают при кручении?
5. Что такое рациональное расположение колес на валу?

Итог работы: Студент сдает практическую работу преподавателю в установленный срок, отвечая на теоретические вопросы, поясняя ход выполнения практической работы.

Практическая работа № 20

Решение задач по расчету на устойчивость.

Цель: обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных теоретических знаний;

Задание:

Расчет на устойчивость заключается в определении допускаемой сжимающей силы и в сравнении с ней силы действующей:

$$F \leqslant [F]; \quad [F] = \frac{F_{кр}}{[s_y]}; \quad F \leqslant \frac{F_{кр}}{[s_y]},$$

где F — действующая сжимающая сила;

[F] — допускаемая сжимающая сила, обеспечивает некоторый запас устойчивости;

F_{KP} — критическая сила;

$[s_y]$ — допускаемый коэффициент запаса устойчивости.

Обычно для сталей $[s_y] = 1,8 – 3$; для чугуна $[s_y] = 5$; для дерева $[s_y] = 2,8$.

Знать условие устойчивости сжатых стержней, формулы Эйлера для определения критической силы, эмпирические формулы для расчетов критического напряжения и критической силы.

Уметь выполнять проверочные расчеты на устойчивость сжатых стержней.

Порядок выполнения расчета на устойчивость

1.Почение сведений о материале стержня для определения предельной гибкости стержня расчетным путем или по таблице:

$$\lambda_{пред} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{пц}}}.$$

2. Получение сведений о геометрических размерах поперечного сечения, длине и способах закрепления концов для определения категории стержня в зависимости от гибкости:

$$i_{min} = \sqrt{\frac{\mathcal{J}_{min}}{A}},$$

где А — площадь сечения; Jmin— минимальный момент инерции (из осевых);

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}},$$

μ — коэффициент приведенной длины.

3. Выбор расчетных формул для определения критической силы и критического напряжения.

При $\lambda_0 < \lambda < \lambda_{\text{пред}}$ — расчет по эмпирическим формулам.
При $\lambda > \lambda_{\text{пред}}$ — расчет по формуле Эйлера.

4. Проверка и обеспечение устойчивости.

При расчете по формуле Эйлера условие устойчивости:

$$F \leqslant \frac{F_{\text{кр}}}{[s_y]}; \quad F_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 E \mathcal{J}_{\min}}{(\mu l)^2},$$

F — действующая сжимающая сила; [sy] — допускаемый коэффициент запаса устойчивости.

При расчете по формуле Ясинского

где a, b — расчетные коэффициенты, зависящие от материала (величины коэффициентов приводятся в справочной таблице для тавровых, двутавровых и иных сечений)

$$F_{\text{кр}} = \sigma_{\text{кр}} A; \quad F \leqslant \frac{F_{\text{кр}}}{[s_y]}.$$

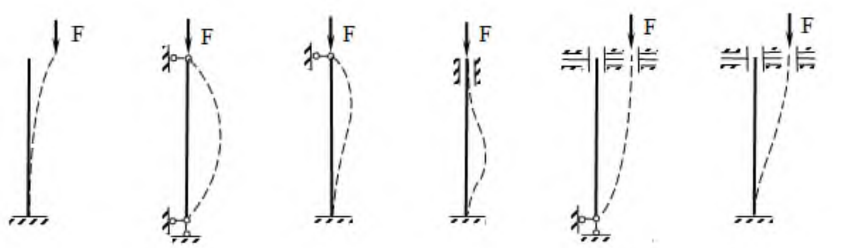
В случае невыполнения условий устойчивости необходимо увеличить площадь поперечного сечения.

Иногда необходимо определить запас устойчивости при заданном нагружении:

$$s_y = \frac{F_{\text{кр}}}{F}.$$

При проверке устойчивости сравнивают расчетный запас выносливости с допускаемым:

$$s_y \leqslant [s_y].$$

схемы						
- μ	2	1	0,7	0,5	2	1
	1	2	3	4	5	6

Задача № 1 (пример решения)

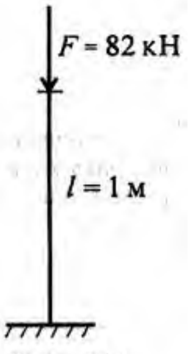


Рис. 37.4

Проверить устойчивость стержня. Стержень длиной 1 м защемлен одним концом, сечение — швеллер № 16, материал — Ст3, запас устойчивости трехкратный. Стержень нагружен сжимающей силой 82 кН (рис. 37.4).

Решение:

Изобразить расчетную схему с указанием размеров нагрузки.

1. Определяем основные геометрические параметры сечения стержня по ГОСТ 8240-89. Швеллер № 16: площадь сечения 18,1см^2; минимальный осевой момент сечения $\mathcal{J}_y = 63{,}3$ см^4; минимальный радиус инерции сечения ι_y= 1,87см.

2. Определяем категорию стержня в зависимости от гибкости.

Предельная гибкость для материала Ст3 $\lambda_{пред} = 100$.

Расчетная гибкость стержня при длине l = 1м = 1000мм

$$\lambda = \frac{2 \cdot 1000}{18{,}7} = 106{,}95.$$

Рассчитываемый стержень — стержень большой гибкости, расчет ведем по формуле Эйлера.

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 E \mathcal{J}_{\min}}{(\mu l)^2}; \; F_{кр} = \frac{3{,}14^2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 63{,}3 \cdot 10^4}{(2 \cdot 1000)^2} = 312\,000\,\text{Н} = 312\,\text{кН}.$$

3. Допускаемая нагрузка на стержень

$$[F] = F_{кр}/[s_y].$$

$$[F_y] = \frac{312}{3} = 105{,}5\,\text{кН}.$$

4. Условие устойчивости

$$F \leqslant [F_y];$$

82кН < 105,5кН. Устойчивость стержня обеспечена.

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
l, м	4	3	4	5	6	5	3	4	5	6
Схема №	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4
материал	Ст3	Ст3	Ст3	Ст3	Ст3	Ст3	Ст3	Ст3	Ст3	Ст3
F, кН	75	80	81	70	86	90	75	73	82	80
сечение	Двутавр 40	Двутавр 30	Двутавр 30а	Швеллер №14	Двутавр № 33	Двутавр 36	Двутавр 55	Двутавр № 50	Двутавр 70	Швеллер № 16

Контрольные вопросы:

1. В чем заключается явление потери устойчивости сжатого стержня?
2. Какая сила называется критической силой?
3. Какое дифференциальное уравнение из теории изгиба лежит в основе вывода формулы Л. Эйлера?
4. Что называется гибкостью стержня? Приведите формулу.
5. Приведите формулу Л. Эйлера для определения критической силы?
6. Как учитывается различное закрепление концов стержня при определении критической силы?
7. Каков предел применимости формулы Л. Эйлера?
8. Как определяется предельная гибкость для формулы Л. Эйлера?
9. Как определяется критическая сила при напряжениях, превышающих предел пропорциональности материала?
10. Какой вид имеет график изменения критической силы в зависимости от гибкости (или длины) для стальных стержней?
11. Приведите формулу Ф. Ясинского для определения критической силы и укажите пределы её применимости.
12. Как определяется коэффициент запаса устойчивости сжато-
го стержня?
13. Напишите условие устойчивости сжатого стержня через критическую силу и коэффициент запаса устойчивости.
14. Напишите условие устойчивости сжатого стержня с помощью коэффициента продольного изгиба *j*.
15. От чего зависит коэффициент продольного изгиба *j*, и в каких пределах он изменяется?
16. Какие три типа задач можно решать исходя из условия устойчивости сжатого стержня?
17. Покажите порядок подбора сжатого стержня из условия устойчивости с помощью коэффициента *j*.

Итог работы: Студент сдает практическую работу преподавателю в установленный срок, отвечая на теоретические вопросы, поясняя ход выполнения практической работы.

Практическая работа № 21-22

Решение задач на построение эпюр продольных сил, поперечных сил и изгибающих моментов для рам

Цель: обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных теоретических знаний;

Задание:

ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮР ДЛЯ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫХ РАМ

Требуется: для заданной схемы статически определимой рамы построить эпюры внутренних силовых факторов (N_z,Q_y,M_x).

Условия задания:

Рама загружена силами (P_1 иP_2), моментом (M) и равномерно распределенной нагрузкой (q). Расчетные схемы представлены на рис. 24, числовые данные в табл. 7.

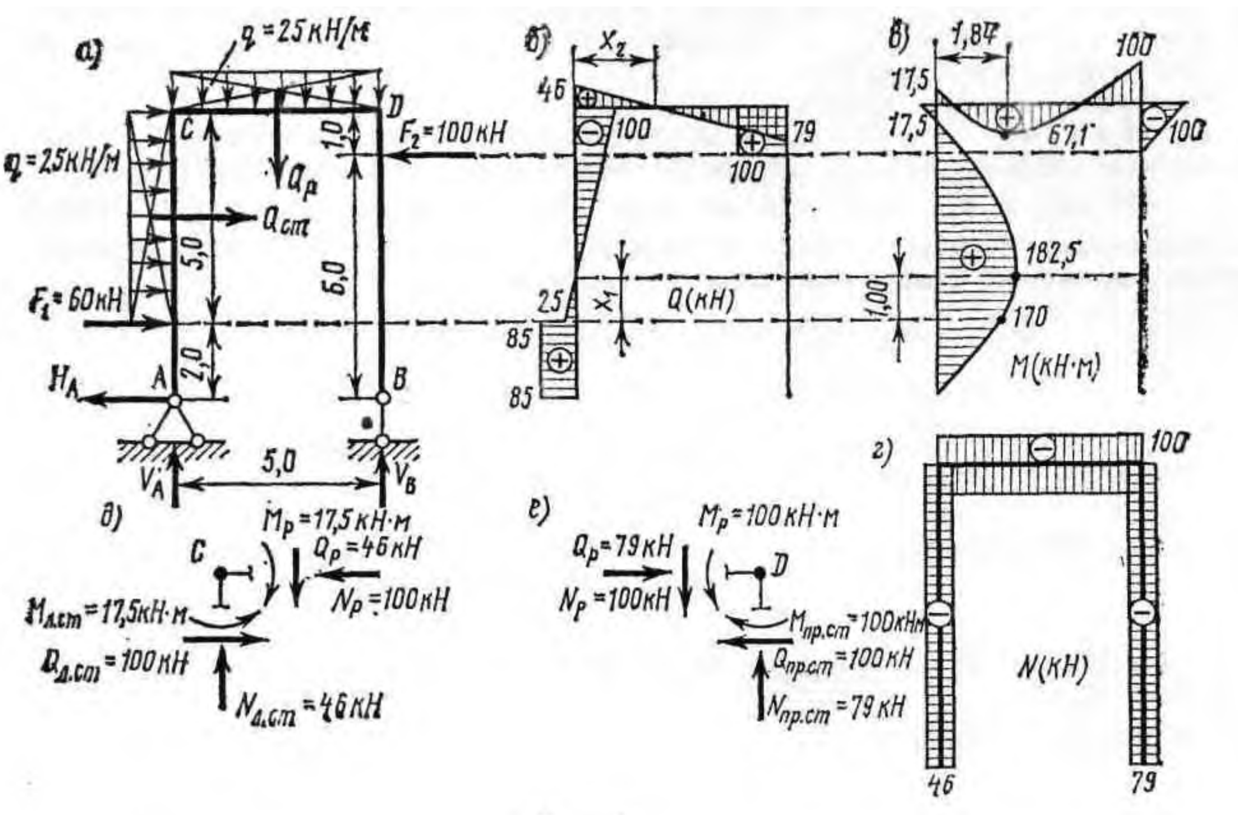
Последовательность выполнения задания:

1.Вычертить расчетную схему рамы с заданными нагрузками. Проставить числовые значения размеров и нагрузок. Изобразить реакции и вычислить их величину.

2.Построить эпюры N_z,Q_y,M_x на каждом участке. Эпюры строят на контуре рамы. Контур рамы для построения каждой эпюры следует чертить заново в том же масштабе, что и расчетную схему. Контур рамы выделяют утолщенной линией. На всех эпюрах проставить числовые значенияN_z,Q_y,M_x с указанием размерности.

Пример решения задачи

Задача. Построить эпюры Q, N, M для статически определимой рамы.



РЕШЕНИЕ:

1. Определяем опорные реакции V_A и V_B, как в простой балке, используя известные условия равновесия:

$\sum X = -H_A + F_1 + Q_{л.ст.} - F_2 = 0$ $H_A = F_1 + Q_{л.ст.} - F_2 - 60 + 125 - 100 = 85$ кН

$\sum M_A = F_1 \cdot 2 + Q_{л.ст.} \cdot 4{,}5 + Q_{р.} \cdot 2{,}5 - F_2 \cdot 6 - V_B \cdot 5 = 0$

$\sum M_B = - F_2 \cdot 6 - Q_{р.} \cdot 2{,}5 + Q_{л.ст.} \cdot 4{,}5 + F_1 \cdot 2 + V_A \cdot 5 = 0$

где $Q_р$ - равнодействующая распределенной нагрузки на левой стойке.

$Q_{л.ст.}$ – равнодействующая распределенной нагрузки на ригеле;

из уравнений определяем

$V_B = (F_1 \cdot 2 + Q_{л.ст.} \cdot 4{,}5 + Q_{р.} \cdot 2{,}5 - F_2 \cdot 6) / 5 = (60 \cdot 2 + 125 \cdot 4{,}5 + 125 \cdot 4{,}5 - 100 \cdot 6) / 5 = 79$ кН.

$V_A = (F_2 \cdot 6 + Q_{р.} \cdot 2{,}5 - Q_{л.ст.} \cdot 4{,}5 - F_1 \cdot 2) / 5 = (100 \cdot 6 + 125 \cdot 2{,}5 - 125 \cdot 4{,}5 - 60 \cdot 2) / 5 = 46$ кН.

Проверка: $\sum Y = V_A - Q_р + V_B = 46 - 125 + 79 = 0$

2. При построении эпюр M, Q и N придерживаемся следующих правил: ось стержня принимают за ось абсцисс; вычисленные ординаты эпюр откладывают в соответствующих сечениях перпендикулярно оси рассматриваемого стержня; положительные ординаты эпюры Q откладывают вверх от оси ригеля и влево от оси стойки, а отрицательные — соответственно вниз и вправо от оси; ординаты

эпюры M откладывают со стороны растянутых волокон элементов рамы; ординаты эпюры N откладывают симметрично по обе стороны от оси рассматриваемого стержня.

Построение эпюры Q (рис. 1, б).

С т о й к а AC. Для определения поперечной силы Q в сечениях стойки проецируем силы на ось, проведенную перпендикулярно оси стержня $Q_A = H_A = 85$ кН. Ввиду того что на этом элементе расположена равномерно распределенная нагрузка, эпюра Q для него ограничена наклонной прямой. Поэтому вычислим поперечные силы на границах участка EC:

$Q_E^{\text{лев}} = И_A$; $Q_E^{\text{пр}} = H_A – F_1 = 85 - 60 - 25$ кН;

$Q_C = H_A – F_1 - Q_{\text{л.ст}} = 85 - 60 - 125 = 100$ кН.

Р и г е л ь CD.

Мысленно проводим ось, перпендикулярную оси ригеля, и проецируем на нее силы: $Q_c = V_A = 46$ кН; QD = VA - Qp = 46 - 125 = - 79 кН.

$Q_D = V_A - Q_p = 46 - 125 = - 79$ кН.

С т о й к а BD (ход справа); $Q_B = 0$;

$Q_F = F_2 = 100$кН; $Q_D = F_2 = 100$ кН;

Построение эпюры M (рис. 14, в);

С т о й к а AC.

$M_A = 0$; $M_E = HA·2 = 85 · 2 = 170$ кН-м;

$M_c - HA·7 - F_1·5 - Q_{\text{л.ст.}} ·2,5 = 85 · 7 - 60 · 5 — 125 · 2,5 = - 17,5$ кН-м.

Так как эпюра Q на стойке пересекла ось, необходимо найти M_{max}. Для этого сначала определим расстояние x_1 (см. рис. 14, б):

$Q_{x1} = H_A – F_1 - q· x_1 = 0$; $x_1 = (H_A – F_1) /q = (85 — 60) / 25 = 1$ м.

$M_{max} = H_A·3 - F_1·1 - q·1·0,5 = 85·3 - 60·1 - 25·1·0,5 =182,5$ кН-м.

Р и г е л ь CD.

$M_c = H_A7 — F_1·5 - Q_p·2,5 = 85·7 - 60· 5 - 125 · 2,5= - 17,5$ кН-м.

$M_D^{\text{справа}} = - F_2·1 = - 100·1 = - 100$ кН-м.

Для отыскания M_{max} ригеля найдем расстояние x_2 (см. рис. 14, б):

$Q_{x1} = V_A – q·x_2 = 0$; $x_2 = V_A / q =46 / 25 = 1,84$ м;

$M_{max} = V_A·1,84 + H_A·7 - F_1·5 - Q_p·2,5 = 46·1,84 +85·7 - 60·5 - 125·2,5 = 67,1$ кН-м.

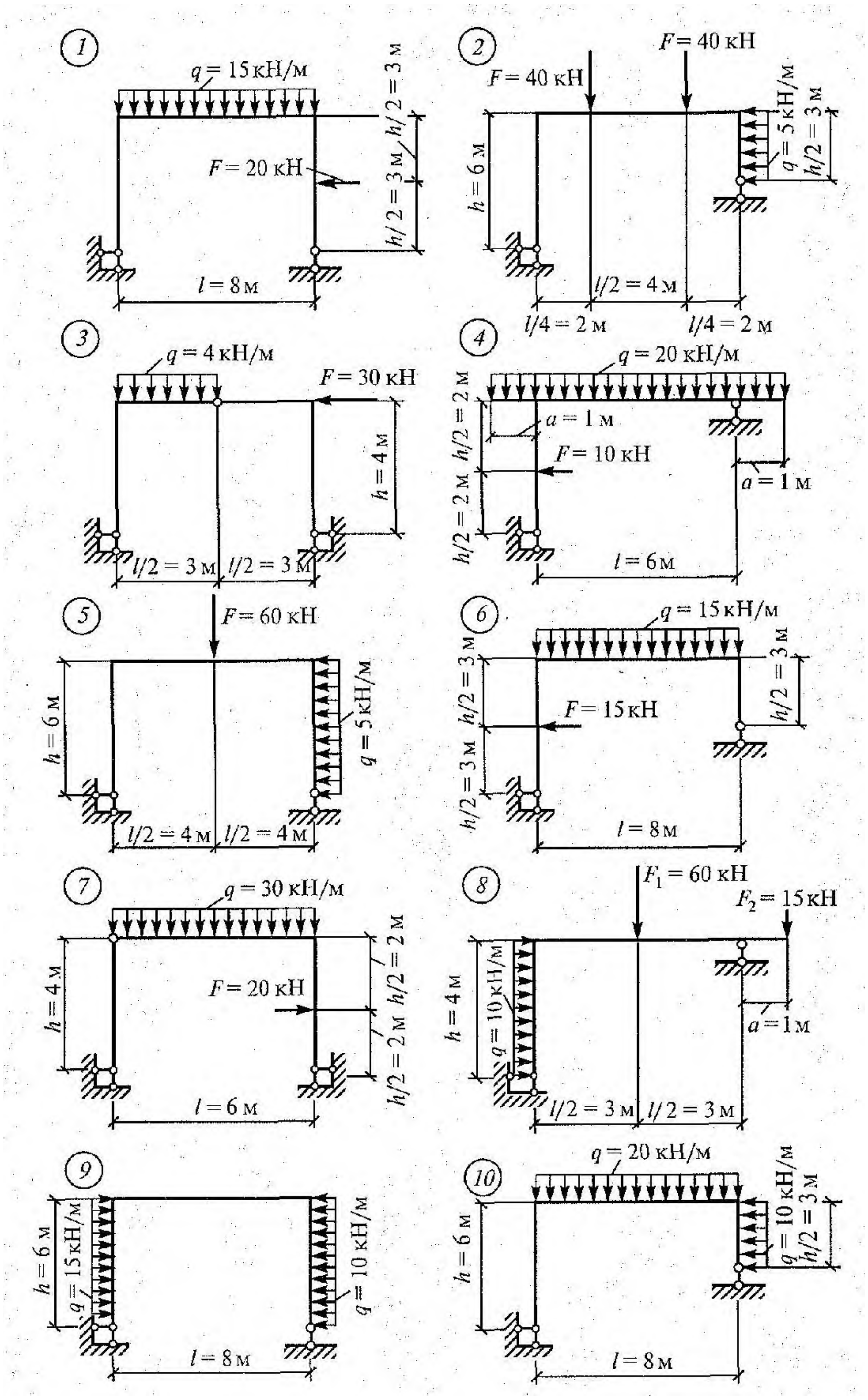
С т о й к а BD.

$M_в = 0$; $M_F = 0$ (ход справа); $M_D^{\text{пр}} = - F_2 . 1 = - 100 · 1 = - 100$ кН · м.

Построение эпюры N (рис. 1,г).При определении продольной силы в сечении все внешниесилы, приложенные к элементам части рамы, расположенной по одну сторону от рассматриваемого сечения, будем проецировать на ось соответствующего стержня.

$N_{AC} = V_A = 46$ кН (сжатие); $N_{BD} = V_B = 79$ кН (сжатие); N_{AC} справа = $F_2 = 100$ кН (сжатие). По найденным значениям строим эпюры Q, M и N.

Варианты заданий



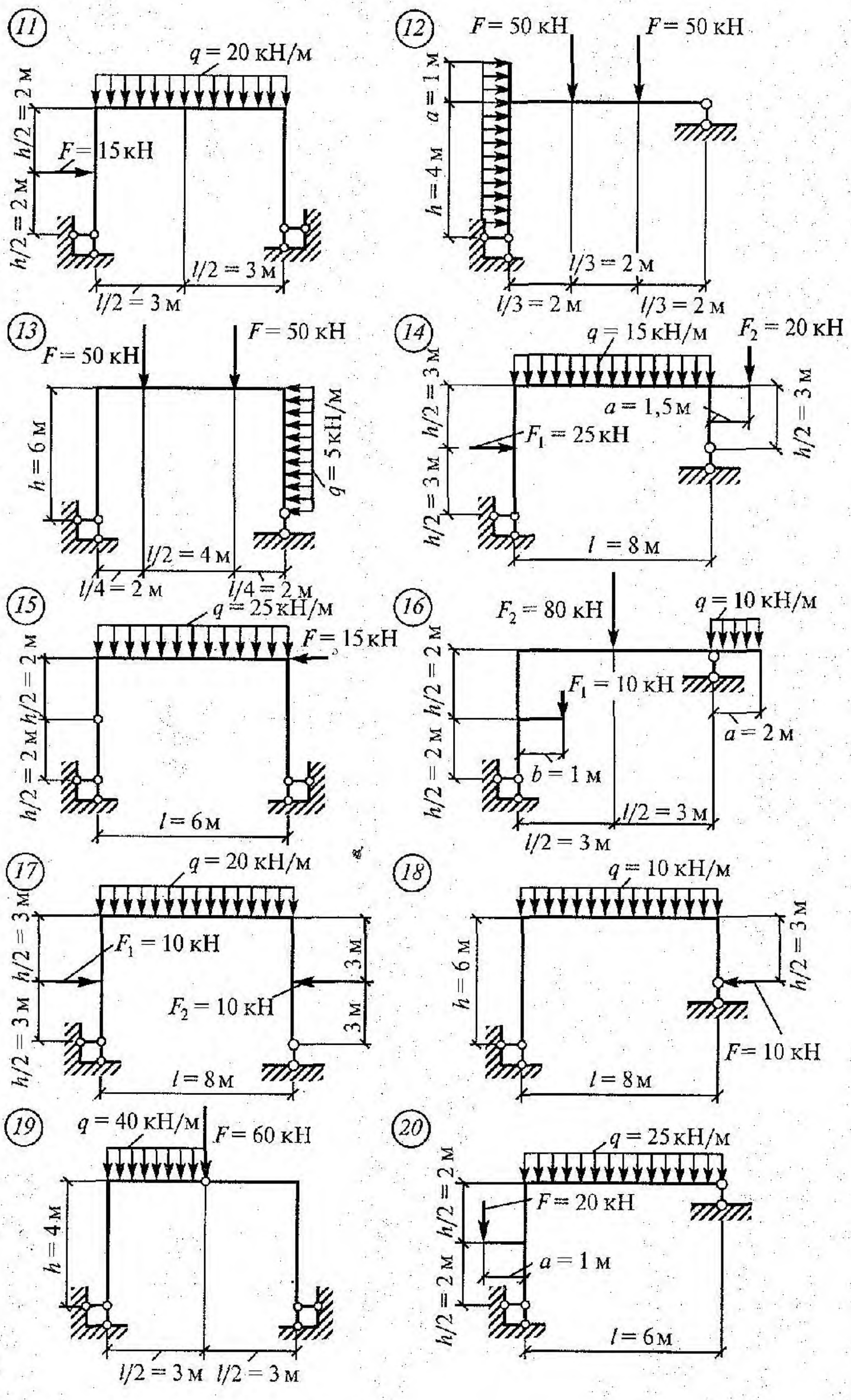


Рис. 22. Продолжение

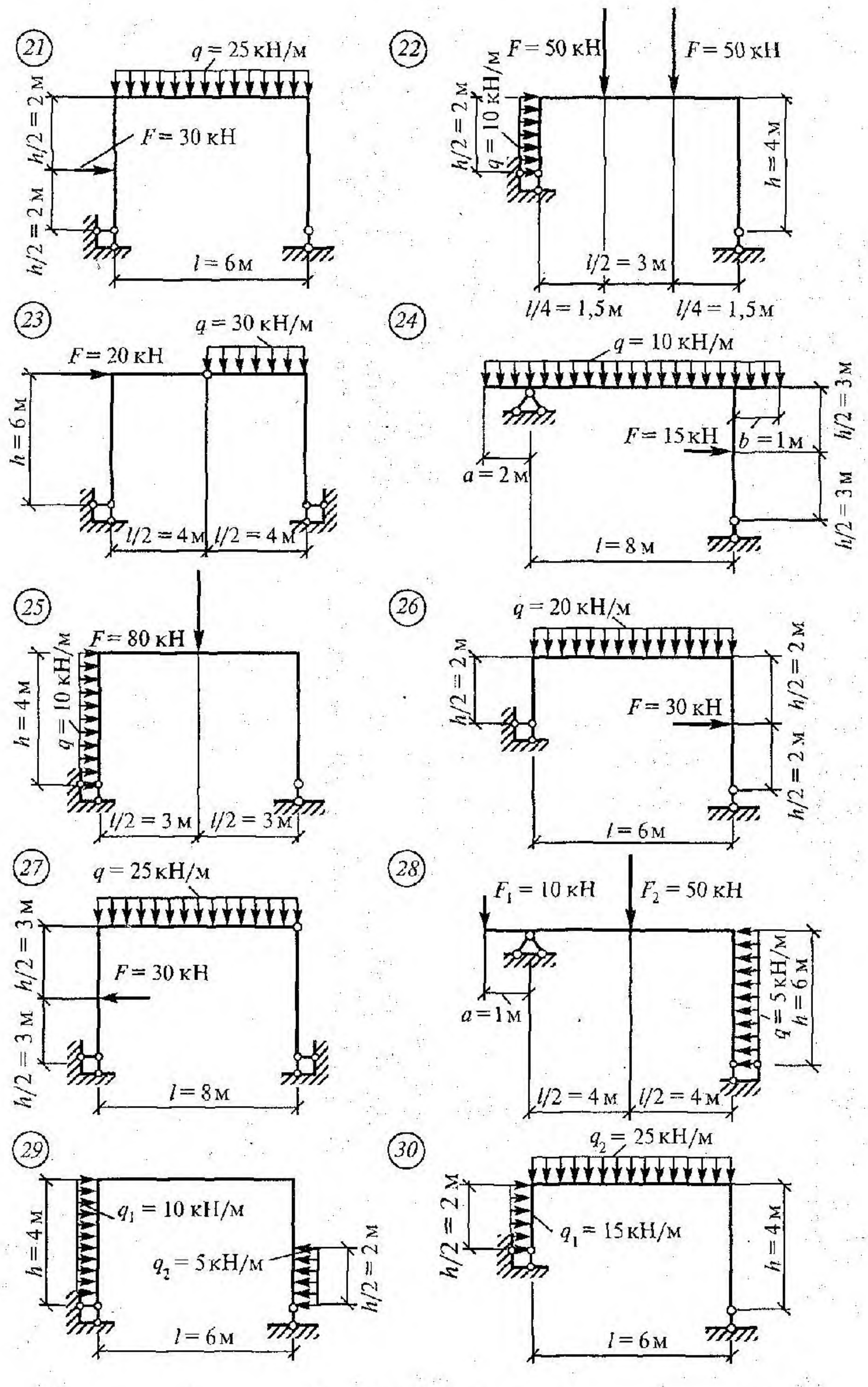


Рис. 22. Продолжение

Итог работы: Студент сдает практическую работу преподавателю в установленный срок, отвечая на теоретические вопросы, поясняя ход выполнения практической работы.

Практическая работа № 23-24

Решение задач на расчет статически определимых плоских ферм графическим методом, путем построения диаграммы Масквелла-Кремоны.

Цель: обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных теоретических знаний;

Задание:

Построить диаграмму Максвелла-Кремоны и определить усилия в стержнях простой плоской фермы. Используя метод сквозных сечений (метод Риттера), провести контрольный расчёт для 5-6 стержней. Схемы ферм даны на рисунках. Числовые значения нагрузок, линейные и угловые размеры содержатся в таблице 15.1. Для всех вариантов размер а = 2метра.

Таблица 15.1

Номер	условия	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
P_1	кН	70	20	60	10	80	100	10	50	30	10
P_2	кН	10	15	10	60	25	50	20	10	30	80
P_3	кН	40	50	15	20	30	10	50	60	10	30
α	град	30	60	90	45	30	45	60	90	30	60

<u>Пример.</u> Проверить ферму, представленную на рисунке 15.1, на простоту и найти реакции внешних связей, если $F_1 = 2kH, F_2 = 1kH.$

Решение. Ферма ABCD простая . Здесь число стержней К= 11 (опорный стержень ВЕ к ферме не относится) , число узлов n = 7, значит , 11 = 2 х 7 - 3.

Для определения реакций внешних связей применим к ферме *ABCD* принцип освобождаемости от связей (аксиому связей). Неподвижный шарнир*A*заменяем двумя составляющими X_A и Y_A, а опорный стержень*BE*реакцией R_B, направленной вдоль стержня (рис.*15.1*).

Для плоской системы внешних сил, приложенных к ферме, составляем три уравнения равновесия:

$$\sum_{k=1}^{n} F_{kx} = 0, \quad X_A - F_1 + F_2\cos\alpha = 0;$$

$$\sum_{k=1}^{n} F_{ky} = 0; \quad Y_A + R_B - F_2\sin\alpha = 0;$$

$$\sum_{k=1}^{n} M_A(\vec{F_k}) = 0; \quad -R_B a \cdot tg\alpha + F_1 3a - F_2\cos\alpha \cdot 2a + F_2\sin\alpha \cdot a \cdot tg\alpha = 0.$$

Решая эту систему уравнений , получим:

$$X_A = F_1 - F_2\cos\alpha; \quad Y_A = F_2\sin\alpha - R_B;$$

$$R_B = (3F_1 - 2F_2\cos\alpha + F_2\sin\alpha \cdot tg\alpha)ctg\alpha.$$

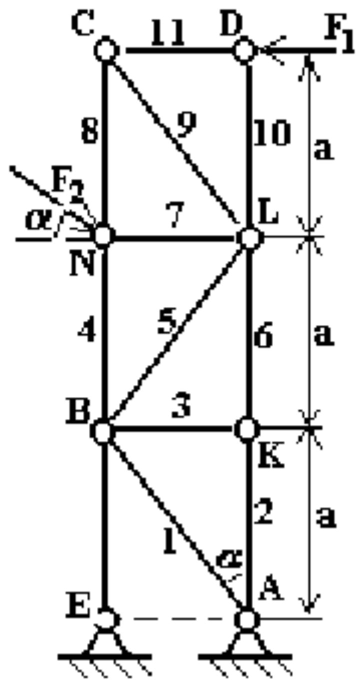
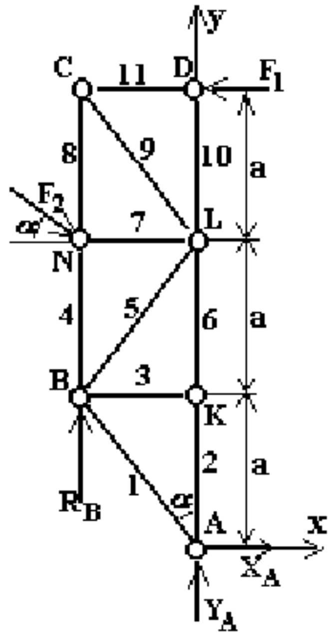
	

Рис. 15.1	Рис. 15.2

При заданных величинах сил F_1 , F_2 и угла α имеем : X_A *=1,135 кН,* Y_A *= -7,4 кН,* R_B *= 7,9 кН.* Чтобы убедиться в правильности подсчета реакций внешних связей, нужно составить проверочное уравнение равновесия для фермы , например :

$$\sum_{k=1}^{n} M_N(\vec{F_k}) = 0, \quad F_1 a + X_A 2a + Y_A a \cdot tg\alpha = 0. \qquad (2)$$

Если при подстановке найденных X_A и Y_A равенство (2) будет справедливо , то эти реакции найдены верно. Проверим :

2 + 1,135 x 2 - 7,4 $\sqrt{3}$/3 = 0; или 2 + 2,27 - 4,27≡0.

Для проверки значения R_B можно составить другое проверочное уравнение , например : $\sum_{k=1}^{n} M_D(\vec{F_k}) = 0$.

Убедившись в правильности подсчета реакций связей , можно приступить к определению внутренних усилий в стержнях фермы (расчету фермы) .

Диаграмма Максвелла-Кремоны (графический расчёт)

Этот способ был разработан английским учёным-физиком Максвеллом в 1864 году и независимо от него итальянским математиком Кремоной в 1872 г.

Для построения диаграммы нужно осуществить следующие операции:

1. Подсчитать аналитически реакции внешних связей фермы.
2. Построить строго в масштабе ферму, точно откладывая углы.
3. Расставить внешние силы вне контура фермы.
4. Обозначить заглавными буквами внешние области фермы, заключённые между линиями действия внешних сил и внешним контуром фермы. Обозначить заглавными буквами внутренние области, заключённые между стержнями фермы.
5. Построить в масштабе многоугольник внешних сил, откладывая силы в том порядке, в каком они встречаются при обходе фермы против хода часовой стрелки (можно и по ходу часовой стрелки, но тогда следует придерживаться этого правила до конца построения диаграммы). При этом каждый вектор силы обозначается по концам малыми буквами, соответствующими обозначениям областей, между которыми лежит эта сила (стрелки не изображаются).
6. Вырезая (мысленно) узлы фермы, строить многоугольник сил в стержнях на базе многоугольника внешних сил.
7. С готовой диаграммы снимаются величины усилий в соответствующих стержнях фермы.

В качестве примера построим диаграмму Максвелла-Кремоны для рассмотренной ранее фермы (рис.*15.1*) с теми же условиями нагружения. Проделаем все 7 указанных операций.

1. Реакции внешних связей фермы уже найдены ранее: X_A = *1,135 кН,* Y_A = *- 7,4 кН,* R_B = *7,9 кН.*
2. Ферма построена в масштабе (рис. 15.3).
3. Внешние силы F_1, F_2, X_A, Y_A, R_B построены вне контура фермы.

4. Внешние области фермы обозначены заглавными буквами *E, J, G, M, O***,** обведеными окружностями, чтобы отличать их от узлов.

5. Внутренние области фермы - *P, R, Q ,T, S*. -буквы обозначения также обведены окружностями.

6. Построение многоугольника внешних сил можно начать с любой силы, например, с F_1. Из любой точки плоскости строим отрезок, параллельный вектору F_1, в масштабе 1 кН/см. Этот отрезок обозначим *gm* в соответствии с обозначениями граничащих с силой F_1 областей *G* и *M* (при обходе фермы против часовой стрелки силу F_1 пересекаем, выходя из области *G* в область *M*, поэтому начало вектора *g*, а конец *m*; стрелки не изображаются).

Обходя ферму против хода часовой стрелки, встречаем силу F_2, лежащую между областями *M* и *O*. На рис.*15.4* из точки *m* строим отрезок *mo,* равный 1 см (в принятом масштабе) и параллельный F_2 (начало вектора в *m,* конец в *o*). Затем выстраиваем отрезок *oe*, соответствующий силе R_B, за ним – отрезок *ej*, соответствующий силе Y_A (направляем вниз из *e* в *g*, т.к. величина Y_A отрицательна) и отрезок *jg* , соответствующий силе X_A. Силовой многоугольник *gmoejg* должен быть замкнут, т.е. конец последнего отрезка *ig* должен прийти в точку *g*, с которой начиналось построение.

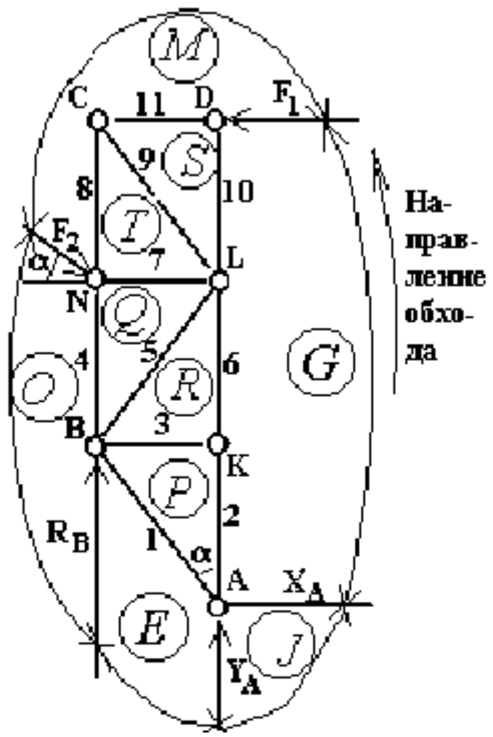


Рис. 15.3

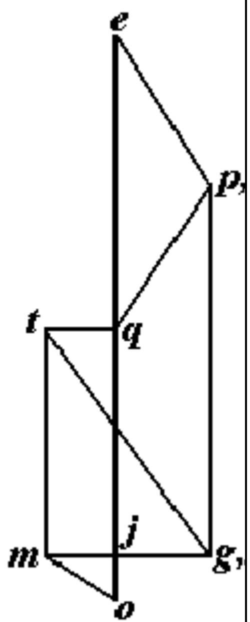


Рис. 15.4

Вырезаем первый узел, содержащий только два стержня, например, *А* и строим многоугольник сил Y_A, X_A, S_2, S_1, в порядке, как они встречаются при обходе узла против хода часовой стрелки. Отрезки *ej* и *jg* для сил Y_A и X_A, уже построены. Искомым силам S_2 и S_1 должны соответствовать отрезки *gp* и *pe*, т.к. при обходе узла переходим через стержень*2*из внешней области *G* во внутреннюю область *P*, а через стержень*1*- из области *P* во внешнюю область *E*. Точки *g* и *e* на диаграмме есть, ищем точку *p* . Для этого из точек *g* и *e* проводим линии, параллельные стержням *2* и *1*, до взаимного пересечения; получим точку *p*. Если отрезки *gp* и *pe* заменить векторами (от *g* к *p* , от *p* к *e*) и наложить эти векторы на соответствующие стержни, приходящие к узлу *А* , то они будут направлены от узла; значит, усилия в стержнях растягивающие и имеют положительные знаки (см. табл. 15.2). Стрелки на диаграмме не ставятся, т.к. в узлах, находящихся на концах одного стержня направления векторов силы противоположны .

Обращаясь к узлу *К* , обходим его также против хода часовой стрелки в порядке *G , R , P*.Искомые силы S_3 и S_6. Используя уже имеющиеся на диаграмме точки*g*и*p*, ищем точку*r*. Для этого из*g*проводим линию, параллельную стержню 6, а из*p*- линию, параллельную стержню 3 ; они пересекаются в точке*p*. Значит, здесь же будет и искомая точка*r*, а длина отрезка*pr* , соответствующего силе S_3, равна нулю (S_3 = 0).

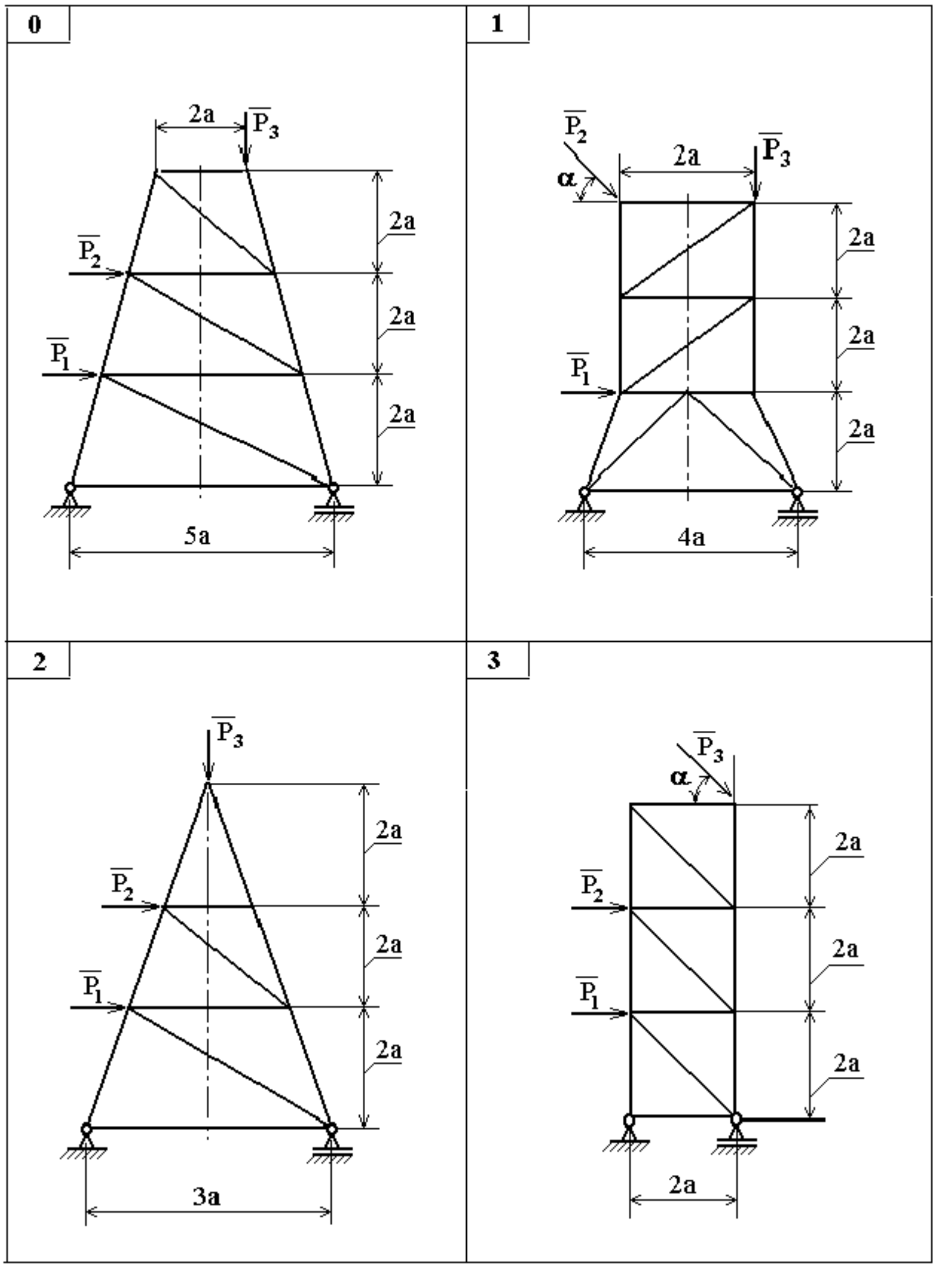
Вырезаем узел *B* и обходим его в порядке*E , P , R , Q , O*. Искомые силы S_4 и S_5. Точки*e , p , r , o*на рис. уже есть, ищем точку *q*. Для этого из точек *r* и *o* проводим линии, параллельные исследуемым стержням*5*и*4*, до взаимного пересечения. Это и будет точка *q*. Отрезок *rq* соответствует силе S_5, а *qo* - S_4. Причём мысленные направления стрелок этих отрезков - к узлу*B*, значит, усилия в этих стержнях сжимающие (отрицательные).

Продолжая такое построение для всех узлов фермы, мы должны получить замкнутую диаграмму Максвелла-Кремоны (рис. *15.4*). Практически же часто диаграмма не замыкается вследствие накопления ошибок при построении. При наличии небольшой «невязки» (погрешности) её устраняют, перенося вершины диаграмм так, чтобы усилия при этом изменялись не более, чем на 5% своей средней величины. При наличии больших ошибок диаграмму следует перестроить.

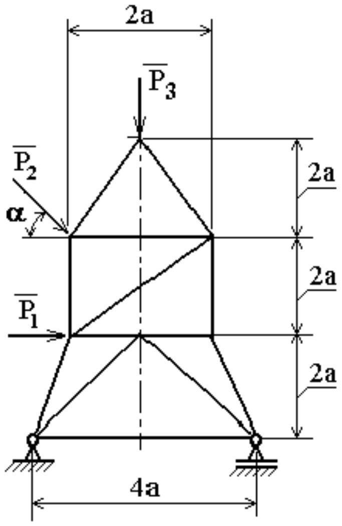
7. Замеряя отрезки на диаграмме и учитывая принятый масштаб сил, можно найти значения всех усилий в соответствующих стержнях фермы и свести их в таблицу 15.2.

Таблица 15.2

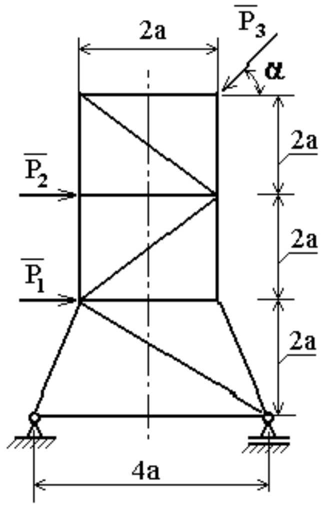
Усилия	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}
Отрезок на диаграмме	*pe* *(ep)*	*gp* *(pg)*	*rp* *(pr)*	*qo* *(oq)*	*ro* *(or)*	*gr* *(rg)*	*qt* *(tq)*	*tm* *(mt)*	*st* *(ts)*	*gs* *(sg)*	*ms* *(sm)*
Значения усилий в кН	+ 2,25	+ 5,45	0	- 4,0	- 2,27	+ 5,5	- 0,85	- 3,47	+ 4,0	0	- 2,0



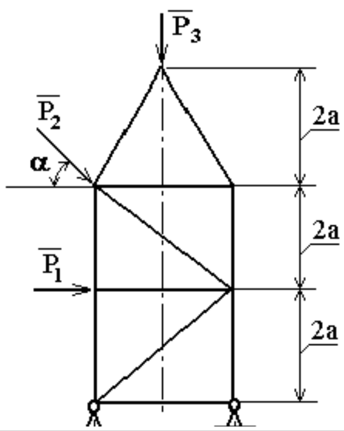
4



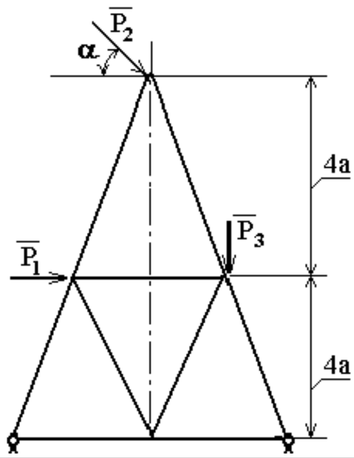
5



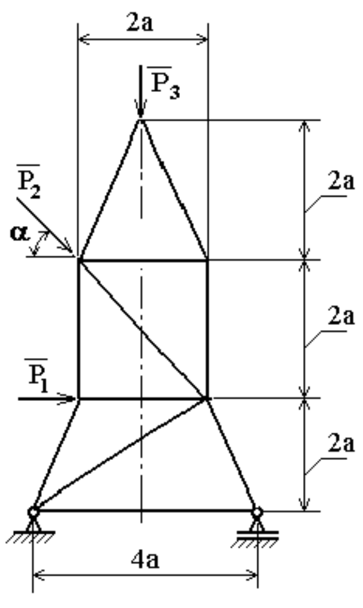
6



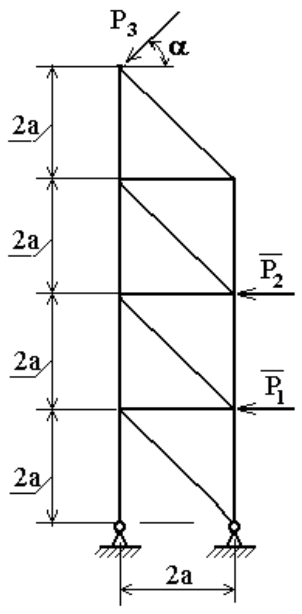
7



8



9



Контрольные вопросы:

1. Что называется фермой?
2. Классификация плоских ферм.
3. Каковы особенности работы ферм?
4. Какие существуют способы аналитического расчета ферм?
5. Какие существуют признаки нулевых стержней?
6. Какой порядок графического расчета плоских ферм?
7. Как по диаграмме Максвелла-Кремоны определить величину и направление усилий в стержнях ферм?

Итог работы: Студент сдает практическую работу преподавателю в установленный срок, отвечая на теоретические вопросы, поясняя ход выполнения практической работы.

Практическая работа № 25

Решение задач на определение перемещений.

Цель: обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных теоретических знаний;

Определение перемещений необходимо при расчете конструкций на жесткость, кроме того, с определением перемещений тесно связан расчет статически неопределимых систем. При изучении темы необходимо усвоить общий принцип обозначения перемещений. Особое внимание следует уделить применению правила Верещагина для определения перемещений.

Задание:

Для заданной схемы статически определимой рамы (рис.25) требуется:

1. Выполнить кинематический анализ системы.
2. Построить эпюры изгибающих моментов, поперечных и продольных сил.
3. Определить горизонтальное перемещение в сечении **1** .

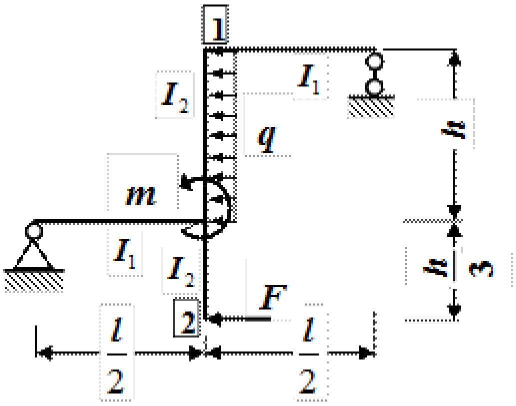


Рис.25. Схема рамы

Исходные данные:

$\boldsymbol{l}$=4 м; $\boldsymbol{h}$=3 м; $\boldsymbol{m}$=10 кНм;

$\boldsymbol{F}$=8 кН;$\boldsymbol{q}$=4 кН/м.

Отношение моментов инерции $\frac{J_1}{J_2} = 3$.

Контрольные вопросы:

1. Какими буквами принято обозначать перемещение? Что означают индексы при этих буквах?
2. Напишите общую формулу для определения перемещений (формулу Мора). Что означают входящие в неё величины?
3. Каков порядок вычисления перемещений по формуле Мора?
4. Назовите основные виды перемещений в плоских стержневых системах. Какая единичная сила, прикладываемая по направлению искомого перемещения, соответствует каждому из названных перемещений?
5. На что указывает положительный и отрицательный результат вычисленного перемещения?
6. Приведите пример на определение перемещения с применением правила Верещагина, в котором при перемещении эпюр площадь одной из них придется разбить на простые формулы. Вычислите это перемещение.
7. Когда при перемножении эпюр ставится знак плюс и когда - минус?
8. Сформулируйте теорему Максвелла о взаимности перемещений.

Итог работы: Студент сдает практическую работу преподавателю в установленный срок, отвечая на теоретические вопросы, поясняя ход выполнения практической работы.

4. ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ

Основные:

О-1. Кузьмина, Н. А. Техническая механика: учебное пособие / Н. А. Кузьмина. — Ростов-на-Дону: Феникс, 2020. — 205 с.

Дополнительные источники:

Д-1. Аркуша, А.И. Руководство к решению задач по теоретической механике: учебное пособие /А.И. Аркуша. - М.: Высш.шк., 2000.—336с.

Д-2. Брадис, В.М. Четырехзначные математические таблицы: таблицы / В.М. Брадис. - М.: Просвещение, 2000.- 56с.

Д-3. Олофинская, В.П. Техническая механика.: учебное пособие / В.П. Олофинская. -М.: ИД "ФОРУМ"-ИНФРА-М, 2012.-352с.

Д-4. Сетков, В.И. Сборник задач по технической механике: учебное пособие / В.И. Сетков. -М.: Академия, 2010.-224 с.

Д-5. Эрдеди, А. А. Техническая механика: учебник / А.А. Эрдеди, Н.А.Эрдеди - М.: Академия, 2014.- 528 с.

Интернет-ресурсы:

1. Кузьмина, Н. А. Техническая механика: учебное пособие / Н. А. Кузьмина. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2020. — 205 с. – ЭБС ЛАНЬ.

5 ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ , ВНЕСЕННЫХ В МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

№ изменения, дата внесения, № страницы с изменением	
Было	**Стало**
Основание: **Подпись лица, внесшего изменения**	